

П.М. Сопрунюк, А.Н. Василевский, Ю.А. Чабанюк

НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ КОНТРОЛЕ АСИНХРОННОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

На основании экспериментальных исследований асинхронности вращения двух электромеханических преобразователей произведено расчет неопределенности в соответствии с международным подходом к оцениванию качества измерений (GUM:1993).

измерительный контроль асинхронности вращения, суммарная стандартная неопределенность, расширенная неопределенность, эффективное число степеней свободы

Постановка задачи. Понятие неопределенности, как определяемого в количественном отношении атрибута, является относительно новым в истории измерений, хотя термины «погрешность» и «анализ погрешностей» давно уже используются в практике науки об измерениях или метрологии. Сейчас общепринято, что, когда все известные или предполагаемые компоненты погрешности оценены и в них внесены соответствующие поправки, все еще остается неопределенность относительно истинности полученного результата, т.е. остается сомнение в том, насколько точно результат измерения представляет значение измеряемой величины.

При синхронизации частот вращения нескольких электромеханических преобразователей (ЭМП) возникает необходимость в измерительном контроле асинхронности вращения роторов. Поэтому, оценивание неопределенности измерений при контроле асинхронности вращения ЭМП, а также сравнение двух подходов к описанию точности измерений, есть актуальной научной задачей.

Анализ литературы. Известны работы [1, 2], в которых рассматривается методическое изложение теории неопределенности измерения. В данной работе на основании «Руководства по выражению неопределенности измерения» [3] проведено экспериментальное исследование асинхронности вращения двух ЭМП, на основании которых вычислено их стандартную неопределенность и расширенную неопределенность измерений.

Цель статьи. Оценивание неопределенности измерений асинхронности вращения ЭМП и предоставление основы для международного сопоставления результатов измерений.

Основное содержание исследований. Определение асинхронности вращения ЭМП проводилось с помощью фотоэлектрического преобразователя и частотомера мгновенных значений. Уравнение измерений частот вращения ЭМП на заданных с помощью частотного регулятора частотах 20, 50 и 80 Гц имеет вид:

$$\Delta N_o = f(A_1, A_2, f_{оп}, z_M) = N_{o1} - N_{o2} = 60 \cdot f_{оп} / (A_1 \cdot z_M) - 60 \cdot f_{оп} / (A_2 \cdot z_M), \quad (1)$$

где ΔN_o – асинхронность вращения роторов ЭМП; N_{o1} – частота вращения ротора ведущего ЭМП; N_{o2} – частота вращения ротора ведомого ЭМП; $f_{оп}$ – опорное значение частоты квантующих импульсов (16 МГц); A_1, A_2 – число импульсов, которое соответствует частоте вращения ведущего и ведомого ротора ЭМП; z_M – количество прорезей или отверстий датчика скорости (60).

В результате измерений числа импульсов в соответствии с уравнением измерения (1) получено 3 группы наблюдений частот вращения роторов двух синхронно вращающихся ЭМП в об/мин по 16 значений в каждой группе, которые представлены в табл. 1.

Измерения проводились в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха +23 °С. Эксплуатационные условия применения частотомера от –30 до +50 °С. Относительная погрешность квантования δN_o при измерении частот вращения в пределах значений рассчитывается по формуле:

$$\delta N_o = N_o z_M / (60 f_{оп}). \quad (2)$$

Относительная погрешность опорной частоты внутреннего генератора равна $\pm 2,5 \cdot 10^{-7}$. Температурный коэффициент частоты опорного генератора не более $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ на 1 °С.

На основании полученных экспериментальным путем значений частот вращения ведущего и ведомого роторов ЭМП вычислим среднее значение каждой группы частот по формуле:

$$\overline{N_{oj}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_{oji}. \quad (3)$$

Подставляя измеренные значения частот вращения ведущего и ведомого ЭМП в формулу (3), получим такие средние значения для каждой из групп:

– для первой группы наблюдений среднее значение ведущего ЭМП равно $\overline{N_{o11}} = 1195,75$ об/мин, а

ведомого – $\overline{N_{o21}} = 1191,88$ об/мин;

– для второй группы наблюдений среднее значение ведущего ЭМП равно $\overline{N_{o12}} = 3000,31$ об/мин, а

ведомого – $\overline{N_{o22}} = 2991,19$ об/мин;

Результаты измерений частот вращения роторов ЭМП

| i | Первая группа наблюдений частот вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП | | Вторая группа наблюдений частот вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП | | Третья группа наблюдений частот вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП | |
|----|--|-----------|--|-----------|--|-----------|
| | N_{o11} | N_{o21} | N_{o12} | N_{o22} | N_{o13} | N_{o23} |
| 1 | 1195 | 1183 | 3005 | 2993 | 4889 | 4866 |
| 2 | 1201 | 1190 | 3011 | 3000 | 4883 | 4891 |
| 3 | 1199 | 1179 | 3008 | 2992 | 4888 | 4875 |
| 4 | 1188 | 1207 | 2999 | 2971 | 4869 | 4883 |
| 5 | 1192 | 1209 | 2987 | 2997 | 4867 | 4892 |
| 6 | 1197 | 1186 | 2995 | 3008 | 4877 | 4899 |
| 7 | 1199 | 1178 | 2998 | 3010 | 4850 | 4871 |
| 8 | 1178 | 1205 | 3006 | 2999 | 4862 | 4887 |
| 9 | 1186 | 1197 | 2993 | 2974 | 4873 | 4899 |
| 10 | 1194 | 1171 | 2996 | 2988 | 4859 | 4878 |
| 11 | 1193 | 1210 | 2989 | 2962 | 4884 | 4896 |
| 12 | 1204 | 1182 | 3000 | 2981 | 4876 | 4893 |
| 13 | 1200 | 1189 | 3012 | 2999 | 4855 | 4882 |
| 14 | 1203 | 1191 | 3005 | 2995 | 4859 | 4883 |
| 15 | 1205 | 1197 | 3007 | 3017 | 4861 | 4879 |
| 16 | 1198 | 1196 | 2994 | 2973 | 4877 | 4894 |

– для третьей группы наблюдений среднее значение ведущего ЭМП равно $\overline{N_{o13}} = 4870,56$ об/мин, а ведомого – $\overline{N_{o23}} = 4885,50$ об/мин.

Асинхронность вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП на заданных с помощью частотного регулятора частотах 20, 50 и 80 Гц получим по формуле:

$$\Delta N_{oj} = \overline{N_{o1j}} - \overline{N_{o2j}}. \quad (4)$$

На основании полученных средних значений частот асинхронность вращения наблюдений составила: первой группы – $\Delta N_{o1} = 3,88$ об/мин; второй группы – $\Delta N_{o2} = 9,13$ об/мин; третьей группы – $\Delta N_{o3} = 14,94$ об/мин.

Среднее арифметическое значение асинхронности вращения роторов ЭМП на разных частотах

$$\overline{\Delta N_o} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \Delta N_{oj} = 9,31 \text{ об/мин}. \quad (5)$$

Среднеквадратическое отклонение (СКО) асинхронности вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП при изменении частоты от 20 до 80 Гц вычислим по формуле:

$$S_j = \sqrt{\sum_{j=1}^J (\Delta N_{oj} - \overline{\Delta N_o})^2 / (J-1)} = 5,53 \text{ об/мин}. \quad (6)$$

Экспериментальное стандартное отклонение среднего арифметического будет равным

$$S(\overline{\Delta N_o}) = S_j / \sqrt{J} = 3,19 \text{ об/мин}. \quad (7)$$

Таким образом, интервал неопределенности, соответствующий уровню доверия 0,95 при нормальном законе распределения результатов наблюдений составил:

$$U = \pm 3S(\overline{\Delta N_o}) = \pm 9,57 \text{ об/мин}, \quad (8)$$

а границы этого интервала для результатов наблю-

дений асинхронности вращения ЭМП лежат в пределах:

$$\Delta N_o = 9,31 \pm 9,57 \text{ об/мин}, P = 0,95$$

или

$$0 \leq \Delta N_o \leq 18,88 \text{ об/мин}, P = 0,95. \quad (9)$$

Оценим составляющие суммарной стандартной неопределенности по типу В неисключенных остатков систематической погрешности результата измерения.

Поскольку границы относительной погрешности опорной частоты δ_{on} не превышают $\pm 2,5 \cdot 10^{-7}$, то граница абсолютной погрешности измерения частоты вращения будет равна

$$\Delta_{on} = \overline{N_o} \cdot \delta_{on} = \pm 2,5 \cdot 10^{-7} \cdot 3022,53 = \pm 7,56 \cdot 10^{-3} \text{ об/мин}, \quad (10)$$

где $\overline{N_o} = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 \overline{N_{o,jk}} = 3052,53$ об/мин.

Стандартную неопределенность опорной частоты u_1 в предположении о нормальном законе распределения погрешности внутри границ определим как

$$u_1 = |\Delta_{on}| / k_p = 3,86 \cdot 10^{-3} \text{ об/мин}, \quad (11)$$

где k_p – коэффициент охвата для нормального распределения, равный 1,96 для уровня доверия $p = 0,95$.

Относительную стандартную неопределенности опорной частоты вычислим по формуле:

$$\tilde{u}_1 = u_1 / |\overline{N_o}| \cdot 100\% = 1,28 \cdot 10^{-4}\%. \quad (12)$$

Неопределенность квантования u_2 определим из границ относительной погрешности квантования (2) по формуле:

$$u_2 = \frac{z_M (\overline{N_o})^2}{60 f_{on} k_p} = 0,29 \text{ об/мин}. \quad (13)$$

Относительная неопределенность квантования в соответствии с (12) будет равной $\tilde{u}_2 = 9,64 \cdot 10^{-3}\%$.

Неопределенность u_3 , обусловленная изменением опорной частоты при изменении температуры окружающей среды от $+20\text{ }^\circ\text{C}$ (температура калибровки частотомера t_k) до $+23\text{ }^\circ\text{C}$ (температура окружающей среды в момент измерений $t_{\text{изм}}$), вычисленная через температурный коэффициент частоты $k_t = \pm 1 \cdot 10^{-9}$ при нормальном законе распределения, равна

$$u_3 = \left(|t_{\text{изм}} - t_k| \cdot k_t / k_p \right) \overline{N}_0 = 4,63 \cdot 10^{-5} \text{ об/мин}, \quad (14)$$

а относительная неопределенность, обусловленная изменением температуры окружающей среды, составляет $\tilde{u}_3 = 1,53 \cdot 10^{-6}\%$.

Суммарную стандартную неопределенность типа В асинхронности вращения ведущего и ведомого роторов ЭМП, обусловленную источниками неопределенности, имеющими случайный характер при косвенных измерениях частот вращения по количеству импульсов (A_1 и A_2), с учетом корреляции между ними, определим по формуле:

$$u_4^2 = c_1^2 \cdot u^2(\overline{N1}_0) + c_2^2 \cdot u^2(\overline{N2}_0) + 2 \cdot c_1 \cdot c_2 \cdot u(\overline{N1}_0) \cdot u(\overline{N2}_0) \cdot r(\overline{N1}_0, \overline{N2}_0) \quad (15)$$

Коэффициенты чувствительности (c_1 и c_2) с учетом уравнения (1) вычислим по формуле:

$$c_1 = \frac{\partial \Delta N_0}{\partial A_1} = -\frac{60f_{\text{он}}}{A_1^2 z_M} = -\frac{\overline{N1}_0^2 z_M}{60f_{\text{он}}};$$

$$c_2 = \frac{\partial \Delta N_0}{\partial A_2} = \frac{60f_{\text{он}}}{A_2^2 z_M} = \frac{\overline{N2}_0^2 z_M}{60f_{\text{он}}}. \quad (16)$$

Стандартные неопределенности ($u(\overline{N1}_0)$, $u(\overline{N2}_0)$) при измерении частот вращения равны:

$$u(\overline{N1}_0) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (\overline{N}_{01j} - \overline{N1}_0)^2}{J(J-1)}};$$

$$u(\overline{N2}_0) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (\overline{N}_{02j} - \overline{N2}_0)^2}{J(J-1)}}. \quad (17)$$

Значение коэффициента корреляции между ведущим и ведомым ЭМП определим по формуле:

$$r(\overline{N1}_0, \overline{N2}_0) = u(\overline{N1}_0, \overline{N2}_0) / (u(\overline{N1}_0) \cdot u(\overline{N2}_0)), \quad (18)$$

где $u(\overline{N1}_0, \overline{N2}_0)$ – корреляционный момент, который вычисляется по формуле:

$$u(\overline{N1}_0, \overline{N2}_0) = \sum_{j=1}^J (\overline{N}_{01j} - \overline{N1}_0)(\overline{N}_{02j} - \overline{N2}_0) / (J(J-1)). \quad (19)$$

Для получения численных значений перечисленных коэффициентов вычислим среднее значение частот вращения роторов ведущего $\overline{N1}_0$ и ведомого $\overline{N2}_0$ ЭМП в диапазоне частот от 20 до 80 Гц по формуле:

$$\overline{N1}_0 = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \overline{N}_{01j} = 3022,21 \text{ об/мин};$$

$$\overline{N2}_0 = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \overline{N}_{02j} = 3022,85 \text{ об/мин}. \quad (20)$$

Подставляя средние арифметические значения $\overline{N1}_0$ и $\overline{N2}_0$ от средних арифметических результатов наблюдений \overline{N}_{0j} в формулу (16), получим такие значения коэффициентов чувствительности: $c_1 = -0,5709$ об/мин, а $c_2 = 0,5711$ об/мин. Стандартная неопределенность при измерении частот вращения ротора для ведущего ЭМП, с учетом формулы (17), равна $u(\overline{N1}_0) = 1060,88$ об/мин, а для ведомого ЭМП – $u(\overline{N2}_0) = 1066,38$ об/мин. Значение корреляционного момента, в соответствии с (19), составило $u(\overline{N1}_0, \overline{N2}_0) = 1131288,29$ об/мин. Подставляя значения корреляционного момента и стандартных неопределенностей в формулу (18), получим коэффициент корреляции, который равен $r(\overline{N1}_0, \overline{N2}_0) = 0,999989$.

Таким образом, подставляя полученные коэффициенты в уравнение (15), получим суммарную стандартную неопределенность типа В асинхронности вращения ЭМП, числовое значение которой составляет $u_4 = 4,37$ об/мин, а относительная суммарная неопределенность типа В равна $\tilde{u}_4 = 0,145\%$.

Суммарная стандартная неопределенность асинхронности вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП в диапазоне частот от 20 до 80 Гц равна

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2} = 4,38 \text{ об/мин}, \quad (21)$$

тогда относительная суммарная неопределенность составит $\tilde{u}_c = 0,145\%$.

С учетом предположения о нормальном законе распределения результатов измерения и уровне доверия $p = 0,95$ найдем расширенную неопределенность результата косвенного измерения асинхронности вращения по формуле:

$$U_{0,95} = t_{0,95}(v_{\text{eff}}) \cdot u_c. \quad (22)$$

Эффективное число степеней свободы v_{eff} равно

$$v_{\text{eff}} = u_c^4 / \left(\frac{u_1^4 + u_2^4 + u_3^4 + u_4^4}{J-1} + \frac{u_c^4}{\infty} \right) = 104072, \quad (23)$$

а коэффициент охвата будет равным

$$t_{0,95}(v_{\text{eff}}) = t_{0,95}(\infty) = 1,96. \quad (24)$$

Подставляя коэффициент охвата (24) и суммарную стандартную неопределенность (21) в уравнение (22), получим расширенную неопределенность асинхронности вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП $U_{0,95} = 1,96 \cdot 4,38 = \pm 8,58$ об/мин, а относительная расширенная неопределенность составляет $\tilde{U}_{0,95} = 0,28\%$.

Таким образом, результат наблюдений асинхронности вращения ЭМП запишем в виде:

$$0,73 \leq \Delta N_0 \leq 17,89 \text{ об/мин, } p = 0,95$$

или

$$\Delta N_0 = \overline{\Delta N_0} \pm U_{0,95} = 9,31 \pm 8,58 \text{ об/мин, } p = 0,95. \quad (25)$$

Выводы. На основании международных стандартов [3] произведено оценивание неопределенностей результатов косвенных измерений при контроле асинхронности вращения ЭМП.

Рассчитано расширенную неопределенность результатов наблюдений асинхронности вращения в диапазоне частот от 20 до 80 Гц, которая лежит в пределах от 1 до 18 об/мин.

В результате сравнения двух подходов на основании отечественных и международных стандартов к оцениванию результатов измерений видно, что диапазон изменения асинхронности вращения при оценивании по отечественным стандартам шире диапазона изменения при оценивании по зарубежным стандартам. Это позволяет сделать выводы о том, что

оценивание результатов измерений с помощью теории неопределенности более полно и точно.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Захаров И.П., Кукуш В.Д.* Теория неопределенности в измерениях. – Х.: Консум, 2002. – 256 с.
2. *Захаров И.П.* Составление бюджета неопределенности совместных измерений // Украинський метрологічний журнал. – 2005. – № 2. – С. 5-11.
3. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First edition. – ISO: Switzerland, 1993. – 101 p.

Поступила 13.03.2006

Рецензент: канд. техн. наук, доц. А.Б. Егоров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники.