

УДК 621.371

С.Д. Недзельский

**ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ
ПЕРЕДАЧ ФАЗОВРАЩАТЕЛЕЙ ФАЗИРОВАННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК
В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ
ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

Предложены пути оптимизации многозондового метода контроля и адаптации управления стационарной передающей фазированной антенной решеткой (ФАР) к искажениям амплитудно-фазового распределения (АФР).

фазированная антенная решетка, амплитудно-фазовое распределение

Введение. Анализ публикаций. Реализация методов и алгоритмов контроля и адаптации управления передающими ФАР с помощью решетки измерительных зондов (РИЗ) предполагает осуществление операций оценивания коэффициентов передач в каждом из каналов ФАР [1, 5 – 7].

Модель, описывающая дискретные фазометрические измерения поля, проводимые с помощью РИЗ в дискретном наборе точек пространства, может быть представлена в виде:

$$X_m = U_0 \sum_{i, k} \rho_{km} C_{ik} \varphi_i + n_m, \quad m \in 0, M-1, \quad (1)$$

где U_0 – комплексная амплитуда напряжения возбуждения излучателей; φ_i – коэффициенты передач фазовращателей; C_{ik} – коэффициенты матрицы взаимных связей излучателей; ρ_{km} – коэф-

фициент передачи (по пространству) от k -го излучателя ФАР до m -го зонда; n_m – комплексная амплитуда шума при оценке сигнала X_m в m -м зонде.

Шумы наблюдения n и вычисляемые значения φ являются случайными величинами, у которых известны плотности распределения, но неизвестны некоторые параметры этих функций. В результате возникает необходимость выбора оптимального метода обработки измерительной информации в условиях априорной параметрической неопределенности.

Целью статьи является оптимизация метода и алгоритма обработки измерительной информации, полученной в измерительно-вычислительной системе «фазированная антенная решетка – решетка измерительных зондов» (ФАР-РИЗ), которые позво-

ляют реалізувати контроль і адаптацію управління ФАР путем корекції АФР з метою збереження ізлучаючої системою заданих форми і параметрів діаграми направленості.

Постановка задачі. Проведя відповідуючі перетворення і нормування прийнятого сигналу к опорному сигналу от передатчика, вираження (1) можна представити в виде лінійного рівняння

$$\mathbf{D}\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{n} = \mathbf{X}, \quad (2)$$

где \mathbf{X} – $M \times 1$ вектор измеренных експериментальных данных; \mathbf{n} – $M \times 1$ вектор шума наблюдения; $\mathbf{D} = \boldsymbol{\rho}\mathbf{C}$ – $M \times M$ матрица априорных сведений о конструкции исследуемой ФАР, РИЗ и геометрии измерительно-вычислительной системы «ФАР-РИЗ».

Для преодоления априорной параметрической неопределенности применяется формирование на основе результатов первичных измерительных данных оценок неизвестных параметров сигналов и помех. Затем эти оценки и накопленные при каждом фазировании антенны измерения \mathbf{X} используются для уточнения искомых параметров.

Таким образом, задача состоит в нахождении оптимальных оценок вектора коэффициентов передачи фазовращателей $\boldsymbol{\varphi}$ исследуемой ФАР при произвольном фазировании антенны.

Основная часть. Задача определения $\boldsymbol{\varphi}$ из (2) считается некорректной по Тихонову [5]. Общая методика решения некорректных задач восстановления должна учитывать априорную информацию об искомом АФР и одновременно обеспечивать оптимальную в статистическом смысле (если $\boldsymbol{\varphi}$ и \mathbf{n} случайные величины) обработку полученной экспериментальной информации [6]. Этим требованиям удовлетворяет байесовский подход в математической статистике – получение оптимальных в статистическом смысле оценок неизвестных параметров, считая последние случайными величинами с известным априорным распределением.

Моделями случайных величин \mathbf{n} и $\boldsymbol{\varphi}$, описывающих соответственно аддитивные ошибки измерения полей зондами и характеристиками восстанавливаемых КП фазовращателей, имеющими широкую практическую применимость, являются гауссовские случайные величины с ковариационными матрицами соответственно \mathbf{K}_n и \mathbf{K}_φ , средними значениями $\mathbf{0}$ и $\bar{\boldsymbol{\varphi}}$, плотностями вероятности:

$$P_n(\mathbf{n}) = (2\pi)^{-N} (\det \mathbf{K}_n)^{-0,5} \exp\left\{-\frac{1}{2} \mathbf{n}^H \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{n}\right\}; \quad (3)$$

$$P_\varphi(\boldsymbol{\varphi}) = (2\pi)^{-N} (\det \mathbf{K}_\varphi)^{-0,5} \exp\left\{-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\varphi} - \bar{\boldsymbol{\varphi}})^H \mathbf{K}_\varphi^{-1} (\boldsymbol{\varphi} - \bar{\boldsymbol{\varphi}})\right\} \quad (4)$$

где

$$\mathbf{K}_n = \langle \mathbf{n} \mathbf{n}^H \rangle, \quad \mathbf{K}_\varphi = \langle (\boldsymbol{\varphi} - \bar{\boldsymbol{\varphi}}) (\boldsymbol{\varphi} - \bar{\boldsymbol{\varphi}})^H \rangle, \quad (5)$$

« $\langle \rangle$ » – знак комплексно-сопряженного транспонирования.

При наличии таких исходных данных оценка вектора $\boldsymbol{\varphi}$, оптимальная в смысле максимума апостериорной плотности вероятности, определяется путем локализации условной плотности вероятности $P(\boldsymbol{\varphi}|\mathbf{X})$.

Из теоремы Байеса [7]

$$P(\boldsymbol{\varphi}|\mathbf{X}) = P(\boldsymbol{\varphi})P(\mathbf{X}|\boldsymbol{\varphi})/P(\mathbf{X}) \quad (6)$$

или

$$\log P(\boldsymbol{\varphi}|\mathbf{X}) = \log P(\boldsymbol{\varphi}) + \log P(\mathbf{X}|\boldsymbol{\varphi}) - \log P(\mathbf{X}), \quad (7)$$

где $P(\mathbf{X}|\boldsymbol{\varphi})$ – функция правдоподобия; $P(\boldsymbol{\varphi})$, $P(\mathbf{X})$ – плотности вероятности распределения величин $\boldsymbol{\varphi}$ и \mathbf{X} .

Максимум левой части (7) достигается при максимизации правой, т.е. необходимо выполнение условия

$$\begin{aligned} \max_{\boldsymbol{\varphi}} \log P(\boldsymbol{\varphi}|\mathbf{X}) = \\ = \max_{\boldsymbol{\varphi}} [\log P_\varphi(\boldsymbol{\varphi}) + \log P_n(\mathbf{X} - \mathbf{D}\boldsymbol{\varphi}) - \log P(\mathbf{X})]. \end{aligned} \quad (8)$$

Следовательно, оптимальная оценка $\boldsymbol{\varphi}$ определяется из условия

$$\frac{d}{d\boldsymbol{\varphi}} [\log P_\varphi(\boldsymbol{\varphi})] + \frac{d}{d\boldsymbol{\varphi}} [\log P_n(\mathbf{X} - \mathbf{D}\boldsymbol{\varphi})] = 0. \quad (9)$$

Решение (9) может быть записано в виде

$$(\mathbf{D}^H \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{D} + \mathbf{K}_\varphi^{-1}) \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{D}^H \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{X} + \mathbf{K}_\varphi^{-1} \bar{\boldsymbol{\varphi}}, \quad (10)$$

откуда следует, что

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}} = (\mathbf{D}^H \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{D} + \mathbf{K}_\varphi^{-1})^{-1} (\mathbf{D}^H \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{X} + \mathbf{K}_\varphi^{-1} \bar{\boldsymbol{\varphi}}). \quad (11)$$

Уравнение (2) является линейным и, следовательно, решение (11) является единственным.

Ковариационная матрица ошибок восстановления коэффициентов передачи ФВ при наличии информации о \mathbf{K}_φ определяется согласно [2] из соотношения

$$\mathbf{K}_0 = \langle (\boldsymbol{\varphi} - \hat{\boldsymbol{\varphi}}) (\boldsymbol{\varphi} - \hat{\boldsymbol{\varphi}})^H \rangle = (\mathbf{D}^H \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{D} + \mathbf{K}_\varphi^{-1})^{-1}. \quad (12)$$

Ценность соотношения (12) в том, что используя его, можно априорно, до проведения экспериментов, определить ожидаемые ошибки восстановления коэффициентов передачи фазовращателей исследуемой ФАР.

Другой алгоритм решения (2) базируется на методе наименьших квадратов (МНК) [8 – 10].

В ситуациях, когда известны ковариационные матрицы \mathbf{K}_n и \mathbf{K}_φ , это решение имеет следующий вид [9]:

$$\hat{\varphi} = (\mathbf{I} - \mathbf{LD}) \cdot \bar{\varphi} + \mathbf{LX}, \quad (13)$$

где

$$\mathbf{L} = \mathbf{K}_\varphi \mathbf{D}^H (\sigma_n^2 \mathbf{I} + \mathbf{DK}_\varphi \mathbf{D}^H)^{-1}. \quad (14)$$

Ковариационная матрица ошибок в определении значения φ :

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0 &= \langle (\varphi - \hat{\varphi})(\varphi - \hat{\varphi})^H \rangle = \\ &= \mathbf{K}_\varphi - \mathbf{K}_\varphi \mathbf{D}^H (\sigma_n^2 \mathbf{I} + \mathbf{DK}_\varphi \mathbf{D}^H)^{-1} \mathbf{DK}_\varphi. \end{aligned} \quad (15)$$

Если вектор $\bar{\varphi}$ неизвестен, то

$$\hat{\varphi} = (\mathbf{D}^H \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^H \mathbf{X}, \quad (16)$$

а

$$\mathbf{K}_0 = \sigma_n^2 (\mathbf{D}^H \mathbf{D})^{-1}. \quad (17)$$

Оценки по МНК для линейной модели: $\mathbf{D}\varphi + \mathbf{n} = \mathbf{X}$, $\mathbf{K}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}$, $\det \mathbf{D}^H \mathbf{D} \neq 0$ обладают следующими свойствами:

- 1) оценки по МНК являются несмещенными и состоятельными;
- 2) оценки $\hat{\varphi}$ являются оценками максимального правдоподобия;
- 3) оценки $\hat{\varphi}$ обладают минимальной дисперсией в классе всех несмещенных оценок коэффициентов передачи φ фазовращателей;
- 4) оценки $\hat{\varphi} = \mathbf{X} - \mathbf{D}\hat{\varphi}$ – независимы.

Имитационным моделированием произведена оценка точности предлагаемых алгоритмов процедур получения и обработки измерительной информации.

Задача решалась для следующих исходных данных:

- число излучателей в ФАР и РИЗ равнялось 8;
- межэлементное расстояние в ФАР и РИЗ равнялось $0,75\lambda$, длина волны $\lambda = 1$ м;
- диаграммы направленности излучателей ФАР выбраны такими же как у изотропных излучателей; диаграммы направленности излучателей РИЗ $F_n = \cos(\theta_{in})$;

параметры шума: распределение – гауссово; средние значения реальных и мнимых частей шума равны нулю, СКО в пределах $10^{-3} - 10^{-5}$;

матрица коэффициентов передачи от излучателей ФАР до излучателей РИЗ задана в виде $\mathbf{F}_{im} = b_{im} F_1(\theta) F_m(\theta)$, где

$$b_{im} = (2 \cdot 2\pi\lambda^{-1} r_{im})^{-1} \exp(-j2\pi\lambda^{-1} r_{im}).$$

Показано, что, если интенсивность среднеквадратичных комплексных амплитуд шума измерений не превышает 10^{-3} , ошибки в определении реализованных фазовращателями фазовых сдвигов не превышают 2° .

ЛИТЕРАТУРА

1. Активные фазированные антенные решетки / Под ред. Д.И. Воскресенского, А.И. Канащенкова. – М.: Радиотехника, 2004. – 488 с; гл.13, Диагностика антенных решеток. – С.387-427.
2. Гармаиш В.Н., Малакишинов Н.П., Пузанков В.Ф. Численные методы решения некоторых обратных задач восстановления характеристик излучающих систем по измеренным полям в дальней и ближней зонах // Сб. научно-методических статей по электродинамике. – М.: Высшая школа, 1983. – Вып. 5. – С. 98-130.
3. Адаптация управления ФАР по результатам встроенного контроля / Ю.А. Шишов, А.М. Голик, Ю.А. Клейменов и др. // Зарубежная радиоэлектроника. – 1990. – № 9. – С. 69-89.
4. Лієнінь У.Р., Недзельський С.Д. Метод і алгоритм оцінки матриці взаємного зв'язку випромінювачів у стаціонарних передаючих ФАР // Збірник наукових праць ХВУ. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 12 (40). – С. 128-135.
5. Лієнінь У.Р., Недзельський С.Д. Метод і алгоритм адаптації керування передаючою ФАР до перекручувань амплітудно-фазового розподілу неідентичністю НВЧ трактів і взаємним зв'язком випромінювачів // Збірник наукових праць ХУ ПС. – Х.: ХУ ПС. – 2005. – Вип. 5 (45). – С. 93-100.
6. Лієнінь У.Р., Недзельський С.Д., Головін Г.А. Залежність помилок відновлення амплітудно-фазового розподілу в ФАР від апріорної інформації та геометричних параметрів вимірювальної системи // Збірник наукових праць. – К.: НАН України, Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.С. Пухова, 2005. – Вип. 32. – С. 125-130.
7. Лієнінь У.Р., Недзельський С.Д. Оптимізація геометричних характеристик решітки вимірювальних зондів, що використовується для діагностування передаючої ФАР // Радіоелектронні та комп'ютерні системи. – 2005. – № 4 (12). – С. 37-41.
8. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1974. – 256 с.
9. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры; Пер. с англ. под ред. Э.Л. Бурштейна. – М.: Мир, 1977. – 485 с.
10. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники: Кн. первая. – М.: Сов. радио, 1974. – 552 с.
11. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
12. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 456 с.
13. Справочник по теории вероятностей и математической статистике // В.С. Королюк, Н.И. Портенко и др. – М.: Наука, 1985. – 640 с.

Поступила 1.03.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.И. Антюфеев, Объединенный НИИ Вооруженных Сил Украины, Харьков.