УДК 519.6

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ

Н.И. Калита
(Харьковский национальный университет радиоэлектроники)

Рассматривается проблема выбора оптимальной стратегии распределения ресурсов при управлении однородными социальными группами индивидуумов в условиях нестационарности внешней среды. Построены математические модели задач управления на основе сценарного подход. Предложены математические модели оценки эффективности опорных решений и процедура выбора устойчивого решения на полученном множестве.

распределение ресурсов, нестационарность, оценка эффективности

Введение. Современные темпы и направления развития экономических и социальных отношений требуют совершенствования систем управления социотехническими и социально-экономическими объектами и их автоматизации как основного средства повышения эффективности управления. При моделировании таких систем и управлении ими необходимо учитывать такие основные свойства, как: 1) наличие различных социальных групп индивидуумов в структуре социально-экономической системы; 2) нестационарность сложного объекта управления – объект эволюционирует во времени, меняются его характеристики и параметры, что приводит к некоторой неопределенности в момент принятия решения. Поэтому наряду со стабильными ситуациями необходимо рассматривать и нестационарные режимы функционирования таких объектов, т.е. в условиях изменения факторов внешней среды. Основным средством успешной адаптации сложной системы к неопределенности и быстро меняющимся условиям внешней среды являются решения, устойчивые к вариациям параметров модели этой системы и среды. За последнее десятилетие сформировался новый подход к адаптивному управлению в условиях неопределенности внешней среды, основанный на методе сценариев поведения системы [1, 2].

Для достижения собственных целей всякая социально-экономическая система осуществляет управление своими функциональными подсистемами, и возникает задача управления, в том числе, и группами людей [3]. Формализация этой проблемы основана на теории полезности и принятия решений, и с этой позиции управление группой осуществляется как управление поведением однородной социальной группы [4]. Под поведением индивидуума понимается свободный осознанный выбор альтернативы x, имеющей наибольшую полезность (привлекательность) $x^0 = \arg\max_{x \in X} P(x)$. В [5] представлены математические модели задач управления поведением однородной группы индивидуумов в стационарных условиях как задач распределения ограниченного количества моноресурса, выделенного на улучшение объективных частных характеристик альтернатив $k_i(x)$, $i = \overline{1,n}$, и коррекцию предпочтений индивидуумов (весовых коэффициентов важности этих характеристик) a_i, $i = \overline{1,n}$, с целью увеличения привлекательности заданной альтернативы $P(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i k_i^н(x)$, $k_i^н(x)$ – нормированное значение частной характеристики. В [6] рассмотрены способы генерации сценариев внешней среды на основе эвристического и формального подходов.

Целью статьи является оценка эффективности (устойчивости) решений в задачах управления поведением однородной социальной группы в условиях нестационарности внешней среды и на этой основе – выбор оптимальной стратегии распределения ресурсов.

Постановка задачи. Будем полагать, что внешняя среда Q характеризуется множеством параметров $Q = \{q_m\}$, $m = \overline{1,M}$, где q_m определяются особенностями предметной области и решаемых задач. Компоненты q_m могут быть: случайными событиями; случайными величинами; случайными функциями; детерминированными переменными.

В задачах управления поведением социальной группы изменение внешней среды Q выражается в том, что предпочтения a_i, частные характеристики альтернатив $k_i(x)$, количество альтернатив N в ситуации выбора и количество монoресурса R являются вероятностными величинами (случайными функциями переменных q_m) и могут изменяться во времени, т.е. сценарий $Q(t)$ представляется как $Q(t) = (N(t), a_i(t), k_i(x,t), R(t))$. При этом модели управления поведением однородной социальной группы примут вид:

1) задача определения минимального количества ресурса и стратегии его распределения для обеспечения превосходства заданной альтернативы $x^з \in X$ над другими (задача управления предпочтениями):

$$\sum_{i=1}^{n} r_{1i} \to \min_{r_{1i} \in R}; \tag{1}$$

$$P(x^з, Q, t) > P(x_j, Q, t), \forall x_j \in X, \quad j = \overline{1,N}; \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}) = 1, \quad a_i(r_{1i}) \ge 0. \tag{3}$$

2) задача определения стратегии использования ограниченного ресурса для максимизации привлекательности заданной альтернативы $x^3 \in X$ (задача управления частными характеристиками альтернатив):

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(t) k_i^{н}(x, r_{2i}, t) \to \max_{r_{2i} \in R}; \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_{2i} \le R. \tag{5}$$

3) общая задача:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}, t) k_i^{н}(x, r_{2i}, t) \to \max_{r_{1i} r_{2i} \in R}; \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (r_{1i} + r_{2i}) \le R; \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}) = 1, \quad a_i(r_{1i}) \ge 0, \tag{8}$$

где r_{1i}, r_{2i} – ресурсы, выделяемые на изменение предпочтений a_i и частных характеристик альтернатив $k_i(x)$, $i = \overline{1,n}$, соответственно.

