

УДК 629.056.6(043.2)

В.М. Васильєв, В.О. Рогожин, Б.І. Долінце

Національний авіаційний університет, Київ

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПОХИБОК ІНЕРЦІАЛЬНО-СУПУТНИКОВОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

Проведено дослідження похибок комплексної інерціально-супутникової навігаційної системи (ІНС), побудованої за схемою корекції сигналів. Отримано математичні моделі, що описують похибки визначення навігаційних параметрів у комплексній системі. Складено модель комплексної ІНС з використанням програмного пакету Simulink. У результаті отримано графіки зміни похибок у динамічному режимі роботи ІНС і проведено аналіз точності.

**Ключові слова:** навігація, комплексування, інерціальна система, супутникова система, інерціально-супутникова система.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Одним зі шляхів удосконалювання обробки навігаційної інформації є створення комплексних систем. Сутність комплексування полягає в тому, щоб використовувати інформацію про ті ж самих, або функціонально зв'язаних параметрів, отриманих від різних вимірників, для підвищення точності й надійності визначення параметрів.

Потреба в одночасному вимірюванні тих самих параметрів за допомогою пристроїв і систем, що працюють на різних фізичних принципах, обумовлена тим, що кожен вимірник окремо може не задовольняти всім вимогам, які пред'являються до вимірів цих параметрів. У ряді випадків комплексування дає можливість використовувати більш дешеве обладнання і одночасно задовольняти необхідним експлуатаційним характеристикам та вимогам точності.

Найбільшого ефекту можна досягнути при комплексуванні радіотехнічних і не радіотехнічних вимірників. Це зумовлено тим, що похибки цих систем мають статистичні характеристики, які сильно відрізняються один від одного, і власне це дає значний вииграш від комплексування.

Супутникова навігаційна системи (СНС) являє собою радіотехнічну систему, в той час як інерціальна навігаційна система (ІНС) – не радіотехнічна. Комплексування інерціальної навігаційної системи і супутникової навігаційної системи дозволяє об'єднати переваги й компенсувати недоліки, властиві кожній із систем окремо.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Актуальність задачі комплексування і методи її вирішення відображено в великій кількості публікацій [1 – 5]. Широкого застосування отримали методи комплексування навігаційних вимірників на основі взаємної компенсації і фільтрації їх похибок [1 – 4]. Реалізація такого методу комплексування вимірників дуже

різноманітна. Для фільтрації використовуються оптимальні стохастичні методи оцінки сигналів вимірників. На практиці комплексування вимірників на основі взаємної компенсації й фільтрації їхніх похибок і визначення передатної функції фільтра, як правило, здійснюється із застосуванням критерію мінімуму середнього квадратичного значення результуючої похибки. Широкого застосування отримав фільтр Калмана. Застосовуються два способи комплексування з використанням оптимальної фільтрації – із включенням фільтра в пряме коло схеми комплексування й із включенням фільтра в коло зворотного зв'язка [4 – 6]. Однак, застосування оптимальної фільтрації потребує знань адекватних математичних моделей похибок вимірювань та їх статистичних характеристик.

Застосовуються також схеми комплексування, що не вимагають комп'ютерної обробки, в яких радіотехнічні і не радіотехнічні вимірники об'єднуються через введення сигналу в замкнуте коло спостереження з включенням додаткових коректувальних елементів.

**Постановка завдання.** Завдання полягає в дослідженні похибок запропонованої комплексної інерціально-супутникової навігаційної системи (ІНС), побудованої за схемою корекції сигналів. Дослідження виконується аналітично і методом комп'ютерного моделювання з використанням програмного моделюючого пакету Simulink, у результаті аналізується точність визначення ІНС відповідних навігаційних параметрів.

### Результати досліджень

#### Схема комплексної інерціально-супутникової навігаційної системи

Схему комплексування інерціальної і супутникової систем з використанням коректувальних кіл показано на рис. 1 [6]. На схемі позначено похибки визначення координати, швидкості та прискорення комплексної інерціально-супутникової системи:

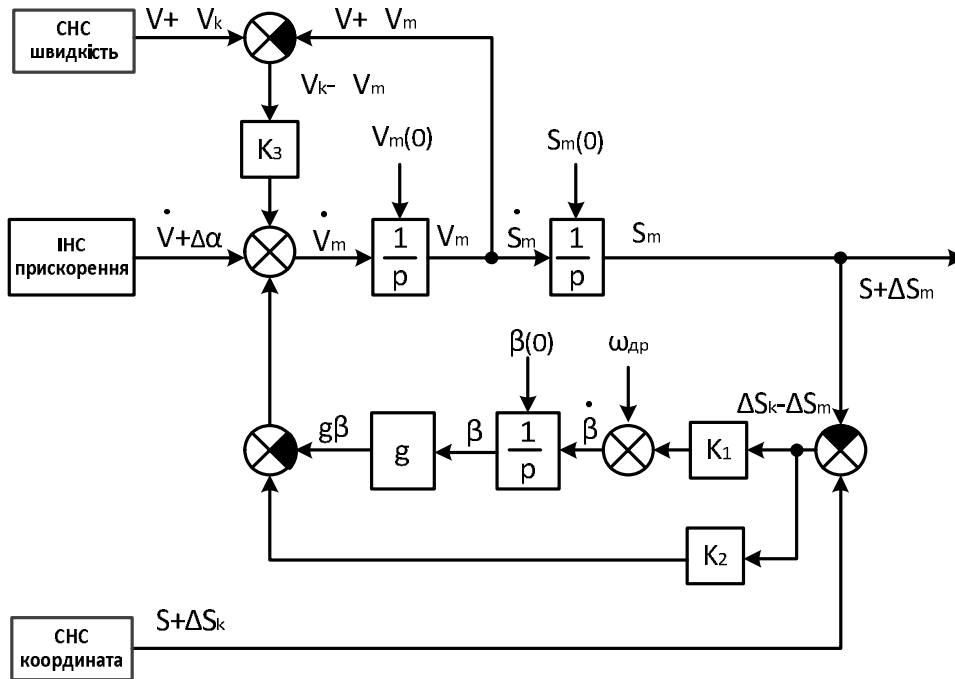


Рис. 1. Схема комплексування ІНС і СНС з коректорами

$\Delta S_m = S_m - S$  – похибка визначення координати  $S$ ;  
 $\Delta V_m = V_m - V$  – похибка визначення швидкості  $V$ ;  
 $\Delta \dot{V}_m = \dot{V}_m - \dot{V}$  – похибка визначення прискорення  $\dot{V}$ , а також  $\beta$  – кутова похибка горизонтування ІНС;  $\Delta a$  – похибка акселерометра;  $\omega_{др}$  – кутова швидкість дрейфу ІНС;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $\Delta S_k = S_k - S$ ,  $\Delta V_k = V_k - V$  – похибки СНС відповідно за координатою і швидкістю.

**Математична модель похибок комплексної ІСНС**

Відповідно до схеми запишемо рівняння, що описують похибки визначення швидкості, горизонтування і координати  $\Delta V_m$ ,  $\beta$ ,  $\Delta S_m$  на виходах трьох відповідних суматорів:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V}_m &= K_3(\Delta V_k - \Delta V_m) + K_2(\Delta S_k - \Delta S_m) - g\beta + \Delta a; \\ \dot{\beta} &= K_1(\Delta S_k - \Delta S_m) + \omega_{др}; \\ \Delta \dot{S}_m &= \Delta V_m. \end{aligned} \quad (1)$$

Позначимо вектор змінних похибок (вектор стану):

$$X = [\Delta V_m, \beta, \Delta S_m]^T.$$

Позначимо також:

$$\begin{aligned} b_v &= K_3 \Delta V_k + K_2 \Delta S_k + \Delta a; \\ b_\beta &= K_1 \Delta S_k + \omega_{др}; \\ b_s &= 0. \end{aligned}$$

і сформуємо вектор-стовпець вільних членів системи

$$B = [b_v, b_\beta, b_s]^T. \quad (2)$$

Тоді математична модель похибок досліджуваної системи (1) запишеться у векторно-матричному вигляді як

$$\dot{X} = FX + B, \quad (3)$$

де

$$F = \begin{bmatrix} -K_3 & -g & -K_2 \\ 0 & 0 & -K_1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Визначення параметрів коректувальних елементів**

Для визначення параметрів коректувальних елементів схеми комплексування інерціальної і супутникової систем представимо математичну модель похибок (3) в операторній формі

$$(pI - F)X(p) = B(p). \quad (4)$$

Знайдемо характеристичний визначник досліджуваної системи (3):

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} (p + K_3) & g & K_2 \\ 0 & p & K_1 \\ -1 & 0 & p \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Запишемо характеристичне рівняння системи:

$$p^3 + p^2 K_3 + p K_2 - g K_1 = 0. \quad (6)$$

Для дослідження системи на усталеність скористаємось новим оператором:

$$p = P_\tau \omega. \quad (7)$$

Згідно (7) рівняння (6) матиме вигляд:

$$P_{\tau}^3 \omega^3 + P_{\tau}^2 \omega^2 K_3 + P_{\tau} \omega K_2 - gK_1 = 0, \quad (8)$$

де  $\omega^3 = -gK_1$ , а  $\omega$  – частота власних коливань системи.

Пронормуємо рівняння (8). Поділимо (8) на  $\omega^3$  і отримаємо:

$$P_{\tau}^3 + P_{\tau}^2 \frac{K_3}{\omega} + P_{\tau} \frac{K_2}{\omega^2} + 1 = 0. \quad (9)$$

Використовуючи критерій усталеності Вишнеградського отримаємо для коефіцієнтів кубічного рівняння (9):

$$\frac{K_3}{\omega} = 3; \quad \frac{K_2}{\omega^2} = 3. \quad (10)$$

Отримані вирази (10) використаємо для визначення оптимального значення коефіцієнтів підсилення  $K_2, K_3$ , вибір яких робиться за умови забезпечення заданої якості перехідних процесів корекції ІНС, обумовленої значенням власної частоти системи, яку задаємо

$$\omega = 0,01 \text{ с}^{-1}.$$

В результаті знаходимо:

$$K_2 = -1,02 \cdot 10^{-7}; \quad K_3 = 3,0 \cdot 10^{-4};$$

$$K_4 = 0,03.$$

### Дослідження похибок комплексної системи в усталеному режимі роботи

На підставі отриманих математичних рівнянь (3), (4), що описують похибки визначення вихідних даних комплексної системи, запишемо розв'язок системи рівнянь в операторній формі:

$$\Delta V_m(p) = \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)}; \quad (11)$$

$$\beta(p) = \frac{\Delta_2(p)}{\Delta(p)}; \quad (12)$$

$$\Delta S_m(p) = \frac{\Delta_3(p)}{\Delta(p)}, \quad (13)$$

де  $\Delta_i(p)$  – визначник, що виходить із  $\Delta(p)$  заміною в (5) і-го стовпця стовпцем вільних членів (2) системи.

У результаті отримаємо вирази для похибок ІНС в операторній формі, де:

$$\Delta_1(p) = p^2(K_3 \Delta V_k + K_2 \Delta S_k + \Delta a) - pg(K_1 \Delta S_k + \omega_{др});$$

$$\Delta_2(p) = p^2(K_1 \Delta S_k + \omega_{др}) + p(K_1 K_3 \Delta S_k + K_3 \omega_{др}) - K_1 K_3 \Delta V_k + K_2 \omega_{др} - K_1 \Delta a;$$

$$\Delta_3(p) = p(K_3 \Delta V_k + K_2 \Delta S_k + \Delta a) - gK_1 \Delta S_k - g\omega_{др};$$

$$\Delta(p) = p^3 + p^2 K_3 + p K_2 - gK_1.$$

На підставі отриманих виразів визначимо для (11)-(13) усталені значення похибок комплексної системи з використанням граничних переходів (при  $p \rightarrow 0$ ).

В результаті будемо мати:

$$\Delta V_m^{уст} \approx 0;$$

$$\beta^{уст} = \frac{-K_1 K_3 \Delta V_k + K_2 \omega_{др} - K_1 \Delta a}{-gK_1};$$

$$\Delta S^{уст} = \frac{-gK_1 \Delta S_k - g\omega_{др}}{-gK_1} = \Delta S_k + \frac{\omega_{др}}{K_1},$$

і, підставляючи чисельні значення відповідних похибок заданого класу систем:

$$\omega_{др} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ '}/\text{с};$$

$$\Delta a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}/\text{с}^2;$$

$$\Delta S_k = 20 \text{ м}; \quad \Delta V_k = 0,2 \text{ м}/\text{с}; \quad \beta_0 = 3 \text{ '},$$

отримаємо такі усталені значення похибок визначення вихідних даних системи:

$$\Delta V_m^{уст} \approx 0; \quad \beta^{уст} = 2,4 \text{ '}; \quad \Delta S^{уст} = 18,6 \text{ м}. \quad (14)$$

### Дослідження похибок комплексної системи в динамічному режимі роботи

В умовах реального польоту систему комплексування найбільш достовірно характеризують динамічні режими. Дослідження похибок запропонованої системи у динамічному режимі роботи проводилося шляхом комп'ютерного моделювання з використанням моделюючого програмного пакету Simulink.

Зібрана в Simulink схема, яка моделює роботу комплексної інерціально-супутникової системи, наведена на рис. 2. Дана схема синтезована на основі запропонованої схеми компенсації похибок за допомогою коректорів (див. рис. 1). В схему моделювання (див. рис. 2) введено елементи, що додатково до корисного сигналу подають на вхід схеми також сигнали високочастотної складової похибки (ВЧ похибка) та низькочастотної (НЧ похибка). Схема має також елементи, що враховують вплив періоду Шулера та кривизну форми Землі.

Це дозволяє робити висновки про роботу системи в реальних умовах впливу даних чинників. Ваговий рівень сигналу похибки до корисного сигналу лежить в межах 5-10%.

В результаті моделювання роботи системи за умови впливу на неї дрейфу гіроплатформи, дрейфу акселерометра та нахилу гіроплатформи отримані графіки зміни похибок системи у динамічному режимі роботи (рис. 3 – 5).

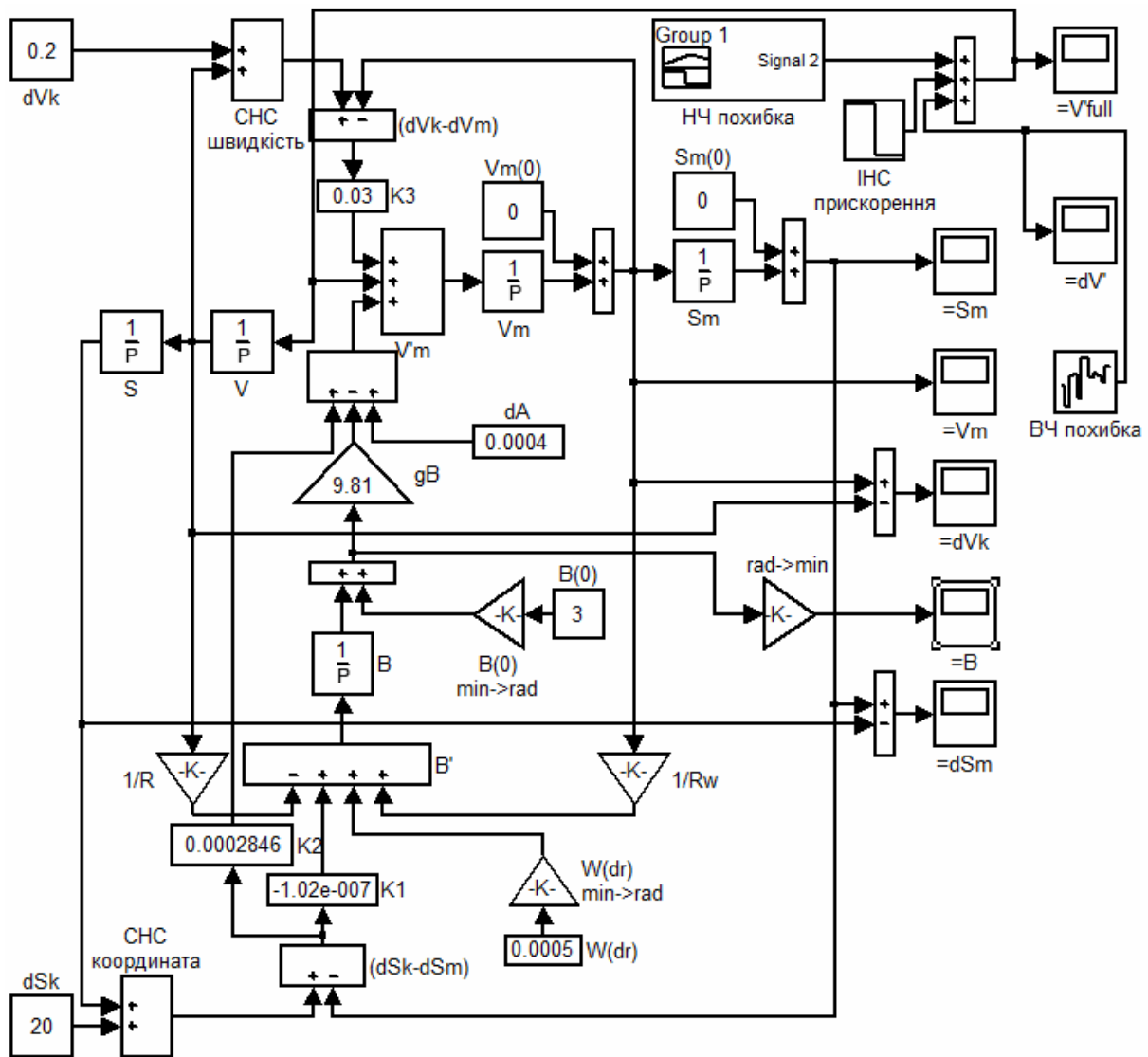


Рис. 2. Схема, моделююча комплексну інерціально-супутникову систему

Включення в комплексну систему контуру позиційної корекції звело значення похибок системи по координаті до прийнятних меж, при цьому немає накопичення похибки із часом (див. рис. 3). Після перехідного процесу тривалістю біля 700 с значення похибки системи по координаті стало усталеним та лежить в межах 18,5 м.

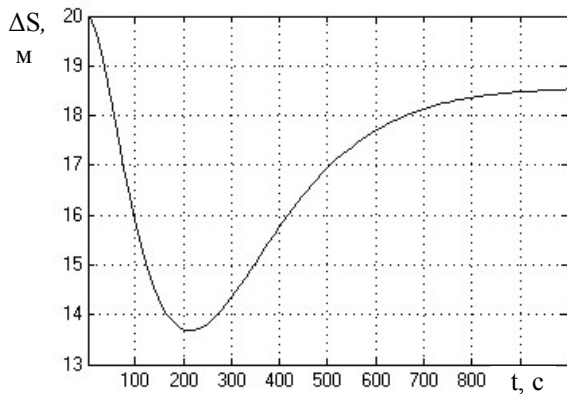


Рис. 3. Похибка визначення координати

Таку ж ситуацію спостерігаємо й на графіку похибки визначення швидкості (див. рис. 4). Після перехідного процесу значення похибки стає усталеним наближеним до нуля.

Крива похибки горизонтування показана на рис. 5. Відсутні синусоїдальні коливання похибки, а

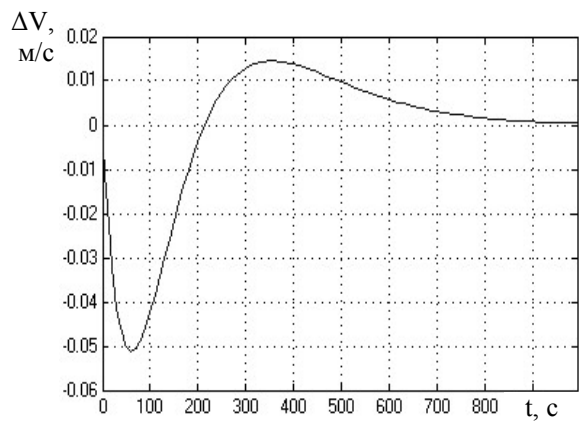


Рис. 4. Похибка визначення швидкості

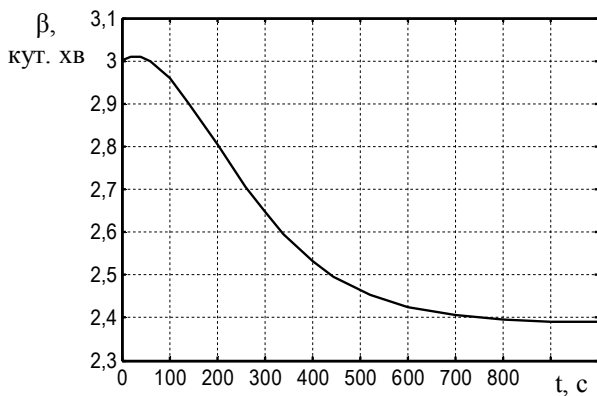


Рис. 5. Похибка визначення кута нахилу платформи

її значення після перехідного процесу устанавлюється на рівні, яке дорівнює приблизно  $2,38'$ , що відповідає значенню, розрахованому раніше.

З графіків видно, що з часом похибки добігають усталених значень, що були отримані раніше на підставі операторної форми визначення похибок в усталеному режимі і записані у виразах (14).

## Висновки

В даній роботі виконано дослідження запропонованої раніше схеми комплексної обробки даних інерціальної і супутникової систем з включенням додаткових коректувальних елементів у коло зворотного зв'язку схеми.

Виведено математичні моделі, що описують похибки визначення навігаційних параметрів у комплексній системі, на підставі яких проведено дослідження характеристик комплексної ІСНС і отримано значення усталених похибок визначення навігаційних параметрів у статичному режимі роботи.

Проведено комп'ютерне моделювання комплексної інерціально-супутникової навігаційної системи з використанням програмного пакету Simulink і аналіз точності ІСНС у динамічному режимі роботи.

Запропонована комплексна інерціально-супутникової навігаційної системи є повністю стабільною

ї може використовуватися в реальних бортових навігаційних системах.

Отримані результати показують, що в усталеному режимі роботи характеристики комплексної навігаційної системи дозволяють з достатньою точністю забезпечувати вирішення навігаційних завдань. Однак перехідний процес устанавки усталеного значення похибок досить тривалий, що потребує певного часу для виставлення комплексної системи до заданої точності роботи ІСНС до початку виконання польоту. Запропонована схема комплексування ІСНС може бути рекомендована для використання в недорогих літальних апаратах, насамперед в безпілотній авіації.

## Список літератури

1. Иванов Ю.П. Комплексирование информационно-измерительных устройств летательных аппаратов: Учеб. пособие для вузов / Ю.П. Иванов, А.Н. Синяков, И.В. Филатов / под. ред. В.А. Боднера. – К.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1984. – 207 с.
2. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации / М.С. Ярлыков. – М.: Радио и связь, 1985. – 344 с.
3. Бабак В.П. Супутникова радіонавігація / В.П. Бабак, В.В. Конін, В.П. Харченко. – К.: Техніка, 2004. – 328 с.
4. Філяшкін М.К. Рогожин В.О., Скрипечь А.В., Лукінова Т.І. Інерціально-супутникові навігаційні системи / М.К. Філяшкін, В.О. Рогожин, А.В., Скрипечь, Т.І. Лукінова. – К.: НАУ, 2009. – 296 с.
5. Корекція інерціальної системи навігації швидкісними та позиційними коректорами / Н.О. Депутат, Ю.І. Смилова, М.К. Філяшкін, В.О. Рогожин // Матеріали VI Міжнародної науково-технічної конференції "АВІА-2004" Том.2, 2004. – К.: НАУ, 2004. – С. 67-70.
6. Долінце Б.І. Методи зменшення похибок інтегрованої інерціально-супутникової навігаційної системи / Б.І. Долінце // Проблеми навігації і управління рухом: тези доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих учених і студентів, 28-29 листопада, 2012. – К.: НАУ. – 2012. – С. 45.

Надійшла до редколегії 1.08.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. Г.Ф. Конахович, Національний авіаційний університет, Київ.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОШИБОК ИНЕРЦИАЛЬНО-СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

В.Н. Васильев, В.А. Рогожин, Б.И. Долинце

Проведено исследование ошибок комплексной инерциально-спутниковой навигационной системы (ИСНС), построенной по схеме коррекции сигналов. Получены математические модели, описывающие погрешности определения навигационных параметров в комплексной системе. Составлена модель комплексной ИСНС с использованием программного пакета Simulink. В результате получены графики изменения погрешностей ИСНС в динамическом режиме работы и проведен анализ точности.

**Ключевые слова:** навигация, комплексирование, инерциально-спутниковая навигационная система.

## RESEARCH OF THE ERRORS OF INTEGRATED INERTIAL AND SATELLITE NAVIGATION SYSTEM

V.N. Vasyliiev, V.A. Rogozhyn, B.I. Dolintse

The errors of integrated inertial and satellite navigation system (ISNS) with correction scheme is investigated. The mathematical models describing the error of navigation parameters evaluation in the integrated system have been obtained. The model of integrated ISNS was compiled using a software package Simulink. As a result the diagrams of ISNS errors in dynamic mode of operation and accuracy analysis have been obtained.

**Keywords:** navigation, integrated inertial-satellite navigation system.