

## РІВНЯННЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ІЄРАРХІЧНОЇ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМАЛЬНИХ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ВИТРАТ

В.О. Губар<sup>1</sup>, О.О. Можасв<sup>2</sup>, Ю.П. Рондин<sup>1</sup>, Н.Ю. Любченко<sup>2</sup>  
(<sup>1</sup> Науковий метрологічний центр (військових еталонів), Харків,  
<sup>2</sup>Харківський університет Повітряних Сил, Харків)

*Проведений аналіз різних стратегій розділення загального прямого пучка, який дозволив вирішити оптимізаційну задачу по вибору мережі комутації каналів ієрархічної структури. Приведена методика і алгоритм рішення задачі вибору та оцінки базових мережних структур ІТМ.*

### *ієрархічна телекомунікаційна мережа, вузли комутації, оптимізація*

**Введення і огляд літератури.** Досвід переходу до ієрархічної телекомунікаційної мережі (ІТМ) показує, що на першому етапі ІТМ будується як накладена мережа на базі існуючої в країні мережі зв'язку. У міру розвитку ІТМ відбувається поступовий перехід від накладеної мережі до виділеної мережі з інтеграцією служб [1]. Таким чином, при проектуванні ІТМ на першому етапі передбачається, що її топологія і структура відомі. Найчастіше мережа зв'язку має ієрархічну структуру і включає наступні компоненти: мережа абонентських ліній (АЛ), станції, вузлів комутації (ВК) і мережа сполучних ліній (СЛ). Мережа АЛ служить для підключення крайових пристроїв абонентів до відповідних станцій. Вузли комутації, розташовані на місцевих мережах, можуть бути кінцевими, транзитними або комбінованими кінцево-транзитними. Вузли комутації міжміської мережі є вузлами автоматичної комутації (ВАК). Залежно від рівня ієрархії, на якому знаходяться ВАК міжміській мережі, розрізняються ВАК-1 та ВАК-2. Сполучні лінії (магістралі) сполучають станції, ВК місцевій мережі і ВАК між собою.

Структура ієрархічної мережі представлена на рис. 1. При використанні цифрових систем передачі сумарна місткість СЛ в прямому і зворотному напрямках на кожній ланці мережі, що є пучками високого використання, кратна модулю місткістю 30, 120, 480 або 1920 каналів із швидкістю передачі інформації 64 кбіт/с по кожному каналу. З'єднання в ІТМ здійснюються в режимі багатоканальної комутації. При цьому є декілька можливих путей для обслуговування навантаження між кожною парою станцій. Схема вибору путей для обслуговування навантаження передбачається фіксованою і має вигляд, представлений на рис. 2. Надмірне навантаження обслуговується на

обхідних проміжних путях і путі останнього вибору. Якість обслуговування абонентів в мережі визначається нормованою величиною втрат на путі останнього вибору.

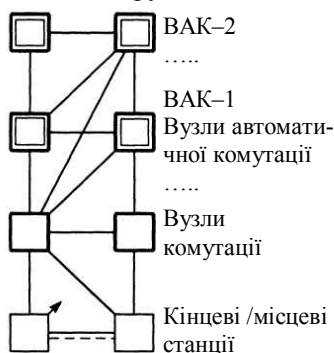


Рис. 1. Структура ієрархічної мережі

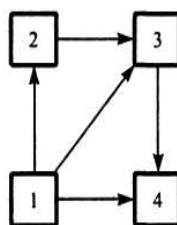


Рис. 2. Схема організації обходів:  
1-4 – прямий путь;  
1-3-4 – обхідний путь;  
1-2-3-4 – путь останнього вибору

Для телефонної мережі ця величина не повинна перевищувати 1 %. Для ІТМ ця величина ще не нормована для всіх класів користувачів.

Для оптимізації структури пучків каналів ієрархічних мереж широко використовують метод, запропонований в роботах [1, 2]. Подальший розвиток методів розрахунку величини втрат, параметрів навантаження і місткостей пучків каналів, які використовуються в даному підході, було одержано в роботах [3 – 6]. Зокрема, для вирішення задачі оптимізації ІТМ можна використовувати методи розрахунку, які запропоновані в роботах [3, 4]. Застосування перерахованих методів дозволяє вирішити задачу оптимізації ієрархічної телекомунікаційної мережі по критерію мінімальних експлуатаційних витрат за умовами, що топологія мережі відома, а також визначені найважливіші базові мережеві структури, які використовуватимуться при рішенні задачі оптимізації. Враховуючи вищесказане, задача вибору і оцінки базових мережевих структур ІТМ є актуальною і її рішення дозволить визначити необхідну оптимізаційну задачу.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо найважливіші базові мережеві структури, які використовуються при рішенні задачі оптимізації ІТМ, основними особливостями якої є:

- модульна зміна місткості пучків каналів СЛ;
- наявність багатоканальних систем комутації в ВК;
- наявність вихідних навантажень, що надходять, задаються парою  $(R, Z)$ , де  $R$  – інтенсивність навантаження;  $Z$  – коефіцієнт дисперсії.

У мережі з обхідними напрямками типу, яка представлена на рис. 1 відповідно до схеми вибору обхідних путей (рис. 2), можна виділити дві харак-

терні ситуації, до яких зводяться всі можливі випадки вибору обхідних путей.

1. Навантаження, яке необхідно обслужити між вихідною станцією і станцією призначення, поступає спочатку на прямий путь (СЛ, що безпосередньо поєднує станції). Якщо на даному путі навантаження, що поступає, не може бути обслужене з необхідною якістю обслуговування, то надмірне навантаження з прямого путі поступає на дообслуговування на обхідний путь (рис. 3).

2. Для навантаження, яке не було обслужене в ситуації п.1, вибирається слідуєчий обхідний путь з великим числом транзитних ВК (рис. 2).

Таким чином, при розробці методу оптимізації мережі по вибраному критерію розглядають дві базові мережеві структури: 3-вузлову мережу (рис. 3) і 4-вузлову мережу (рис. 2). Крім того, даний метод заснований на наступних поняттях, які вперше введені в роботу [1]:

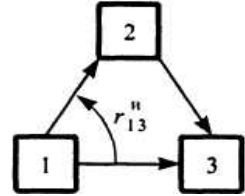


Рис. 3. Організація обхідних на однаправлений трьохвузловій мережі

– маргінальне використання  $H$ , що визначає приріст обслужованого навантаження  $A_0$  при одиничному збільшенні місткості пучка каналів  $N$  і постійному значенні навантаження, що поступає,  $A$  (в цьому випадку:  $r = f(A, N)$  – надлишкове навантаження,  $A_0 = A - r$  – обслужоване навантаження):

$$H = \left( \frac{\partial A_0}{\partial N} \right)_{A=\text{const}} = - \left( \frac{\partial r}{\partial N} \right)_{A=\text{const}} ;$$

– маргінальна місткість  $\beta$ , що визначає приріст навантаження, що поступає, при одиничному збільшенні місткості пучка в умовах постійних втрат  $E$  на цьому пучку:

$$\beta = \left( \frac{\partial A}{\partial N} \right)_{E=\text{const}} ;$$

– маргінальне надмірне навантаження  $\gamma$ , що визначає інтенсивність зміни надмірного навантаження при зміні навантаження, що поступає, і постійної місткості пучка:

$$\gamma = \left( \frac{\partial r}{\partial A} \right)_{N=\text{const}} ;$$

– маргінальне навантаження  $\varphi$ , яке поступає, визначає приріст навантаження, що поступає, при одиничному збільшенні місткості пучка і постійному значенні надмірного навантаження:

$$\varphi = \left( \frac{\partial A}{\partial N} \right)_{r=\text{const}} .$$

При визначенні перерахованих величин передбачається, що місткості

пучків каналів в дорозі можуть бути нецілочисельними.

Для простої (трьохвузлової) базової мережевої структури (рис. 3) оптимізаційне рівняння вартості можна представити у вигляді:

$$\frac{C_1}{H_1} = \frac{C_2}{\beta_2} + \frac{C_3}{\beta_3}. \quad (1)$$

При аналізі складнішої мережевої структури, за умови, що навантаження обслуговується не тільки між вузлами 1 і 3, але також між вузлами 3 і 1, одержимо систему відповідних оптимізаційних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial V_{13}} = \frac{\partial [C_{12}(V_{12} + V_{21})]}{\partial V_{13}} + \frac{\partial [C_{23}(V_{23} + V_{32})]}{\partial V_{13}} + \frac{\partial [C_{13}(V_{13} + V_{31})]}{\partial V_{13}} = 0; \\ \frac{\partial C}{\partial V_{31}} = \frac{\partial [C_{12}(V_{12} + V_{21})]}{\partial V_{31}} + \frac{\partial [C_{23}(V_{23} + V_{32})]}{\partial V_{31}} + \frac{\partial [C_{13}(V_{13} + V_{31})]}{\partial V_{31}} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

які після достатньо очевидних перетворень можна привести до наступного вигляду:

$$H_{13} \left( \frac{C_{12}}{\beta_{12}} + \frac{C_{23}}{\beta_{23}} \right) + H_{31} \left( \frac{C_{12}}{\beta_{12}} + \frac{C_{23}}{\beta_{23}} \right) = (n + m) C_{13}. \quad (3)$$

З оптимізаційного рівняння (3) для базової структури у вигляді орієнтованої 3-вузлової мережі можна одержати як окремі випадки всі відомі критерії оптимізації для подібних базових структур,

що говорить про достатню його спільність.

У роботах [1, 2, 7] показано, що описаний вище принцип побудови оптимізаційних рівнянь для 3-вузлової базової структури може бути поширений і на складніші структури, фрагмент однієї з яких представлений на рис. 4.

При складанні і рішенні оптимізаційних рівнянь необхідно особливо увагу приділити вибору відповідних апроксимацій, використання яких дозволяє забезпечити допустиму точність обчислень і в той же час

скоротити їх число і трудомісткість переборів. Так, наприклад, в [8] запропонована система оптимізаційних рівнянь для 4-вузлової базової мережевої структури (рис. 2), де дана базова структура розглядається як декомпозиція двох трьохвузлових базових структур, зв'язаних певною функціональною залежністю:

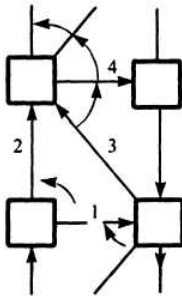


Рис. 4. Організація обходів на фрагменті ієрархічної мережі:

- 1 – пучок каналів, що входить в один з путей високого користування;
- 2 – пучок каналів обхідного путі;
- 3–4 – пучки каналів в інших обхідних путях високого користування

$$\begin{cases} \frac{C_{13}}{H_{13}} = \frac{C_{12}}{\beta_{12}} + \frac{C_{23}}{\beta_{23}}; \\ \frac{C_{14}}{H_{14}} = \frac{C_{13}}{\beta_{13}} + \frac{C_{34}}{\beta_{34}}. \end{cases} \quad (4)$$

Рішення оптимізаційних рівнянь (1), (3), (4) для відповідних базових мережових структур дозволяє визначити оптимальні структурні параметри даних фрагментів мережі при заданому обмеженні на якість обслуговування. Однак ітераційна процедура отримання такого рішення навіть для простої 3-вузлової структури є достатньо трудомісткою, що приводить до необхідності використання апроксимацій, які дозволяють зменшити об'єм обчислень і, в той же час, гарантують достатньо надійні оцінки даних параметрів мережі.

Проведені дослідження [8] показали, що при рішенні оптимізаційних рівнянь для базових структур ІТМ (рис. 2, 3) доцільно для оптимізації мережі комутації каналів ієрархічної структури використовувати апроксимації, запропоновані в роботах [4 – 6], оскільки вони дозволяють врахувати модульність систем передачі, структуру комутаційного поля ВК і алгоритм встановлення з'єднання і при цьому значно скоротити об'єм обчислень.

Розглянемо спочатку алгоритм обчислення місткостей пучків каналів в 3-вузловій базовій структурі (рис. 3). Відповідно до оптимізаційного рівняння (1) для даної базової структури процедура його рішення носить ітераційний характер і включає наступні операції:

1. Задати початкові значення  $\beta_2$  і  $\beta_3$ .
2. Обчислити значення  $H$  відповідно до рівняння (1).
3. Обчислити місткість прямого пучка каналів (першого вибору).
4. Обчислити:
  - а) параметри надлишкового навантаження з пучка каналів першого вибору  $V_1$ , що поступає на перший обхідний напрямок;
  - б) параметри навантаження, що поступили на обслуговування на другу СЛ;
  - в) місткість пучка каналів на другу СЛ;
  - г) середню величину навантаження, яке було обслуговане на пучку  $V_2$ ;
  - д) місткість пучка каналів на третій СЛ.
5. Обчислити значення  $\beta_i = \left( \frac{\partial r_i^n}{\partial V_i} \right)_{\substack{Z_i = \text{const} \\ F_{d_i} = \text{const}}} \cdot \quad i=2,3$ .
6. Порівняти значення  $\beta_i$  ( $i = 2, 3$ ) з заданою величиною  $\varepsilon$ :
  - а) якщо  $\beta_2 = \beta_3 < \varepsilon$ , то закінчити обчислення;
  - б) якщо  $\beta_2 = \beta_3 > \varepsilon$ , то перейти до п. 2.

Практика використання даного підходу при оптимізації реальних ієрархічних мереж комутації каналів (КК) показала, що добра збіжність алгорит-

мів обчислення базових структур досягається при завданні початкових значень  $\beta_i$  ( $i = 2, 3$ ), рівних  $0,7 - 0,8$ .

Як показали дослідження [3, 4, 8], Z-апроксимація є найбільш ефективним методом для розрахунку ймовірності втрат у ВК з внутрішніми блокуваннями на мережах з обхідними шляхами та визначення місткостей пучків каналів.

Відповідно до цієї апроксимації ймовірності втрат викликів на пучку каналів місткістю  $V$  і ефективною доступністю  $d_3$ , на який поступає навантаження з параметрами  $(R_i, Z_i)$ ,  $Z_i > 0$ , визначається як

$$P = E\left(\frac{V}{Z_i}, \frac{R_i}{Z_i}, \frac{d_3}{Z_i}\right) = E\left(\frac{V}{Z_i}, \frac{R_i}{Z_i}, \frac{FdV}{Z_i}\right), \quad (5)$$

де  $E(\bullet, \bullet, \bullet)$  – формула Ерланга для ідеального неповнодоступного включення.

За формулою (5) обчислюють надлишкову  $r_i$  та обслуговане  $Y$  навантаження за умови, що на пучок каналів поступає непуасонівське навантаження з параметрами  $(R_i, Z_i)$ .

Процес обчислення є ітераційною процедурою. Подальші дослідження показали, що оскільки на даному етапі оптимізації оцінюються тільки межі зміни змінних, то допустима деяка погрішність у визначенні місткостей пучків і можна використовувати наближені формули, які дозволяють уникнути великого числа ітерацій

Місткості пучків каналів останнього вибору обчислюють при фіксованих значеннях величини втрат  $P_{\text{доп}} = P_n$  для пугі останнього вибору і коефіцієнта доступності  $F_d$  при визначенні похідної вигляду:

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial V}\right)_{\substack{P_n=\text{const} \\ F_d=\text{const}}} \quad (6)$$

При обґрунтуванні спільності критерію оптимізації трьохвузлової базової структури (4) був здійснений перехід до кінцевих різниць при визначенні похідних. Однак при проведенні обчислень заміна похідних кінцевими різницями може привести до погрішності, величина якої залежить від співвідношень структурних і навантажень параметрів. У роботі [4] показано, що у випадках, коли потрібне знання похідних типу  $\partial f(P) / \partial V$ , де  $f(P)$  – деяка функція, залежна від ймовірності втрат, задача може бути зведена до використання кінцевих різниць лише за умови, що величина  $\Delta V$  достатньо мала  $\Delta V \approx 0,01$ . Однак вимога вибору  $\Delta V \ll 0,01$  приводить до необхідності використання інтегральних уявлень для таких формул як перша формула Ерланга і формула для ідеального неповнодоступного включення Ерланга. При обчисленні місткостей повнодоступних пучків каналів можна використовувати апроксимацію першої формули Ерланга, запропоновану в роботі [6].

Аналізуючи (5) і (6) і враховуючи, що  $P_n = \text{const}$ , можна записати:

$$\sum_{x=VF_d/Z}^{V/Z} [x]_{\frac{V}{Z}} \sigma(x) = P_H, \quad (7)$$

де  $[x]_{\frac{V}{Z}}$  та  $\sigma(x)$  – функції R та Z.

Дослідження характеру цього ітераційного процесу рішення рівняння (7) показало, що дана апроксимація для  $F'(R/Z)$  при  $P_H = 1\%$  забезпечує добру збіжність при відносній погрешності у визначенні R, рівній  $\epsilon = 0,0005$ .

Розглянутий вище метод рішення оптимізаційного рівняння можна застосувати і для чотирьохвузлової базової мережевої структури.

**Висновки.** Проведений аналіз різних стратегій розділення загального прямого пучка дозволив вирішити оптимізаційну задачу по вибору мережі комутації каналів ієрархічної структури. Наведена методика і алгоритм рішення задачі вибору та оцінки базових мережних структур ІТМ та відповідній даній структурі оптимізаційної задачі.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Pratt C.W. *The concept of marginal overflow in alternate routing* // *The 5th ITC, New-York, June, 1967.* – P. 52-58.
2. Wallstrom A. *Methods for Optimizing Alternative Routing Networks* // *Ericsson Technics.* – 1969. – N. 1. – P. 3-29.
3. Кучук Г.А. *Фрактальный гауссовский шум в трафиковых трассах* // *Системы обработки информации.* – X.: ХВУ, 2004. – Вып. 3. – С. 91-99.
4. Тупкало В.Н., Харитонов О.Л., Кучук Г.А. *Поширення математичного апарату сигнатурної алгебри для захисту комп'ютерних мереж* // *Системи обробки інформації.* – X.: ХУ ІС, 2006. – Вып. 5 (54). – С. 109-117.
5. Fredericks A.A. *Congestion in Blocking Systems – A Simple Approximation Technique* // *The Bell System Technical Journal.* – 1980. – Vol. 59, N. 6. – P. 805-827.
6. Кучук Г.А. *Моделирование трафика изолированного пульсирующего источника* // *Системы обработки информации.* – X.: ХВУ, 2004. – Вып. 1. – С. 168-173.
7. Анохіна О.Д., Гайдаров С.Ю., Можсаєв О.О., Семенов С.Г. *Визначення оптимальних потоків у мережі передачі даних за допомогою процедури альтернативної маршрутизації* // *Системи обробки інформації.* – X.: ХВУ. – 2004. – Вып. 10 (37). – С. 3-8.
8. Brooks S.H. *Discussion of Random Methods for Seeking Maxima* // *Operating Research.* Vol. 6. March-April, 1958.

Надійшла 7.06.2006

**Рецензент:** доктор технічних наук, професор О.І. Стрелков,  
Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба.