

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМА ХАФФМАНА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ПСЕВДОМЕДИАННОГО ФИЛЬТРА

А.В. Шостак¹, Ю.И. Дорошенко²

(¹Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков,

²Национальный технический университет «ХПИ», Харьков)

Приводится методика синтеза структуры взвешенного псевдомедианного фильтра с помощью алгоритма Хаффмана.

медианная фильтрация, взвешенная псевдомедианная фильтрация

Введение. Основными достоинствами медианной фильтрации при обработке изображений является [1]: сохранение при фильтрации перепадов яркости изображения; наилучшее подавление шумов, имеющих распределения с “тяжелыми хвостами” (например, биэкспоненциальное), и импульсных шумов. К недостаткам медианной фильтрации относят: худшее, чем при фильтрации с помощью скользящего среднего, подавление аддитивных шумов с равномерным и нормальным распределениями; при больших размерах апертуры фильтра искажаются мелкие детали изображения; повышенные требования к быстродействию фильтра при работе в режиме реального времени.

Несмотря на простоту некоторых алгоритмов оценки медианы [2], медианная фильтрация продолжает требовать значительных вычислительных ресурсов, что объясняется реальным режимом работы при обработке изображения, увеличением разрешения и глубины цвета, увеличением апертуры фильтра и использованием взвешенной медианной фильтрации. Поэтому поиск более эффективных алгоритмов оценки медианы является **актуальной** задачей. В данной статье рассматривается методика синтеза взвешенного псевдомедианного фильтра на основе структуры данных типа дерево с использованием алгоритма Хаффмана [3].

Основная часть. Пусть в апертуре фильтра имеется последовательность из n чисел (n нечетно) $A = (a_1, \dots, a_n)$. Для хранения последовательности чисел A и оценки медианы будем использовать m -арное корневое дерево, в котором каждая вершина (кроме листьев) имеет не более m потомков [3]. Псевдомедианная фильтрация при различной арности дерева отличается быстродействием и точностью оценки медианы последовательности A .

Пусть h_i – глубина i -го листа в дереве, $h_{\max} = \max(h_1, \dots, h_n)$ – максимальная глубина листьев в деревьях с n листьями. Вес i -го листа в дереве определим по формуле $w_i = 1 + \Delta h_i$, где $\Delta h_i = h_{\max} - h_i$, $i = 1, 2, \dots, n$. Упорядочим по убыванию веса листьев в дереве, т.е. $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_n$.

Тогда $\bar{W} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ – упорядоченный вектор весов листьев дерева. Пусть также для выполнения взвешенной медианной фильтрации известен вектор весов в апертуре фильтра \bar{V}' , элементы которого также упорядочены по убыванию, т.е. $v_1 \geq v_2 \geq \dots \geq v_n$. Пусть существует k различных m -арных корневых деревьев с n листьями.

Время взвешенной медианной фильтрации с фильтром \bar{V}' пропорционально сумме всех n элементов вектора, тогда как время псевдомедианной фильтрации с фильтром \bar{W}' пропорционально n .

Задача синтеза псевдомедианного фильтра апертурой n состоит в определении структуры m -арного корневого дерева, вектор весов которого \bar{W} наиболее близок к заданному вектору весов взвешенного фильтра \bar{V} .

Для синтеза \bar{W} по \bar{V} воспользуемся алгоритмом Хаффмана [3].

Пример. Пусть апертюра фильтра $N = 9$, вектор весов оптимального взвешенного медианного фильтра $\bar{V}' = (2 \ 2 \ 5 \ 6 \ 9 \ 6 \ 5 \ 2 \ 2)$ [4]. Упорядоченный по убыванию вектор весов имеет вид $\bar{V} = (9 \ 6 \ 6 \ 5 \ 5 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2)$. На рис. 1 для \bar{V} представлены m -арные корневые деревья ($m = 3, 5, 7$) и соответствующие им псевдомедианные фильтры \bar{W} , построенные в соответствии с алгоритмом Хаффмана.

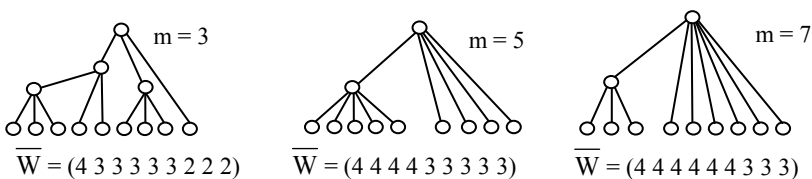


Рис. 1. m -арные деревья, построенные по алгоритму Хаффмана для \bar{V}

В табл. 1 приведены характеристики псевдомедианных фильтров \bar{W} , полученных в соответствии с алгоритмом Хаффмана для $\bar{V}' = (2 \ 2 \ 5 \ 6 \ 9 \ 6 \ 5 \ 2 \ 2)$.

Таблица 1

Характеристики псевдомедианных фильтров \bar{W}

№	фильтр \bar{W}	m -арность дерева	Ошибка E	Число совпадений фильтра \bar{W} с фильтром \bar{V}'
1.	4 3 3 3 3 3 2 2 2	3	52	5131
2.	4 4 4 4 3 3 3 3 3	5	42	7309
3.	4 4 4 4 4 3 3 3 3	7	42	6078

По алгоритму Хаффмана для взвешенного медианного фильтра $\bar{V}' = (2\ 2\ 5\ 6\ 9\ 6\ 5\ 2\ 2)$ деревом с оптимальным вектором длин путей при $m = 3$ является дерево с весами $\bar{W}' = (2\ 2\ 3\ 3\ 4\ 3\ 3\ 2\ 3)$ с алгоритмом поиска псевдомедианы $a^* = \text{med}(a(5), \text{med}(a(3), a(7), a(9))), \text{med}(a(4), a(6), \text{med}(a(1), a(2), a(8))))$, при $m = 5$ – дерево с весами $\bar{W}' = (3\ 3\ 4\ 4\ 4\ 4\ 3\ 3\ 3)$ с алгоритмом поиска псевдомедианы $a^* = \text{med}(a(3), a(4), a(5), a(6), \text{med}(a(1), a(2), a(7), a(8), a(9))))$, при $m = 7$ – дерево с весами $\bar{W}' = (3\ 3\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 3\ 4)$ с алгоритмом поиска псевдомедианы $a^* = \text{med}(a(3), a(4), a(5), a(6), a(7), a(9), \text{med}(a(1), a(2), a(8))))$. В 4-м столбце таблицы приведена среднеквадратическая ошибка E , которая вычисляется как сумма разности квадратов отклонений w_i от v_i и оценивает степень близости псевдомедианного фильтра \bar{W}' к фильтру \bar{V}' .

Значение среднеквадратической ошибки $E = 42$, полученное для фильтра $\bar{W} = (4\ 4\ 4\ 4\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3)$, является минимальным среди всех m -арных корневых деревьев ($m = 3, 5, 7, 9$).

В столбце 5 приведено число совпадений значений оценок медиан псевдомедианного фильтра \bar{W}' с оценками взвешенного фильтра \bar{V}' (на входы фильтров подавались равномерно распределенные в интервале $0 \dots 255$ числа и подсчитывалось число совпадений значений оценок на 10000 испытаний). Наиболее близким к взвешенному медианному фильтру \bar{V}' является псевдомедианный фильтр $\bar{W}' = (3\ 3\ 4\ 4\ 4\ 4\ 3\ 3\ 3)$.

Время взвешенной фильтрации с \bar{V}' пропорционально сумме 9 элементов v_i , равной 39, тогда как время псевдомедианной фильтрации с \bar{W}' пропорционально $n = 9$.

Выводы. Таким образом, приведена методика синтеза структуры древовидного взвешенного псевдомедианного фильтра с использованием алгоритма Хаффмана. Исходными данными при синтезе фильтра являются размер апертуры фильтра n , целые значения весов взвешенного медианного фильтра \bar{V}' и арность дерева m .

ЛИТЕРАТУРА

1. *Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений.* / Под ред. Т.С. Хуанга. – М.: Радио и связь, 1984. – 224 с.
2. Шостак А.В., Дорошенко Ю.И. Выбор алгоритма поиска медианы при небольшой размерности задачи // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2003. – Вип. 21. – С. 183-186.
3. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. – М.: Мир, 1984. – 454 с.
4. Yin L., Yang R., Neuvo Y. Weighted median filters: a tutorial // IEEE transactions on circuits and systems. – 1996. – Vol. 43, No. 3. – P. 157-191.

Поступила 10.03.2006

Рецензент: доктор технических наук, профессор В.С. Харченко,
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ».
