

УДК 621.391

К.С. Козелкова

Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Київ

## АНАЛІЗ ОПТИМАЛЬНОЇ ОБРОБКИ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ СИГНАЛІВ АНТЕНИ З ПЛОСКОЇ АПЕРТУРОЮ

У статті розглядаються питання визначення оптимальної просторово-часової обробки сигналів, що приймаються з використанням систем антен з плоскою апертурою.

**Ключові слова:** антени з плоскою апертурою, діаграма спрямованості, роздільна здатність, просторова обробка сигналів.

### Вступ

Застосування оптимальних алгоритмів обробки сигналів у вимірювальних радіосистемах сприяє зменшенню енергетичних втрат сигналу і, як наслідок, поліпшенню якісних характеристик системи в цілому. Незважаючи на досить повно розроблену в даний час теорію просторово-часової обробки сигналів, що знайшла відображення в роботах [1 – 3], відсутні конкретні результати щодо синтезу системи просторово-часової обробки сигналів при спільній оцінці кутових параметрів – кутових координат, кутових швидкостей і прискорень. Дані питання вимагають так само уточнення і розвитку, синтез систем обробки просторово-часових сигналів з антенами з плоскою апертурою. Відмічені в ряді робіт [1 – 3] особливості просторово-часової обробки сигналів від протяжних цілей не доведені до конкретних результатів, що не оцінені якісні характеристики таких систем обробки, не визначені виграші, що даються застосуванням оптимальних алгоритмів обробки сигналів. Застосування неоптимальних алгоритмів обробки завжди пов'язане з енергетичними втратами і, як наслідок, з погіршенням якісних характеристик системи обробки [3].

Розглянемо систему, яка розрахована на оптимальний вимір кутових координат, із параметром  $\theta$ , де  $\dot{\theta}$  – кутова швидкість, розглядається як заважає параметр при вимірі  $\theta$ . Як показують розрахунки, якщо величина  $\dot{\theta}$  не перевищує деякого значення  $\dot{\theta} < 1/2T\chi_M$ , то при побудові системи обробки сигналу можна прийняти  $\dot{\theta} = 0$ . В іншому випадку в оптимальній системі оцінки параметра  $\theta$  необхідно передбачити вимір або усереднення по  $\dot{\theta}$ . У той же час при відпрацюванні та застосуванні високодинамічних, маневрених об'єктів здійснюється вимірювання параметрів  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$  [2], а параметр  $\ddot{\theta}$  – кутове прискорення – є що заважає, що також вимагає визначення допустимих меж застосування оптимальних алгоритмів обробки.

Враховуючи вищевикладене, у статті розглядаються питання, пов'язані з обробкою сигналів точкових цілей антенами з плоскою апертурою. Визначаються переваги, одержуваних при використанні оптимальних алгоритмів, досліджується особливості обробки сигналів при спільній оцінці кутових координат, кутових швидкостей і прискорень, а також дозвіл сигналів за сукупністю параметрів, що вимірюються.

### Постановка завдання

Умови завдання сформулюємо наступним чином. Задані інтервали простору  $\vec{r} \in Z$  і часу  $t \in [-T, T]$  відводяться під антенну систему і тимчасову обробку. Під антенну систему відведемо частину площини  $xOy$ , обмежену колом радіуса  $R$ . Прийняте коливання  $\dot{o}(t, \vec{r})$  будемо представляти у вигляді суми [3]

$$\dot{o}(t, \vec{r}) = S(t, \vec{r}, \beta, \nu) + n(t, \vec{r}), \quad (1)$$

адитивного поля перешкоди  $n(t, \vec{r})$  представляє собою нормальний випадковий процес з кореляційної функцією [2]

$$R(t, x, y) = \frac{N_0 \lambda^2}{2\pi} \delta(t, x, y), \quad (2)$$

і поля корисного сигналу  $S(t, \vec{r}, \beta, \nu)$ , має характер детермінованої функції часу  $t$ , просторових координат  $\vec{r}$ , і сукупності випадкових параметрів  $\vec{\lambda} = (\beta, \nu)$ .

Потрібно визначити умови формування оптимальної обробки просторово-часових сигналів антенами вимірювальної системи.

### Вирішення завдання

Вихідний ефект оптимальної системи обробки  $q(\vec{\lambda}) = q(\beta, \nu)$  визначається згідно умови [3]

$$|\vec{\lambda}_i - \vec{\lambda}_j| > \Delta \vec{\lambda}, \quad (3)$$

де  $\Delta\bar{\lambda}$  – відповідно задаються тактико-технічними вимогами постійні дозволу за відповідними параметрами.

Визначаючи опорний сигнал системи обробки підстановкою (2) у вираз

$$\bar{p} - \bar{p}_0 = r \cos(\beta - \gamma) \cos \alpha \quad (4)$$

отримуємо

$$\begin{aligned} \theta(t_1, t_2, \bar{r}_1, \bar{r}_2) &= \theta(t_1 - t_2, \bar{r}_1 - \bar{r}_2) = \\ &= \frac{2\pi}{N_0 \lambda^2} \delta(t_1 - t_2, x_1 - x_2, y_1 - y_2) \end{aligned} \quad (5)$$

$$q(\bar{\lambda}) = k \exp \left\{ \frac{2\pi}{N_0 \lambda^2} \int_{-T}^T \int_Z y(t, \bar{r}) s(t, \bar{r}, \beta, \nu) dt d\bar{r} \right\}. \quad (6)$$

Вважаючи, що поле в розкритті антени  $S(t, \bar{r}, \bar{\lambda})$  створюється точковим нерухомим джерелом випромінювання монохроматичних коливань, що знаходяться в дальній зоні

$$\begin{aligned} S &= S_0 \exp \left\{ i\omega_0 t - \frac{i\bar{r}\bar{p}}{c} \right\} = \\ &= S_0 \exp \left\{ i\omega_0 \left( t - \frac{r}{c} \cos \nu \cos(\alpha - \beta) \right) \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

приходимо до такого запису вихідного ефекту (6):

$$\begin{aligned} q(\bar{\lambda}) &= \int_{-N}^T s_0 \exp \{ j\omega_0 t \} dt \times \\ &\times \int_Z y(t, \bar{r}) \exp \left\{ -j2\pi \frac{\bar{p}\bar{r}}{\lambda} \right\} d\bar{r}. \end{aligned} \quad (8)$$

Внутрішній інтеграл у (8)

$$q(\bar{\lambda}, t) = \int_Z y(t, \bar{r}) \exp \left\{ -j2\pi \frac{\bar{p}\bar{r}}{\lambda} \right\} d\bar{r} \quad (9)$$

визначає оптимальну просторову обробку (оптимальний прийом антени), а зовнішній - оптимальну тимчасову обробку.

$$q(\bar{\lambda}) = \int_{-N}^T q(\lambda, t) s_0 \exp \{ j\omega_0 t \} dt. \quad (10)$$

Оптимальна просторова обробка зводиться, як випливає з (9), до "фокусування" антени на напрям приходу сигналу  $(\beta, \nu)$ .

Така оптимальна обробка (9) може бути здійснена за рахунок обертання плоскою круговою антеною з постійним амплітудно-фазовим розподілом на розкритті з діаграмою спрямованості

$$f(\bar{\lambda}) = \frac{1}{A} \int_Z \exp \left\{ -j2\pi \frac{\bar{p}\bar{r}}{\lambda} \right\} d\bar{r}. \quad (11)$$

Нехай на напрямку  $(\beta_0, \nu_0)$  є джерело випромінювання, що формує в розкриваючій антени поле

$$y(t, \bar{r}) = s_0 \exp \left\{ -j2\pi \frac{\bar{p}\bar{r}}{\lambda} \right\} + n(t, \bar{r}). \quad (12)$$

У виразі (12) часові множники враховується постійно, тому він опущений. Тоді вихідний ефект оптимальної антени буде

$$\begin{aligned} \Psi_{A10110}(\beta, \nu) &= \int_0^R \int_0^{2\pi} s_0 \times \\ &\times \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} r \left[ \begin{array}{l} \cos \nu_0 \cos(\alpha - \beta_0) \\ -\cos \nu \cos(\alpha - \beta) \end{array} \right] \right\} dr da + \\ &+ \int_y n(t, r) \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \bar{p}\bar{r} \right\} d\bar{r}. \end{aligned} \quad (13)$$

