УДК 62-501.7

ОРТОГОНАЛЬНЫЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ РАЗНОСТНОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ СВЯЗИ

О.И. Варнаков, С.Г. Галушка
(Полтавский военный институт связи)

В статье на основе теории ортогональных разложений и аппарата дискретных L-преобразований получены соотношения для определения коэффициентов разностного уравнения динамических систем (ДС) по реализациям входных и выходных сигналов контролируемых объектов в общем случае для ненулевых начальных условий. Получены выражения, которые можно эффективно использовать при контроле ДС, экстраполяции поведения параметров контролируемых объектов, сглаживании результатов измерений, сжатии данных и восстановлении сигналов, прошедших через линейные ДС.

контроль, диагностика, прогнозирование, идентификация, разностная модель, динамическая система

Постановка задачи. При контроле динамических систем, осуществлении экстраполяции поведения контролируемых параметров, сглаживании результатов измерений, сжатии данных и восстановлении сигналов, прошедших через линейные системы, возникает задача идентификации разностного уравнения (разностной математической модели) [1]:

$$y_m = \sum_{\ell=0}^{L} a_\ell x(m-\ell) - \sum_{k=1}^{K} b_k y(m-k)(b_0 = 1), \tag{1}$$

где x(m), y(m) – соответственно входной и выходной дискретные сигналы [входная и выходная последовательности мгновенных значений сигналов $x(t), y(t)$] динамической системы в моменты времени $t = mT_0$; $m = 0,1,2,\ldots,M$ при $M = T/T_0$; T_0 – интервал дискретизации; T – период наблюдения сигналов; $a_\ell(\ell = 0,1,2,\ldots,L)$; $b_k(k = 0,1,2,\ldots,K)$ – коэффициенты разностного уравнения (параметры разностной математической модели).

Для идентификации разностной модели (1) необходимо по наблюдаемым реализациям дискретных сигналов x(m), y(m) определить коэффициенты a_ℓ, b_k. Известные методы определения параметров разностной модели [1, 2, 3] не всегда соответствуют условиям обработки анализируемых сигналов. К тому же применение метода модели, предложенного в [1], ограничено использованием в качестве входного сигнала x(m) единичного импульсного воздействия, а метод модели [2] обладает недостаточной точностью.

Целью данной работы является разработка ортогонального метода идентификации разностной с многопараметровым входным сигналом модели ДС повышенной точности.

Суть метода заключается в применении Z – преобразования к обеим частям разностного уравнения модели [1]. В результате этого получим

$$Y(Z)=\sum_{\ell=0}^{L} a_{\ell}\left[Z^{-\ell}x(Z)+\sum_{n=1}^{\ell} Z^{n-\ell}x(-n)\right]-\sum_{k=1}^{K} b_k\left[ZY(Z)+\sum_{n=1}^{K} Z^{n-k}y(-n)\right], \quad (2)$$

где

$$x(Z)=\sum_{m=0}^{\infty} x(m)Z^{-m};\quad Y(Z)=\sum_{m=0}^{\infty} y(m)Z^{-m}; \quad (3)$$

$$Z=\ell^{p\cdot T_0};\quad p=V+j\omega;\quad j=\sqrt{-1}, \quad (4)$$

где V и ω – действительные величины.

При $\omega=0$, $p=U$ выражение (2) принимает вид

$$Y(U)=\sum_{\ell=0}^{L} a\ell\left[U^{-\ell}x(U)+\sum_{n=1}^{\ell} U^{n-\ell}x(-n)\right]-\sum_{k=1}^{K} b_k\left[U^{-k}Y(U)+\sum_{n=1}^{K} U^{n-k}y(-N)\right], \quad (5)$$

где $$x(U)=\sum_{m=0}^{\infty} x(m)U^{-m};\quad Y(U)=\sum_{m=0}^{\infty} y(m)U^{-m};\quad U=\ell^{UT_0}. \quad (6)$$

Пусть имеется возможность произвести разложение выходного сигнала y(m) динамической системы, описываемой моделью [1], по ортонормированной на интервале [0,T] базисной системе решетчатых функций

$$f_{\gamma i}(m)=\sum_{j-1}^{i} r_{\gamma ij}\ell^{-\frac{h_{\gamma j}g_{mT_0}}{T}},\quad i=1,2,\ldots,\dot{I}, \quad (7)$$

γ-го базиса набора $\{f_{si}(m)\}$, $s=1,2,..\gamma,\ldots,S$,

где $r_{\gamma ij}$, $h_{\gamma j}$ – действительные величины, имеющие вполне определенные для используемого базиса значения; g – временной масштаб.

Базовые системы указанного набора можно получить, например, из последовательности дискретных экспоненциальных функций с помощью процедуры ортогонализации Гамма – Шмидта.

