УДК 621.311

ОБОБЩЕННАЯ МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО РЯДА МОЩНОСТЕЙ АВТОНОМНЫХ ЭЛЕКТРОАГРЕГАТОВ

А.Б. Кульчицкий
(Электротехническая служба ВС Украины, Киев)

Предложена методика решения задачи выбора оптимального ряда мощностей автономных электроагрегатов для варианта нелинейной интегральной функции потребности в мощности с учетом затрат на эксплуатацию и наличием фиксированных типов электроагрегатов.

оптимальный ряд, мощность, автономные электроагрегаты

Введение. Рассматриваемая задача относится к классу задач оптимального управления и может решаться методами полного или направленного перебора, линейного, нелинейного и динамического программирования. Известно, что при решении задачи выбора источников электроэнергии для системы электроснабжения предварительно необходимо решить задачу выбора стандартного ряда мощностей электроагрегатов, входящих в состав системы электроснабжения. В данной статье излагается методика решения задачи выбора оптимального ряда мощностей автономных электроагрегатов для варианта нелинейной интегральной функции потребности в мощности, с учетом затрат на эксплуатацию и наличием фиксированных типов электроагрегатов.

Анализ литературы. Методы решения подобных задач изложены в работах [1 – 5]. Здесь рассматриваются математические модели и обосновываются способы выбора перспективного ряда мощностей источников электрической энергии для образцов вооружения и военной техники.

Так, в [2] показано, что решение рассматриваемой задачи необходимо искать на двух уровнях – вначале определиться с рядом мощностей источников, а затем решать собственно задачу распределения источников по потребителям. В [3] сформулирована математическая задача определения ряда мощностей источников. Показано, что суммарные затраты S_M, связанные с созданием и эксплуатацией M электроагрегатов N типов, не учитывая их выход из строя по мере эксплуатации, будут равны

$$S_M = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=0}^{N-1} [F(x_{k+1}) - F(x_k)] \cdot M_i \cdot C_{\text{п}i}(x_{k+1}) +$$
$$+ \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=0}^{N-1} C_{pi}(x_{k+1}) + \sum_{i=1}^{N} X_i T_i \int_0^T \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} [F(x_{k+1}) - F(k)] \cdot M_i \cdot C_{\text{э}i}(x_{k+1}, t) \right\} dt. \quad (1)$$

где $F(x_{k+1})-F(x_k)$ – интегральная функция распределения мощности в диапазоне ее изменения от x_k до x_{k+1}, понимая при этом, что в первом диапазоне мощность изменяется от нулевого значения до максимального значения, определяемого номинальной мощностью агрегата первого типа; $C_{пi}(x_{k+1})$ – функция стоимости производства электроагрегатов i-го типа (k + 1)-го диапазона мощности; $C_{pi}(x_{k+1})$ – функция стоимости разработки, испытаний и постановки на производство электроагрегатов i-го типа (k + 1)-го диапазона мощности; $C_{эi}(x_{k+1})$ – функция стоимости эксплуатации или хранения электроагрегатов i-го типа (k + 1)-го диапазона мощности; N – число типов электроагрегатов, равное числу диапазонов мощностей; $M=\sum_{i=1}^{N} M_i$ – общее число агрегатов; M_i – число агрегатов i-го типа; T – плановый период эксплуатации системы электроснабжения.

В [3] получены соотношения для простейшего случая, когда функции стоимости ($C_{п\,i}(x_k)=ax_k\,,C_{p\,i}(x_k)=cx_k$) являются линейными, а затратами на эксплуатацию можно пренебречь ($C_{эi}(x_k) = 0$).

В [5] получены расчетные соотношения выбора оптимального ряда мощностей автономных электроагрегатов при нелинейной интегральной функции распределения мощности $F(x_k)$ с учетом затрат на их эксплуатацию ($C_э(x_k) \neq 0$) и наличием фиксированных типов электроагрегатов.

Основной материал. В статье излагается разработанный метод решения одномерных задач выбора оптимального ряда мощностей автономных электроагрегатов при нелинейной интегральной функции распределения мощности $F(x_k)$ с учетом затрат на эксплуатацию ($C_э(x_k) \neq 0$) и наличием фиксированных типов электроагрегатов.