Запишемо вихідний ефект  $Y_{A10}$  антени, що обертається. Для цього визначимо поле сигналу на апертурі  $\bar{r}$  при повороті її на кут  $(\hat{\beta}, \hat{\nu})$

$$\begin{aligned} S(t, r', \beta, \nu) &= S_0 \times \\ &\times \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} r' \cos(\hat{\nu}' - \nu_0) \cos(\alpha - \beta_0 - \hat{\beta}') \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Тоді

$$\begin{aligned} Y_{A10} &= \int_0^R \int_0^{2\pi} S_0 \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} r' \cos(\nu_0 - \nu) \times \right. \\ &\quad \left. \times \cos(\alpha - \beta_0 - \hat{\beta}) \right\} dr' da + \\ &\quad + \int_Z n(t, \bar{r}') d\bar{r}', \end{aligned}$$

де  $r'$  в (14) і (15) враховує зміну апертури антени при її повороті.

Статистичні характеристики нормальних випадкових процесів, визначених другими доданками у виразах (14) і (15) збігаються.

Практично збігаються і сигнальні складові вихідних ефектів. Це означає, що обертається (скануюча) антена із заданою діаграмою спрямованості забезпечує оптимальну просторову обробку сигналів, якщо не враховувати часу на огляд простору.

Для визначення потенційних похибок вимірювання параметрів  $(\beta, \nu)$  знайдемо просторово-часову кореляційну функцію сигналу по кутових координатах. за визначенням

$$\Psi(\hat{\beta}, \hat{\nu}) = C \int_Z \int_Z S(t, \bar{r}, \beta, \nu) S^*(t, \bar{r}, \beta + \hat{\beta}, \nu + \hat{\nu}) dt d\bar{r}, \quad (16)$$

тут

$$S(t, \bar{r}, \beta, \nu) = S_0 \exp \left\{ j2\pi f_0 \left( t - \frac{\bar{p}\bar{r}}{c} \right) \right\}. \quad (17)$$

Підставимо вираз (17) в (16) отримаємо

$$\begin{aligned} \Psi(\hat{\beta}, \hat{\nu}) &= \\ &= C \int_{-T}^T \int_0^R \int_0^{2\pi} S_0^2 \exp \left\{ -j2\pi f_0 \left[ t - \frac{r}{c} \cos \nu \cos(\alpha - \beta) \right] \right\} \times \\ &\times \exp \left\{ j2\pi f_0 \left[ t - \frac{r}{c} \cos(\nu - \hat{\nu}) \cos(\alpha - \beta - \hat{\beta}) \right] \right\} r dr dt da = \end{aligned}$$

$$= S_0^2 \int_0^R \int_0^{2\pi} \exp \left\{ j2\pi \frac{r}{\lambda} \begin{bmatrix} \cos v \cos(a - \beta) - \\ -\cos(v - \hat{v}) \times \\ \times \cos(a - \beta - \hat{\beta}) \end{bmatrix} \right\} r dr da. \quad (18)$$

Вводячи позначення

$$\begin{aligned} A &= \cos v \cos \beta - \cos(v + \hat{v}) \cos(\beta + \hat{\beta}); \\ B &= \cos v \sin \beta - \cos(v + \hat{v}) \sin(\beta + \hat{\beta}); \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} D^2 &= A^2 + B^2 = \\ &= \cos^2 v + \cos^2(v + \hat{v}) - 2 \cos v \cos(v + \hat{v}) \cos \hat{\beta}; \\ \gamma &= \arctg \frac{B}{A}, \end{aligned}$$

приходимо до такого запису (18)

$$\begin{aligned} \psi(\hat{\beta}, \hat{v}) &= S_0^2 2T \int_0^R \int_0^{2\pi} \exp \left\{ j2\pi \frac{r}{\lambda} D \cos(a - \gamma) \right\} r dr da = \\ &= S_0^2 2T 2\pi \int_0^R r I_0 \left( 2\pi \frac{r}{\lambda} D \right) dr = 2Q \frac{I_1 \left( 2\pi \frac{R}{\lambda} D \right)}{2\pi \frac{R}{\lambda} D}. \end{aligned} \quad (20)$$

Тут  $Q = S_0^2 2T\pi R^2$  – енергія сигналу;  $I_0(x), I_1(x)$  – Функції Бесселя, відповідно нульового та першого порядку.

Скориставшись розкладанням функції Бесселя  $I_1(x)$  [18], отримуємо

$$\psi(\hat{\beta}, \hat{v}) = 2Q \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{16} \left( 2\pi \frac{R}{\lambda} D \right)^2 \right]. \quad (21)$$

Для розрахунку теоретично граничної точності оцінок необхідно визначити інформаційну матрицю  $\Phi$ .

Дисперсії оцінок будуть знайдені як відповідні діагональні елементи матриці  $\Sigma$ , зворотної  $\Phi$ :  $\Sigma = \Phi^{-1}$ .

Скориставшись виразом для довільного елемента матриці  $\Phi_{ij}$  і виразом (5) для опорного сигналу системи обробки, отримуємо

$$\sum_{\hat{\beta}\hat{v}} = \sum_{\hat{v}\hat{\beta}} = \left\langle \left( (\beta - \beta^*) (v - v^*) \right) \right\rangle = 0,$$

### АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ СИГНАЛОВ АНТЕННЫ С ПЛОСКОЙ АПЕРТУРОЙ

Е.С. Козелкова

*В статье рассматриваются вопросы определения оптимальной пространственно-временной обработки сигналов при помощи антенн с плоской апертурой.*

**Ключевые слова:** антенны с плоской апертурой, диаграмма направленности, разрешающая способность, пространственная обработка сигналов.

### ANALYSIS OF THE OPTIMAL TREATMENT OF SPACE-TIME SIGNAL ANTENNA PLANAR APERTURE

E.S. Kozelkova

*The article deals with the determination of the optimal space-time processing of signals with a flat antenna aperture.*

**Keywords:** antenna with a planar aperture, radiation pattern, resolution, spatial signal processing.

$$\sigma_{\hat{\beta}}^2 = \sum_{\hat{\beta}\hat{\beta}} = \left\langle \left( (\beta - \beta^*) \right)^2 \right\rangle = \frac{N_0}{Q \left( 2\pi \frac{R}{\lambda} \right)^2 \cos^2 v}, \quad (22)$$

$$\sigma_{\hat{v}}^2 = \sum_{\hat{v}\hat{v}} = \left\langle \left( (v - v^*) \right)^2 \right\rangle = \frac{N_0}{Q \left( 2\pi \frac{R}{\lambda} \right)^2 \sin^2 v}.$$

Як впливає з наведених співвідношень оцінки кутових координат  $\beta$  і  $v$  є незалежними. Результуюча точність залежить від енергетичного відносини сигнал-перешкода і тим вище, чим більше розміри використовуваної апертури, що визначаються ставленням  $R/\lambda$ .

### Висновки

Виходячи з визначення потенційних похибок вимірювальної радіосистеми, і аналізу просторово-часової кореляційної функції сигналу по кутових координатах впливає, що обертається (скануюча) антена із заданою діаграмою спрямованості може забезпечити оптимальну просторову обробку сигналів, якщо не враховувати часу на огляд простору.

Результуюча точність залежить від енергетичного відносини сигнал-перешкода і тим вище, чим більше розміри використовуваної апертури.

### Список літератури

1. Родимов А.П. Статистическая теория поляризационно-временной обработки сигналов и помех в линиях связи / А.П. Родимов, В.В. Поповский – М.: Радио и связь, 1984. – 272с.
2. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. / Справочник. Под ред. Я. Д. Ширмана. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.
3. Кондратьев В.С. Многопозиционные радиотехнические системы / В.С. Кондратьев, А.Ф. Котов, Л.Н. Марков / – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.
4. Коростелев А.А. Пространственно-временная теория радиосистем / А.А. Коростелев / – М.: Радио и связь, 1987. - 320с.

Надійшла до редколегії 17.07.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. Л.Ф. Купченко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.