Обобщение коэффициента Фурье $Y_{\gamma i}$ сигнала y(m) по системе (7) находятся в соответствии с выражениями [1, 2]:

$$Y_{\gamma i}=\sum_{j=1}^{i} r_{\gamma ij} Y(U_{\gamma j});\quad Y(U_{\gamma j}=\sum_{m=0}^{M} y(m) U_{\gamma j}^{-m};\quad U_{\gamma j}=\ell^{U_{\gamma j} T_0};\ V_{\gamma j}=\frac{h_{\gamma j g}}{T}. \tag{8}$$

Если временной масштаб g выбирается таким, что с допустимой (заданной) погрешностью можно принять $\ell^{-g}=0$, а также при $U=U_{\gamma j}$, $V_{\gamma j}=U_{\gamma j}$, выражения (5), (6) изменяться соответственно:

$$Y(U_{\gamma j})=\sum_{\ell=0}^{L} a\ell\left[U_{\gamma j}^{-\ell} x(U_{\gamma j})+\sum_{n=1}^{\ell} U_{\gamma j}^{n-\ell} x(-n)\right]-\sum_{k=1}^{K} b_k\left[U_{\gamma j}^{-k} Y(U_{\gamma j})+\sum_{n=1}^{K} U_{\gamma j}^{n-k} y(-n)\right]; \tag{9}$$

$$x(U_{\gamma j})=\sum_{m=0}^{M} x(m) U_{\gamma j}^{-m};\ Y(U_{\gamma j})=\sum_{m=0}^{M} y(m) U_{\gamma j}^{-m}. \tag{10}$$

Используя формулы (8), преобразуем соотношение (9)

$$Y_{\gamma j}=\sum_{\ell=0}^{L} a_{\ell} a_{\ell i}-\sum_{k=1}^{K} b_k b_{ki},\ i=1,2,\ldots,\dot{I}, \tag{11}$$

где

$$a_{\ell i}=\sum_{j=1}^{i} r_{\gamma ij}\left[U_{\gamma j}^{-\ell} x(U_{\gamma j})+\sum_{n=1}^{\ell} U_{\gamma j}^{n-\ell} x(-n)\right]; \tag{12}$$

$$b_{ki}=\sum_{j=1}^{i} r_{\gamma ij}\left[U_{\gamma j}^{-k} Y(U_{\gamma j})+\sum_{n=1}^{k} U_{\gamma j}^{n-k} y(-n)\right); \tag{13}$$

$$x(U_{\gamma j})=\sum_{m=0}^{M} x(m) U_{\gamma j}^{-m}. \tag{14}$$

Выражение (11) при $\dot{I}=L+K+1$ представляет собой запись системы (L + K + 1) неоднородных линейных алгебраических уравнений. Решение такой системы позволяет найти значения идентифицируемых коэффициентов $a_{\ell}(\ell=\overline{1,L})$ и $b_k\ (k=\overline{1,K})$ модели. При этом необходимо предварительно по реализации входного x(m) и выходного y(m) сигналов системы определить величины $x(U_{\gamma j})$, $Y(U_{\gamma j})$, $a_{\ell i}$, b_{ki}. Корректность решения системы уравнений (11) достигается выбором в качестве γ-го базиса набора квазиоптимального базиса, при использовании которого для случая $\dot{I}=L+K+1$ достигается наименьшая погрешность представления реализации y(m). Для оценки величины квадрата указанной погрешности ΔE_{γ} можно воспользоваться отношением

$$\Delta E_{\gamma}=\sum y^2(m)-\sum Y_{\gamma i}^2. \tag{15}$$

Выражения (12) и (13) позволяют определить коэффициенты $a_{\ell i}$, b_{ki} по реализации входных x(m) и выходных y(m) сигналов в общем случае при ненулевых начальных условиях. Они дают возможность производить идентификацию динамических систем в процессе их функционирования в рабочем режиме.

В случае если процесс анализа реализаций сигналов динамических систем производится при нулевых начальных условиях, выражения (12) и (13) упрощаются:

$$a_{\ell i} = \sum_{j=1}^{i} r_{\gamma ij} U_{\gamma j}^{-\ell} x(U_{\gamma j}); \quad b_{ki} = \sum r_{\gamma ij} U_{\gamma j}^{-k}. \tag{16}$$

При входных сигналах типа единичной ступеньки 1(m) величины $x(U_{\gamma j})$ можно определить заранее в соответствии с формулой

$$x(U_{\gamma j}) = \frac{1 - U_{\gamma j}^{-(M+1)}}{1 - U_{\gamma j}} \tag{17}$$

и хранить в памяти вычислительного устройства. Модель (1) при этом принимает вид

$$y(m) = \sum_{\ell=0}^{L} a_{\ell} \cdot 1(m-\ell) - \sum_{k=1}^{K} b_k y(m-k), \quad b_0 = 1. \tag{18}$$

Выводы. Преобразованная модель (18) и выражения (16) могут найти применение при активной идентификации динамических систем, при сжатии данных, экстраполяции поведения параметров объектов контроля, сглаживании результатов измерения [1], а также на этапе эксплуатации автоматических систем управления и регулирования при их диагностировании и прогнозировании параметров.

Разностную математическую модель (1) и равенства (12) и (13) целесообразно также использовать при восстановлении сигналов, прошедших через линейные системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Андриянов А.В. Метод линейного предсказания сигналов при обработке информации в автоматизованных измерительных системах // Метрология. – 1989. – № 2. – С. 12-18.*
2. *Малежик А.И. Идентификация параметров системы для оценки технического состояния // Адаптивные системы автоматического управления. – К.: Техніка, 1978. – Вып. 6. – С. 60-61.*
3. *Дятлов О.И. Контроль динамических систем. – Л.: Энергия, 1978 – 334 с..*
4. *Варнаков О.И. Авторское свидетельство № 1385851, 1988.*

Поступила 14.04.2006

Рецензент: доктор технических наук, профессор Н.В. Галай,
Полтавский государственный технический университет