Рассмотрим прежде всего задачу о минимизации суммы

$$S_M=\sum_{k=0}^{N-1}\left[F(x_{k+1})-F(x_k)\right]C_п(x_{k+1})\,, \qquad (2)$$

обобщив ее на случай, когда часть типов устройств уже имеется в наличии, т.е. m точек уже фиксировано. В этом варианте задача сводится к определению минимума следующей суммы:

$$S_M=\sum_{k=0}^{N-1=(m+n)-1}\left[F(x_{k+1})-F(x_k)\right]C_п(x_{k+1})\,, \quad \alpha=x_0\le x_1\le\ldots\le x_N=\beta\,. \qquad (3)$$

Если фиксированных точек нет, то задача может быть решена методом динамического программирования путем последовательного определения минимумов следующих сумм:

$$S_j(x)=\min\left\{S_{j-1}(x)+\left[F(x)-F(y)\right]C_п(x)\right\}, \quad \alpha\le y\le x, \quad j=1,2,\ldots,N\,, \qquad (4)$$

где $S_0(x)=\left[F(x)-F(\alpha)\right]C_п(x), \quad x\in(\alpha,\beta)$.

При этом на выполнение одного шага, т.е. на вычисление $S_j(x)$ во всех узлах ε-сети (число узлов M), затрачивается c_1M операций (c_1 – некоторая константа) и M ячеек для хранения промежуточных результатов. Для решения всей задачи потребуется c_1NM^2 операций и NM ячеек. В случае наличия m фиксированных точек на каждом из $m+1$ фиксированных отрезков выполняется n шагов по формуле (4). После этого перебираются все возможные варианты размещения n точек в $m+1$ отрезках и каждый раз вычисляется S_N. То размещение, где S_M достигает минимума, и будет искомым. При этом будет затрачено $c_1 n \sum_{\ell=1}^{m+1} M_\ell^2 + c_2 c_{n+m}^n$ операций и nN ячеек памяти, где M_ℓ – число узлов ε-сети на $\left[x_{i_{\ell-1}}; x_{i_\ell}\right]$; $\sum_\ell M_\ell = M$; c_2 –константа.

Предложенный способ решения является весьма трудоемким. Основываясь на [6], может быть предложен менее трудоемкий способ решения этой задачи, справедливый, если $F(x_{k+1}) > F(x_k) > 0$ и $C_п(x_{k+1}) > C_п(x_k) > 0$.

Отметим, что во всех практически встречающихся случаях это условие выполняется, так как стоимость электроагрегатов с ростом аргумента (мощности, надежности и т.д.) всегда возрастает.

При указанных выше предположениях относительно $F(x_k)$ и $C_п(x_k)$ функция (3) является верхней интегральной суммой Римана-Стильтьеса. Для этой суммы справедлива следующая теорема, доказанная в [6].

При любых неубывающих, положительных и определенных на отрезке [α, β] функциях $F(x_k)$ и $C_п(x_k)$ последовательность, порождаемая минимумами верхних интегральных сумм Римана-Стильтьеса,

$$S_j = \min_{\{x_k\}} \sum_{k=0}^{j} [F(x_{k+1}) - F(x_k)]\, C_п(x_{k+1}), \quad \alpha = x_0 \le x_1 \le \ldots \le x_{j+1} = \beta, \quad j = 0,1,2,\ldots,$$

является монотонно убывающей выпуклой, т.е. справедливы неравенства:

$$S_j \ge S_{j+1}; \quad S_j - 2S_{j+1} + S_{j+2} \ge 0. \tag{5}$$

Из этой теоремы следует, что на каждом из фиксированных отрезков выполняются неравенства (5), т.е. имеет место следующее неравенство

$$\Delta_{j,\ell} \ge \Delta_{j+1,\ell} \text{ при } j = 1, 2, 3, \ldots, \tag{6}$$

где $\Delta_{j,\ell} = S_{j,\ell} - S_{j-1,\ell}$; $S_{j,\ell} = \min S_j$ на отрезке $\left[x_{i_{\ell-1}}, x_{i_\ell}\right]$.

Неравенство (6) означает, что уменьшение минимума функции S от добавления очередной точки не больше, чем уменьшение S от добавления предыдущей точки. Используя этот факт, сформулируем следующий **алгоритм решения рассматриваемой задачи.**

1. На первом этапе вычисляются $\Delta_{1,\ell} (\ell = 1,2,\ldots,m+1)$, т.е. на каждом отрезке [$x_{i_{\ell-1}}, x_{i_\ell}$] выполняется один шаг по формуле (4) при $j = 1$.

Затем отыскивается максимальное среди $\Delta_{1,\ell}$. Если таковым оказалось $\Delta_{1,p}$, то первая точка помещается на p-й интервал.

2. При распределении второй точки необходимо отыскать такой отрезок, на котором достигается наибольшее уменьшение от добавления этой точки. Из неравенства (6) следует, что таким отрезком может быть либо отрезок, на котором $\Delta_{1,\ell}$ $(\ell \neq p)$ – следующее по величине после $\Delta_{1,p}$ (обозначим его через $\Delta_{1,q}$), либо p-й отрезок, если $\Delta_{2,p} > \Delta_{1,q}$.

Чтобы это выяснить, необходимо сделать еще один шаг по формуле (4) в p-м отрезке и полученное $\Delta_{2,p}$ сравнить с $\Delta_{1,q}$. Если большим оказалось $\Delta_{1,q}$, то вторая точка помещается в q-й интервал, если большим оказалось $\Delta_{2,p}$, то обе точки направляются в p-й интервал.

3. На последующих этапах необходимо поступать аналогично, т. е. выполнять очередной шаг по формуле (4) в том интервале, в который была направлена предыдущая точка, а затем полученное Δ сравнивать с максимальным из оставшихся.

Этот процесс повторяется до тех пор, пока все n точек не будут распределены.

Для реализации изложенного алгоритма потребуется всего $c_1 \sum_{\ell=1}^{m+1} M_\ell^2 r_\ell$ операций и $\sum_{\ell=1}^{m+1} M_\ell r_\ell$ ячеек памяти, где r_ℓ – число шагов, выполненных на интервалах $\left[x_{i_{\ell-1}}, x_{i_\ell}\right]$, причем $1 \geq r_\ell \geq n$; $\sum_{\ell=1}^{m+1} r_\ell = N$.

С помощью предложенного алгоритма задача легко решается на ЭВМ, и тогда при фиксированном N легко получить оптимальный ряд, т.е. набор мощностей агрегатов $x_1, x_2, \ldots, x_N$, минимизирующих затраты на их производство. Подобным образом возможно минимизировать затраты на разработку и эксплуатацию электроагрегатов, входящих в создаваемую систему электроснабжения.

Задача выбора оптимального значения N может быть решена следующим образом. Если C_p – возрастающая функция x, то, рассматривая

$$S_M^* = S_M + \sum_{k=1}^{N} C_p(x_k), \tag{7}$$

можно при фиксированном N применить алгоритм, описанный выше, и выбрать оптимальный ряд. Для него необходимо подсчитать S_M^*. При последовательном увеличении N необходимо остановиться на таком его значении, при котором обеспечивается минимум S_M^*.

Выводы. 1. Задача выбора оптимального ряда мощностей автономных электроагрегатов является частным случаем более общей задачи выбора источников электроэнергии для системы электроснабжения. Рассматриваемая задача относится к классу задач оптимального управления и может решаться методами полного или направленного перебора, линейного, нелинейного и динамического программирования.

2. Рассматриваемая одномерная задача выбора оптимального ряда мощностей сведена к задаче минимизации суммы ряда, для которой предложен универсальный метод решения.

3. Существенным недостатком предложенного метода является его трудоемкость. Показано, что при использовании алгоритма, учитывающего, что функция стоимости производства одного электроагрегата $C_п(x_k)$ и интегральная функция распределения мощности $F(x_k)$ являются положительными неубывающими функциями, число вычислительных операций значительно уменьшается.

4. Предлагаемая методика позволяет решать одномерную задачу выбора оптимального ряда мощностей автономных электроагрегатов при нелинейной интегральной функции распределения мощности. При этом методика позволяет определить и оптимальное количество типов электроагрегатов N, подлежащих разработке.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лагутін Г.І., Кульчицький А.Б. Вибір електростанції для системи електропостачання об'єкту управління // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2001. – Вип. 5 (15). – С. 111-115.*
2. *Кононов Б.Т., Кульчицкий А.Б., Кусакин Ю.А. Выбор перспективного ряда мощностей источников электрической энергии для образцов вооружения и военной техники // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ, 2002. – Вип. 1. – С. 174-177.*
3. *Кульчицкий А.Б. Задача выбора оптимального ряда (типажа) автономных электроагрегатов // Вісник НТУ „ХПІ". Тематичний випуск: Електроенергетика та перетворювальна техніка. – Х.: НТУ „ХПІ", 2006. – № 7. – 185 с.*
4. *Лагутін Г.І., Рикун В.Г., Нікітюк О.Б., Кульчицкий А.Б. Задача вибору номенклатури та потужностей електростанцій для системи електропостачання військового об'єкта // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 3. – С. 104-108.*
5. *Кульчицкий А.Б. Особенности выбора оптимального ряда мощностей автономных электроагрегатов // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 4 (53). – С. 100-109.*
6. *Дементьев В.Т. Об одной задаче оптимального размещения точек на отрезке // Дискретный анализ. – 1965. – № 4. – С. 35-39.*

Поступила 4.04.2006

Рецензент: доктор технических наук, профессор Б.Т. Кононов,
Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба.