

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ ВЕТРА В ЗАДАННОМ ИНТЕРВАЛЕ ЗНАЧЕНИЙ

В.А. Прокопов, Ю.А. Олейник, В.В. Пугач, И.М. Тихонов
(Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба)

Предлагается усовершенствованная математическая модель определения вероятности возникновения средней скорости ветра в заданном интервале значений.

вероятность, средняя скорость ветра, интервалы значений

Введение. При создании или исследовании системы (конструкции), которую предстоит эксплуатировать в атмосфере Земли, у специалиста любой области возникает вопрос о том, какие значения средней скорости ветра будут возникать при эксплуатации и как часто они будут возникать. Поэтому необходимо знать значения и вероятностные характеристики средней скорости ветра, от которых будет зависеть характеристики силы ветра, действующей на систему.

Постановка задачи. При эксплуатации системы в атмосфере Земли возникает задача определения ветровых нагрузок, которые будет испытывать эта система. Ветровые нагрузки, при их упрощенном исследовании, зависят от величины и направления средней скорости ветра. Для анализа средних скоростей ветра, необходимо знать значение величины средней скорости ветра и значение вероятности события, заключающееся в возникновении этого значения.

Цель статьи: усовершенствовать математическую модель определения вероятностей возникновения средней скорости ветра в заданном интервале значений.

Основная часть. Для рассмотрения характеристик и параметров средней скорости ветра, необходимо ввести понятийный аппарат, который позволит оперировать необходимыми определениями и параметрами.

Скорость ветра \vec{v}_B – это случайная векторная величина, характеризующая направление (вектор \vec{v}_B) и скалярное значение (v_B , м/с) скорости воздушных масс (молекул воздуха) относительно поверхности Земли [1, 2].

Средняя скорость ветра \vec{V} – это постоянная векторная величина, характеризующая направление и скалярное значение \vec{v}_B ($V \geq 0$, м/с), за-

меренное (полученное) на фиксированной высоте в определенные моменты времени и осредненное за какое-то время [1]. Можно сказать, что $\bar{V} = M[\bar{v}_B]$ и $V = M[v_B]$ т. е. \bar{V} – это математическое ожидание \bar{v}_B по направлению и скалярной величине при условии, что число замеров величины \bar{v}_B велико (сто и более).

Из практических наблюдений за \bar{v}_B известно, что вектор \bar{V} параллелен плоскости горизонтирования в точке наблюдений [2, 3]. Плоскость горизонтирования – это плоскость, проходящая через точку наблюдений перпендикулярно вектору ускорения свободного падения (или вектору силы тяжести).

Введем систему координат $хоуz$, в которой вектор \bar{V} лежит на оси $ох$ (рис. 1). Начало вектора \bar{V} совпадает с началом оси $ох$ (рис. 1). Ось $ох$ параллельна плоскости горизонтирования. Ось $оу$ перпендикулярна плоскости горизонтирования, $оз \perp оу \perp ох$. Вектор \bar{v}_B имеет три составляющие: горизонтальную (проекция на ось $ох$), вертикальную (проекция на ось $оу$), боковую (проекция на ось $оз$) (рис. 1).

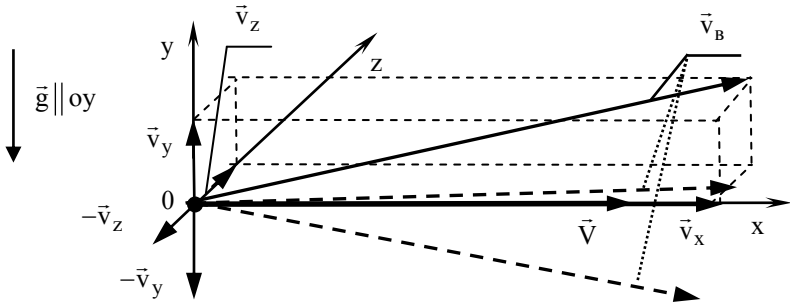


Рис. 1. Составляющие \bar{v}_x , \bar{v}_y и \bar{v}_z вектора скорости ветра \bar{v}_B

Горизонтальная составляющая скорости ветра \bar{v}_x ($v_x \geq 0$, м/с) – это векторная величина, характеризующая непрерывное во времени возрастание или убывание скорости ветра вдоль оси $ох$ [1].

Вертикальная составляющая скорости ветра \bar{v}_y ($0 > v_y \geq 0$, м/с) – это векторная величина, характеризующая непрерывное во времени возрастание или убывание скорости ветра вдоль оси $оу$ [1]. При $\tau_H \geq 1$ год, $M^*[v_y] = M[v_y] = 0$.

Боковая составляющая скорости ветра \bar{v}_z ($0 > v_z \geq 0$, м/с) – это

векторная величина, характеризующая непрерывное во времени возрастание или убывание скорости ветра вдоль оси oz [1]. При $\tau_H \geq 1$ год, $M^*[v_z] = M[v_z] = 0$.

Значения V получают, анализируя информацию за сутки или за темное и светлое время суток. Периоды времени измерения \bar{v}_B составляют 10 и менее минут. Возможно, что \bar{v}_B измеряется непрерывно (самописец наносит график значений \bar{v}_B от времени) и после этого данные обрабатываются с получением значения V за сутки.

Допустим, что мы получили значения V ($V \geq 0$) для каждого дня (за сутки) за месяц, полугодие или год, т. е. у нас есть следующие значения

$$V_1, V_2, V_3, \dots, V_j, \dots, V_m,$$

где V_j – значение V за j -е сутки наблюдений, м/с; m – число полученных значений V или количество суток по наблюдению за V .

Можно определять V как среднее значение для всех V_j или для выборки из m значений V_j . Если мы определим V за месяц, полугодие или год, то эти значения не покажут нам закономерности изменения величины V за рассматриваемый период. Между тем, всегда возникает задача расчета возникновения средних и максимально возможных ветровых нагрузок. Можно выбрать максимальное значение V и оперировать им, как имеющим статистическую вероятность возникновения равную $1/365$. Но это слишком упрощенный и неоптимальный анализ, так как мы имеем обширный аппарат теории вероятностей и математической статистики и должны проанализировать возможности возникновения максимальных и всех других значений V .

Чтобы было легче анализировать значения V , все значения V_j разбиваются по принадлежностям к определенному интервалу (отрезку). Границы интервала обычно задаются целыми числами, с учетом значений, когда $V = 0$. Например: 0, от 0 до 5 м/с, от 5 до 10 м/с, от 10 до 20 м/с. Получаем число значений V_j , когда $V = 0$ и несколько возрастающих интервалов (отрезков) значений V . Эти интервалы учитывают все полученные значения V_j . В общем случае для интервалов запишем: $V = 0, (0; V_1], (V_1; V_2], (V_2; V_3], \dots, (V_{i-1}; V_i], \dots, (V_{n-1}; V_n]$, где $0 < V_1 < V_2 < V_3 < \dots < V_{i-1} < V_i < \dots < V_n$.

Обычно для V_n задают значение 20 м/с или 25 м/с и, возможно, что какие-то значения V_j выйдут за пределы V_n .

Примем, что число значений V_j в интервала $(V_{i-1}; V_i]$ равно N_{V_j} . Разделив N_{V_j} на m (число всех полученных значений V_j), мы получим статистическую вероятность события, заключающегося в том, что значение величины V будет находится в заданных пределах $(V_{i-1}; V_i]$ [4]

$$p^*(V_{i-1} < V \leq V_i) = \frac{N_{V_j}}{m}.$$

Для статистических вероятностей событий, заключающихся в возникновении определенного значения V при $V=0$ или в заданном интервале $(V_{i-1}; V_i]$, запишем [4]

$$p^*(V=0) + p^*(0 < V \leq V_1) + p^*(V_1 < V \leq V_2) + \dots + p^*(V_{i-1} < V \leq V_i) + \dots + p^*(V_n < V) = 1, \quad (1)$$

где V_i – заданные целые значение начала и конца интервала (отрезка) для анализа величины V , м/с.

Так как число наблюдений за средней скоростью ветра велико (несколько сотен или тысяч измерений в год или в сезон (зима, лето)), то можно принять допущение, что статистические вероятности стремятся к вероятностям событий по наблюдениям средних скоростей ветра заданных значений, т.е.:

$$p^*(V=0) \approx p(V=0); \quad p^*(V_{i-1} < V \leq V_i) \approx p(V_{i-1} < V \leq V_i);$$

$$p^*(V_n < V) \approx p(V_n < V)$$

и тогда сумма (1) примет следующий вид

$$p(V=0) + p(0 < V \leq V_1) + p(V_1 < V \leq V_2) + \dots + p(V_{i-1} < V \leq V_i) + \dots + p(V_n < V) = 1. \quad (2)$$

Примем следующие обозначения:

$$p(V=0) = p_0; \quad p(0 < V \leq V_1) = p_1; \quad p(V_1 < V \leq V_2) = p_2;$$

$$p(V_2 < V \leq V_3) = p_3; \quad p(V_{i-1} < V \leq V_i) = p_i; \quad p(V_n < V) = p_n$$

и, с учетом принятых обозначений, сумму (2) можем записать в следующем виде

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1. \quad (3)$$

Но величина V в формуле (3) для значения p_n не ограничена по максимальным значениям (или ограничена ∞), хотя известно из наблюдений, что над поверхностью Земли нельзя предположить, что $V \rightarrow \infty$.

Между тем, максимальные значения V очень важны для расчета конструкций и систем, которые подвергаются воздействию силы ветра.

В работах [5, 6] Л.Е. Анапольская показала, как можно получить значение максимальной средней скорости ветра V_{\max} , которое может возникнуть один раз за рассматриваемый период времени. Следуя методам Л.Е. Анапольской, для территории Украины получены данные, представленные в табл. 1.

Таблица 1

Расчетные наибольшие средние скорости ветра различной вероятности для территории Украины [7]

Скорость ветра, возможная один раз, м/с				
в 1 год	в 5 лет	в 10 лет	в 15 лет	в 20 лет
24	29	31	32	33

Для территории бывшего СССР имеются данные, представленные в табл. 2.

Таблица 2

Расчетные наибольшие средние скорости ветра различной вероятности для территории бывшего СССР [6]

Скорость ветра, возможная один раз, м/с				
в 1 год	в 5 лет	в 10 лет	в 15 лет	в 20 лет
40	47	50	51	более 51

Значения в табл. 1 и табл. 2 получены при обработке статистических данных по значениям величины V в зависимости от продолжительности времени наблюдения.

Зная значение V_{\max} , можем записать, что

$$p(V_n < V) = p(V_n < V \leq V_{\max})$$

и тогда

$$p(V_n < V \leq V_{\max}) = p_n, \quad (4)$$

что позволит нам ограничить величину V по максимально возможным значениям.

Данные для значений $p(V=0)$, всех отрезков $p(V_{i-1} < V \leq V_i) = p_i$ и $p(V_n < V \leq V_{\max})$ для конкретного региона найти трудно. Но имеется достаточное количество статистических данных, чтобы определить статистические вероятности методами теории вероятностей и математической статистики. Если количество этих статистических данных 100 и более, то

$$p^*(V=0) \approx p(V=0); \quad p^*(V_{i-1} < V \leq V_i) \approx p(V_{i-1} < V \leq V_i);$$

$$p^*(V_n < V \leq V_{\max}) \approx p(V_n < V \leq V_{\max}).$$

Некоторые значения $p(V_{i-1} < V \leq V_i)$ приведены в табл. 3 и табл. 4.

Таблица 3

Значения величины $p(V_{i-1} < V \leq V_i)$ для регионов Украины [5, 7]

Регион	Пределы изменения величины V , м/с				
	0÷2	2÷5	6÷10	≥ 15	≥ 20
Украина в среднем				0÷0,03	
Полесье, центральная Украина, северо-западные степи		0,4÷0,65			
Южные степи		0,45÷0,55			
Восточные степи		0,55÷0,7			
Степи Крыма	0,2÷0,25	0,4÷0,5			0,003÷0,009
Полесье, Закарпатье			0,1÷0,2		
Все регионы Украины, кроме Полесья и Закарпатья			0,2÷0,35		
Побережье Черного моря					0,01÷0,03

Таблица 4

Значения величины $p(V_{i-1} < V \leq V_i)$ для регионов бывшего СССР [5]

Регион	Пределы изменения величины V , м/с					
	0÷2	2÷5	4÷7	≥ 10	≥ 15	≥ 20
Европейская территория Союза		0,55÷0,65		0,1÷0,4		
Кавказ		0,35÷0,5			0,1÷0,12	0÷0,1
Побережье Каспийского моря	0,12÷0,15			0,22÷0,3		0,02÷0,03
Сахалин	0,2÷0,25			0,1÷0,12		0,01÷0,02

В табл. 1 и табл. 2 приведены значения V для высоты до 10 метров. Значения V в слое атмосферы до высоты h , равной 300 метров, более точно аппроксимируются степенным законом [1]:

$$V(h) = V_0 \left(\frac{h}{h_0} \right)^{\alpha_t},$$

где h_0 – высота измерения средней скорости ветра (обычно $h_0 = 2$ м), м; V_0 – значение средней скорости ветра на высоте h_0 , м/с; α_t – коэффициент, зависящий от шероховатости подстилающей поверхности и от самой скорости ветра (табл. 5).

Значения коэффициента α_t

Вид подстилающей поверхности	α_t
Местность со слабой защищенностью	0,16
Местность с умеренной защищенностью	0,22
Местность с сильной защищенностью	0,33

Для определения вероятности возникновения максимальных скоростей ветра V_{\max} , приведенных в табл. 1 и табл. 2 (число обработанных значений V порядка тысячи), можем записать следующее выражение [4]

$$P_{V_{\max}} = \frac{1}{365 n_{V_{\max}}},$$

где $n_{V_{\max}}$ – число лет, за которые возможно возникновение рассматриваемой максимальной скорости ветра V_{\max} .

Выводы. Получена усовершенствованная математическая модель определения вероятностей возникновения средней скорости ветра в заданном интервале значений. Это позволяет анализировать возможности возникновения максимальных значений средней скорости ветра, от которых зависят максимальные ветровые нагрузки, действующие на систему (конструкцию) при ее эксплуатации в атмосфере Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барштейн М.Ф. Воздействие ветра на здания и сооружения // *Динамический расчет зданий и сооружений*. – М.: Стройиздат. – 1984. – С. 169-196.
2. Воронцов П.А. Турбулентность и вертикальные токи в пограничном слое атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат. – 1966. – 458 с.
3. Клинов Ф.Я. Нижний слой атмосферы в условиях опасных явлений погоды. – Л.: Гидрометеиздат. – 1978. – 255 с.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высш. шк., 2001. – 575 с.
5. Анапольская Л.Е. Режимы скоростей ветра на территории СССР. Автореф. дис. к-та геогр. наук. – Л., 1960. – 27 с.
6. Анапольская Л.Е. Режимы скоростей ветра на территории СССР. – Л.: Гидрометеиздат. – 1961. – 137 с.
7. Климатический атлас Украинской ССР. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 232 с.

Поступила 8.06.2006

Рецензент: доктор физико-математических наук, профессор В.И. Карась,
Национальный научный центр „ХФТИ”, Харьков.