Каждому конкретному состоянию внешней среды $Q_\varsigma(t)$, $\varsigma = \overline{1,\Sigma}$, $t \in [t_0; t_z]$, где t_0, t_z – начальный и конечный моменты интервала планирования, соответствует некоторое оптимальное решение r_ς. Внешняя среда не является управляемой и полностью контролируемой, и поэтому точный сценарий ее изменения неизвестен. В такой ситуации любое из оптимальных решений может оказаться неприемлемым как для сценария $Q_\varsigma(t)$, так и любого другого $Q'(t)$. Поэтому для каждой из задач 1, 2 и 3 используется двухэтапная процедура принятия решения [1]. На первом этапе формируется множество опорных решений $R_z = \left\{ r_{z_\varsigma} \right\}$ и оценивается их эффективность (устойчивость) в условиях изменения сценариев внешней среды. Задачей второго этапа является выбор стратегии распределения ресурсов $r_z(t_0)$ в момент времени t_0 на основе анализа множества возможных решений R_z.

Основной материал исследований. Целевая установка на момент принятия решения t_0 является неизменной и не зависит от сценария поведения внешней среды $Q(t)$. Внешняя среда влияет на количественные значения важности частных характеристик a_i, структуру и параметры модели вычисления $k_i^{н}(x)$. В ограничениях внешняя среда может повлиять на значение свободного члена R и количество ограничений вида (2).

Вариации сценария $Q(t)$ могут привести к следующим ситуациям:

1) изменение параметров целевых функций без изменения ограничений, определяющих область допустимых значений управляемых переменных;

2) изменение параметров ограничений при неизменных целевых функциях;

3) одновременное изменение целевых функций и ограничений.

Рассмотрим математические модели оценки последствий вариаций $Q(t)$ для задач распределения ресурсов в каждом случае.

Задача управления предпочтениями (1) – (3).

1. *Изменение целевой функции.* Поскольку целевая установка на момент принятия решений остается неизменной, будем полагать, что вид целевой функции не зависит от сценария внешней среды $Q(t)$. Внешняя среда может повлиять на количество моноресурса R: его увеличение не отразится на решении задачи, а в случае его уменьшения, возможно, что задача не имеет решения.

2. *Изменение ограничений.* В этом случае полагаем, что сценарий внешней среды $Q(t)$ определяет изменения ограничений (2) – (3), а именно, могут измениться количественные оценки начальных значений a_i^0 до управления и параметры формирования нормированных значений частных критериев $k_i^н(x)$. Изменение a_i^0 может повлиять на стратегию распределения ресурсов $\{r_{li}\}$, а это в свою очередь на ограничение (2). Для сценария $Q_0(t)$ ограничение (2) примет вид

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{li}^0)k_i^н(x^3,Q_0,t) > \sum_{i=1}^{n} a_i(r_{li}^0)k_i^н(x_l,Q_0,t), \forall x_l \in X, \; l=\overline{1,N-1} \tag{9}$$

и $\Delta P_l(x_l,Q_0,t) = P(x^3,Q_0,t) - P(x_l,Q_0,t)$.

Для любого другого конкретного сценария $Q_j(t)$ получим

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{li}^0)k_i^н(x^3,Q_j,t) > \sum_{i=1}^{n} a_i(r_{li}^0)k_i^н(x_l,Q_j,t), \forall x_l \in X, \; l=\overline{1,N-1} \tag{10}$$

и $\Delta P_l(x_l,Q_j,t) = P(x^3,Q_j,t) - P(x_l,Q_j,t)$.

Здесь возможны ситуации: 1) выполняются все условия $\Delta P_l(x_l,Q_j,t) > 0$, и тогда это означает, что при сценарии $Q_j(t)$ достаточное количество ресурсов $\sum_{i=1}^{n} r_{li}^j \le \sum_{i=1}^{n} r_{li}^0$; 2) часть условий (14) не выполняется, следовательно, количество ресурсов r_{li}^0 в условиях сценария $Q_j(t)$ не является достаточным. Оценка последствий изменения сценария внешней среды определится выражением $\Delta P_l = \Delta P_l(x_1, Q_0, t) - \Delta P_l(x_1, Q_j, t)$.

3. *Одновременное изменение целевой функции и ограничений.* Анализ предыдущих ситуаций позволяет сделать вывод, что в случае изменения, как целевой функции, так и ограничений задача распределения ресурсов: 1) не будет иметь решения (при уменьшении количества моноресурса R); 2) решение r_{1i}^0 будет допустимым, но не оптимальным.

Задача управления характеристиками альтернатив (4) – (5).

1. *Изменения целевой функции.* Целевая функция в общем виде представляется как

$$P = F[a_i, k_i(x, r_i, t), Q, t] \tag{11}$$

и на момент принятия решения остается неизменной. Поэтому будем полагать, что оператор F не зависит от $Q(t)$, а внешняя среда может изменить количественные оценки a_i и нормированные значения частных критериев $k_i^{н}(x)$. При этом значения управляемых переменных остаются неизменными, т.е. $\{r_i\} = \{r_i^0\}$. Значение целевой функции (11) для конкретного сценария $Q_0(t)$ при оптимальном решении r_{2i}^0 равно

$$P^0 = \sum_{i=1}^{n} a_i(Q_0) k_i^{н}(x, r_{2i}^0, t), \tag{12}$$

а для любой другой конкретной реализации сценария $Q_j(t)$, получим

$$P_j = \sum_{i=1}^{n} a_i(Q_j) k_i^{н}(x, r_{2i}^0, t). \tag{13}$$

Тогда оценка последствий определяется как $\Delta P_j = P^0 - P_j$.

2. *Изменение ограничений.* Будем полагать, что целевая функция (12) является стабильной, не зависящей от вариаций параметров внешней среды $Q(t)$. В ограничении (5) может изменяться правая часть, т.е. общее количество моноресурса R. Это означает, что изменение вектора внешних условий приводит к деформации области допустимых решений $r_{2i} \in R$, $R = Z[Q]$ в то время как опорное решение r_{2i}^0 по определению остается неизменным. В результате возможны две ситуации. В первом случае опорное решение r_{2i}^0 удовлетворяет новому ограничению, и потерь нет. Вторая ситуация означает, что ограничение не удовлетворяется, и это связано с финансовым риском. Потери за счет нарушения ограничения равны

$$\Delta P_h = H^R(R, Q_j), \tag{14}$$

где H^R – оператор штрафа за нарушение ограничения на R.

3. *Оценка комплексных последствий.* С учетом (12) – (13) математическая модель комплексных последствий изменения сценария поведения внешней среды $Q_j(t)$ примет вид

$$\Delta P_{kj} = \sum_{i=1}^{n} a_i(Q_0) k_i^н (x, r_{2i}^0, t) - \sum_{i=1}^{n} a_i(Q_j) k_i^н (x, r_{2i}^0, t) + H^R(R, Q_j). \qquad (15)$$

Для выполнения условия сравнимости результатов устойчивости опорных решений r_{2i}^0 расчеты по модели (15) проводятся при одних и тех же значениях $Q_j(t)$. В итоге получим матрицу, аналогичную матрице платежей (табл. 1), которая используется при принятии решений в условиях риска и неопределенности.

На диагонали находятся значения функции цели для каждого опорного решения r_j^0, соответствующего реализации внешних условий $Q_j(t)$, а все остальные элементы являются оценками последствий вариаций, $j = \overline{1, m}$. Исходя из этой информации, необходимо выбрать единственное решение.

Таблица 1

Оценка последствий вариации опорных решений
для задачи управления частными характеристиками альтернатив

Опорные решения r_{2j}^0	Вариации внешних условий $Q_j(t)$			
	$Q_1(t)$	$Q_2(t)$	…	$Q_m(t)$
r_{21}^0	$P_{11}^0[r_1^0, Q_1(t)]$	$\Delta P_{12}[r_1^0, Q_2(t)]$	…	$\Delta P_{1m}[r_1^0, Q_m(t)]$
r_{22}^0	$\Delta P_{21}[r_2^0, Q_1(t)]$	$P_{22}^0[r_2^0, Q_2(t)]$	…	$\Delta P_{2m}[r_2^0, Q_m(t)]$
r_{2m}^0	$\Delta P_{m1}[r_m^0, Q_1(t)]$	$\Delta P_{m2}[r_m^0, Q_2(t)]$	…	$P_{mm}^0[r_m^0, Q_m(t)]$

Общая задача (6) – (8).

1. *Изменение целевой функции.* Внешняя среда может изменить начальные значения количественных характеристик a_i^0 и нормированные значения частных критериев $k_i^н(x)$. Значение целевой функции для конкретного сценария $Q_0(t)$ при оптимальном решении (r_{1i}^0, r_{2i}^0) определяется как

$$P^0 = \sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0, Q_0, t) k_i^н (x, r_{2i}, t, Q_0), \qquad (16)$$

а при любом другом сценарии $Q_j(t)$:

$$P_j = \sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0, Q_j, t) k_i^{н}(x, r_{2i}, t, Q_j) . \quad (17)$$

Оценка последствий определяется как $\Delta P_j = P^0 - P_j$.

2. *Изменение ограничений*. Изменение ограничений (7) – (8) имеет последствия, аналогичные задачам 1 и 2.

3. *Оценка комплексных последствий*. С учетом (16) – (17) оценка последствий изменения целевой функции и ограничений имеет вид

$$\Delta P_{kj} = \sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0, Q_0, t) k_i^{н}(x, r_{2i}, t, Q_0) - \sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0, Q_j, t) k_i^{н}(x, r_{2i}, t, Q_j) + H^R(R, Q_j) . \quad (18)$$

Результаты расчетов представим в табл. 2, аналогичной табл.1.

Таблица 2

Оценка последствий вариации опорных решений для общей задачи управления

Опорные решения (r_{1i}^0, r_{2j}^0)	Вариации внешних условий $Q_j(t)$			
	$Q_1(t)$	$Q_2(t)$	…	$Q_m(t)$
$r_{11}^0,\ r_{21}^0$	$P_{11}^0[r_1^0, Q_1(t)]$	$\Delta P_{12}[r_1^0, Q_2(t)]$	$\cdots$	$\Delta P_{1m}[r_1^0, Q_m(t)]$
$r_{12}^0,\ r_{22}^0$	$\Delta P_{21}[r_2^0, Q_1(t)]$	$P_{22}^0[r_2^0, Q_2(t)]$	$\cdots$	$\Delta P_{2m}[r_2^0, Q_m(t)]$
$r_{1m}^0,\ r_{2m}^0$	$\Delta P_{m1}[r_m^0, Q_1(t)]$	$\Delta P_{m2}[r_m^0, Q_2(t)]$	$\cdots$	$P_{mm}^0[r_m^0, Q_m(t)]$

Выбор единственного решения, что является сутью второго этапа, осуществляется на основе анализа последствий вариации опорных решений. Поскольку в условиях нестационарности внешней среды решение должно удовлетворять не только требованиям эффективности, но и устойчивости к изменению условий, то необходимо использовать подходы к принятию решений в условиях риска и неопределенности [1].

Принятие решения в условиях риска предполагает, что известны вероятности V_j, $j = \overline{1, m}$, реализации различных состояний природы, т.е. сценариев поведения внешней среды $Q_j(t)$. Поэтому решение в такой ситуации принимается на основе критерия ожидаемого значения, согласно которому альтернативные решения сравниваются с точки зрения максимизации ожидаемого выигрыша или минимизации ожидаемых потерь. В рассматриваемой задаче в качестве критерия оценки различных решений используется математическое ожидание значения целевой функции

$$M(P_i^0) = \sum_{j=1}^{m} V_j (P_{ij} + \Delta P_{ij}), \ i = \overline{1, m} , \quad (19)$$

а правило выбора наилучшего решения имеет вид:

$$r^0 = \arg\max_{r_{2i}^0} \sum_{j=1}^{m} V_i (P_{ij} + \Delta P_{ij}) . \qquad (20)$$

Использование вероятностного подхода целесообразно, когда имеется возможность определить вероятности V_j реализации различных сценариев внешней среды. В противном случае необходимо использовать подход к принятию решения в условиях неопределенности с учетом степени консерватизма лица, принимающего решение.

Выводы. Данная работа посвящена решению задачи управления поведением однородной социальной группы в условиях нестационарной внешней среды. Представлены математические модели задач распределения ресурсов, позволяющих реализовать управление путем изменения предпочтений индивидуумов, объективных частных характеристик альтернатив и комбинированным способом.

Получены оценки эффективности опорных решений, соответствующих различным сценариям внешней среды, из которых формируются матрицы, аналогичные матрицам платежей. Выбор единственного устойчивого решения осуществляется с помощью критериев принятия решений с учетом степени неопределенности в ситуации выбора.

Разработанные модели и методы предназначены для использования в системах поддержки принятия решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Овезгельдыев А.О., Петров Э.Г., Петров К.Э. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации. – Х.: Наук. думка, 2002. – 163 с.*
2. *Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Информационная платформа сценарного анализа в задачах технологического предвидения // Кибернетика и системный анализ. – 2003. – № 4. – С. 112-125.*
3. *Петров Э.Г. Организационное управление городом и его подсистемами (методы и алгоритмы). – Х.: Вища школа, 1986. – 144 с.*
4. *Петров Э.Г., Калита Н.И. Формализация проблемы управления поведением социальной группы // Вісник ЧІТІ. – 1999. – № 4. –С. 45-49.*
5. *Петров Э.Г., Калита Н.И. Модели управления поведением индивидуумов однородной социальной группы в стационарных условиях // Вестник ХНТУ. – 2005. –№1 (21). – С.73-77.*
6. *Петров Э.Г., Калита Н.И. Задачи распределения ресурсов в нестационарных условиях // Тр. 10-й Междунар. конф. «Теория и техника передачи, приема и обработки информации», ч.2. – Х.: ХНУРЭ. – 2004. – С. 82-83.*

Поступила 19.06.2006

Рецензент: доктор технических наук, профессор Э.Г. Петров,
Харьковский национальный университет радиоэлектроники.