УДК 519.6

Н.И. Калита

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ ПРИ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРАХ МОДЕЛЕЙ

Сформулированы математические модели задачи управления поведением однородных социальных групп, соответствующие различным способам управления. По постановке эти задачи относятся к классу задач условной нелинейной оптимизации. Рассмотрен метод решения задач, когда параметры математических моделей заданы в виде интервальных значений. Для решения задач предложены алгоритмы прямой и обратной прогонки метода динамического программирования, сформулированы соответствующие рекуррентные соотношения.

математическая модель, моделей распределение ресурсов, интервальные параметры

Введение

В системах управления социотехническими и социально-экономическими объектами решаются задачи управления не только материальными потоками, но и группами людей. Индивидуум или группа людей выступают в роли лица, принимающего решение (ЛПР), который имеет свои предпочтения $\{a_i\}_{i=\overline{1,n}}$, при выборе единственной альтернативы x^0 на заданном множестве $x \in X$. В [1] на основе теории полезности проведена формализация проблемы управления поведением однородной группы индивидуумов, определены способы управления поведением: 1) изменить предпочтения a_i (весовые коэффициенты важности объективных частных характеристик альтернатив $k_i(x)$); 2) изменить объективные частные характеристики заданной альтернативы $k_i(x^s)$ при неизменных значениях a_i; 3) комбинировать указанные способы. Сформулированы соответствующие задачи управления [2] как задачи распределения ограниченного количества моноресурса $R=\sum_{i=1}^{n}(r_{1i}+r_{2i})$, который используется для изменения a_i и $k_i(x^s)$ с целью повышения привлекательности заданной альтернативы $P(x^s)$. Зависимости $a_i=f_{1i}(r_{1i})$ и $k_i(x)=f_{2i}(r_{2i})$ аппроксимируются логистическими функциями. Предложены математические модели указанных задач.

Постановка задачи. Задача управления предпочтениями формулируется как задача минимизации затрат ресурсов для достижения наибольшей привлекательности заданной альтернативы в сравнении с другими альтернативами множества X. С учетом изложенного представим следующую математическую модель задачи управления предпочтениями:

1. Минимизировать ресурсы

$$\sum_{i=1}^{n} r_{1i} \to \min_{r_{1i}} \qquad (1)$$

при ограничениях

$$P(x^3) > P(x_1)\,;\; x^3 \neq x_1,\;\; \forall 1=\overline{1, N-1}\,; \qquad (2)$$

$$\frac{\sum_{j\neq i} a_j^0 + \sum_i a_i^0 + \sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i}}{1+\sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i}} = 1\,; \qquad (3)$$

$$\frac{a_i^0 + d_{1i}(r_{1i})r_{1i}}{1+\sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i}} \geq 0\,;\;\; \frac{a_j^0}{1+\sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i}} \geq 0\,; \qquad (4)$$

где

$$P(x^3)=\sum_{i=1}^{n}\frac{a_i^0 + d_{1i}(r_{1i})r_{1i}}{1+\sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i}}\cdot k_i^{зн} + \sum_{j\neq i}\frac{a_j^0}{1+\sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i}}\cdot k_j^{зн} \;-$$

полезность заданной альтернативы x^s;

$$P(x_1)=\sum_{i=1}^{n}\frac{a_i^0 + d_{1i}(r_{1i})r_{1i}}{1+\sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i}}\cdot k_{il}^{н} + \sum_{j\neq i}\frac{a_j^0}{1+\sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i}}\cdot k_{jl}^{н} \;-$$

полезности альтернатив x_1, $1=\overline{1, N-1}$; a_i^0 – начальные значения коэффициентов важности частных характеристик до начала управления; a_j^0 – начальные значения коэффициентов важности частных характеристик, в изменение которых ресурсы не вкладываются; $k_i^{зн}$ и $k_{il}^{з}$ – нормированные значения объективных частных характеристик заданной и остальных $1=\overline{1, N-1}$ альтернатив по формуле:

$$k_i^{н}(x)=\left(\frac{k_i(x)-k_{i\,нх}(x)}{k_{i\,нл}(x)-k_{i\,нх}(x)}\right)^{\alpha_i}\,;\;\; k_{i\,нл}(x),\;\; k_{i\,нх}(x) \;-$$

наихудшее и наилучшее значения i-й характеристики на всем множестве X; α_i – показатель нелинейности; $d_{1i}(r_{1i})$ – производная логистической функции.

В (2) из уравнения полезности заданной альтернативы вычтем уравнения полезностей остальных $x_1 \in X$, $1=\overline{1, N-1}$, и, обозначив $\Delta k_{il}=k_i^{зн}-k_{il}^{н}$, $\Delta k_{jl}=k_j^{зн}-k_{jl}^{н}$, получим равносильное условие

$$\frac{\sum_i (a_i^0 + d_{1i}(r_{1i})r_{1i})\cdot\Delta k_{il} + \sum_{j\neq i} a_j^0 \Delta k_{jl}}{1+\sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i}} > 0. \qquad (5)$$

С учетом того, что $\sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i} \geq 0$ и $\sum_i a_i^0 \Delta k_{il} + \sum_{j\neq i} a_j^0 \Delta k_{jl} = G_1$ – некоторое число, $1=\overline{1, N-1}$, выражение (5) примет вид:

$$(1+\sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i})(G_1 + d_{1i}(r_{1i})r_{1i}\Delta k_{il}) > 0\,. \qquad (6)$$

Задача управления объективными характеристиками альтернатив формулируется таким образом.

2. Максимизировать привлекательность заданной альтернативы

$$\sum_{i=1}^{n} a_i [A_i d_{2i}(r_{2i})r_{2i} + B_i]^{\alpha_i} \to \max_{r_{2i}}, \qquad (7)$$

при условии
$$\sum_{i=1}^{n} r_{2i} \leq R\,, \qquad (8)$$

где $A=\dfrac{1}{k_{i\,нл}(x)-k_{i\,нх}(x)}$, $B=\dfrac{k_i^0(x^3)-k_{i\,нх}(x)}{k_{i\,нл}(x)-k_{i\,нх}(x)}$,

$k_i^0(x^3)$ – количественное значение объективной частной характеристики до начала управления.

В общей задаче управления поведением имеющийся моноресурс R используется на изменение предпочтений и на улучшение объективных характеристик заданной альтернативы. С учетом соотношений (4) и (7) сформулируем следующую задачу:

3. Максимизировать привлекательность заданной альтернативы

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{a_i^0 + d_{1i}(r_{1i})r_{1i}}{1+\sum_i d_{1i}(r_{1i})r_{1i}}\cdot[A_i d_{2i}(r_{2i})r_{2i} + B_i]^{\alpha_i} \to \max_{r_{1i},\, r_{2i}}, \qquad (9)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{n}(r_{1i}+r_{2i}) \leq R \qquad (10)$$

и (3), (4).

Отметим, что задача (1) – (4) является обратной задачей распределения ресурсов задаче (7) – (8).

В силу нелинейности целевых функций (7), (9) и ограничений вида (2) – (4), (6) сформулированные задачи распределения ресурсов относятся к классу задач нелинейного программирования, и необходимо обосновать выбор конкретного метода для их решения. Кроме того, в указанных задачах возможны различные способы задания a_i [3]: в виде детерминированных и вероятностных, точечных и интервальных значений.

В ситуациях, когда значения весовых коэффициентов a_i заданы как точные количественные значения, один из подходов к решению задач (1) – (4), (7) – (8), (9) – (10) – свести исходную задачу к задаче без ограничений, например, методом штрафных функций. Введение штрафных функций приводит к росту размерности задач, особенно в данном случае, когда ограничения заданы в виде неравенств, что требует введения дополнительных переменных. Учитывая специфику рассматриваемых задач, где целевая функция (1) невыпуклая, (7), (9) – нелинейные, а ограничения представлены линейными или нелинейными неравенствами, целесообразно использовать универсальный подход, основанный на методе динамического программирования [4, 5]. В случае, когда значения весовых коэффициентов a_i заданы в виде интервалов, необходимо разработать процедуру решения сформулированных оптимизационных задач.

Целью статьи является разработка методов решения задач распределения ресурсов для ситуаций, когда весовые коэффициенты a_i заданы в виде интервалов, на которых предпочтения не заданы, т.е. параметры статистических распределений – математическое ожидание и дисперсия неизвестны.

Основная часть

Пусть в задачах (1) – (4), (7) – (8), (9) – (10) значения предпочтений a_i^0 заданы количественно, но не точно, а в виде интервалов $a_i^0 \in [a_{i\min}^0; a_{i\max}^0]$ и предпочтения внутри интервалов неизвестны. Это означает, что точное значение $a_{i\min}^0 \le a_i^* \le a_{i\max}^0$ и можно утверждать, что и точное решение задач распределения ресурсов $r_i^н \le r_i^* \le r_i^в$, где $r_i^н$, $r_i^в$ – соответственно нижняя и верхняя граница приближения.

Если $a_i^0 \in [a_{i\min}^0; a_{i\max}^0]$ – интервальное число, тогда в условии (5) [6, 7]:

$$[a_{i\min}^0; a_{i\max}^0] \cdot \Delta k_{il} = \begin{cases} \left[a_{i\min}^0 \Delta k_{il}; a_{i\max}^0 \Delta k_{il}\right], \ \Delta k_{il} > 0; \\ \left[a_{i\max}^0 \Delta k_{il}; a_{i\min}^0 \Delta k_{il}\right], \ \Delta k_{il} < 0; \end{cases}$$

$$[a_{j\min}^0; a_{j\max}^0] \cdot \Delta k_{jl} = \begin{cases} \left[a_{j\min}^0 \Delta k_{jl}; a_{j\max}^0 \Delta k_{jl}\right], \ \Delta k_{jl} > 0; \\ \left[a_{j\max}^0 \Delta k_{jl}; a_{j\min}^0 \Delta k_{jl}\right], \ \Delta k_{jl} < 0. \end{cases}$$

В условии (6) G_l – интервальное число, где G_l можно сформировать несколькими способами, взяв:

– наиболее широкий интервал изменения $G_l \in [G_{l мин}; G_{l макс}]$;

– наиболее узкий интервал изменения $G_l \in [G_{l\min}; G_{l\max}]$;

– в качестве границ интервала средние оценки минимальных и максимальных значений $G_l \in [G_{l мин}^{ср}; G_{l макс}^{ср}]$.

Условия (3) – (4) соответственно примут вид:

$$\frac{\sum\limits_{j \ne i}\left[a_{j\min}^0; a_{j\max}^0\right] + \sum\limits_i \left[a_{i\min}^0; a_{i\max}^0\right] + \sum\limits_i d_{li}(r_{li}) r_{li}}{1 + \sum\limits_i d_{li}(r_{li}) r_{li}} = [1;1]; \quad (11)$$

$$\frac{[a_{i\min}^0; a_{i\max}^0] + d_{li}(r_{li}) r_{li}}{1 + \sum\limits_i d_{li}(r_{li}) r_{li}} = [0;1]; \quad (12)$$

$$\frac{[a_{j\min}^0; a_{j\max}^0]}{1 + \sum\limits_i d_{li}(r_{li}) r_{li}} = [0;1].$$

В задаче управления частными характеристиками альтернатив и общей задаче целевые функции (7) и (9) примут вид:

$$\sum_{i=1}^n \left[a_{i\min}^0 (A_i d_{2i}(r_{2i}) + B_i)^{\alpha_i}; a_{i\max}^0 (A_i d_{2i}(r_{2i}) + B_i)^{\alpha_i}\right] \to \max_{r_{2i}}; \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n \left([a_{i\min}^0; a_{i\max}^0] + d_{li}(r_{li}) \Delta r_{li}\right) \cdot (A_i d_{2i}(r_{2i}) + B_i)^{\alpha_i} \to \max_{r_{li}, r_{2i}} \quad (14)$$

Функции в выражениях (11) – (14) являются интервально-значными функциями типа $F(r_i, a_i)$, так как содержат константы в виде интервалов. Представим каждую из них парой граничных вещественных функций $F(r_i, a_i) = [f_r^1(r_i, a_i), f_r^2(r_i, a_i)]$ по правилу [7]:

$$f_r^1(r_i, a_i) = f_r(r_i, a_{i\min}), \quad (15)$$

$$f_r^2(r_i, a_i) = f_r(r_i, a_{i\max}). \quad (16)$$

Использование таких функций в рассматриваемых оптимизационных задачах позволяет перейти к задачам с точечными значениями a_i и найти координаты 2n точек: $r_l = \{r_{1l}^н, r_{2l}^н, ..., r_{nl}^н\}$, $l = \overline{1, n}$ – нижнюю оценку значения $r_i^* = \{r_1^*, r_2^*, ..., r_n^*\}$ и

$r_l = \{r^{в}_{1l}, r^{в}_{2l}, ..., r^{в}_{nl}\}$, $l = \overline{n+1, 2n}$, – его верхнюю оценку в области допустимого множества решений.

Однако при этом возникают следующие трудности:

1) поскольку в общем случае $\sum_{i=1}^{n} a^0_{i\min} \neq 1$ и $\sum_{i=1}^{n} a^0_{i\max} \neq 1$, необходимо задавать такие значения $a^0_{i\min}$ и $a^0_{i\max}$, $i = \overline{1, n}$, чтобы выполнялись условия $\sum_{i=1}^{n} a^0_{i\min} = 1$ и $\sum_{i=1}^{n} a^0_{i\max} = 1$;

2) на множестве точек r_l, $l = \overline{1, 2n}$, выбрать единственное решение $r^0 = \{r^0_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

Рассмотрим способы преодоления указанных обстоятельств.

Сформулируем правила задания a_i, когда исходная информация задана в виде $a_i \in [a^0_{i\min}, a^0_{i\max}]$ и предпочтения внутри интервалов неизвестны [8].

Для определения значений $r_l = \{r^{н}_{1l}, r^{н}_{2l}, ..., r^{н}_{nl}\}$, $l = \overline{1, n}$, в граничной функции (15) задается значение $a^0_{i\min}$, а для выбора остальных значений a_j, $j \neq i$, $j = \overline{1, N-1}$ используем логичное предположение, что случайные величины a_i распределены по закону равной вероятности в интервале $[a^0_{i\min}, a^0_{i\max}]$, и математическое ожидание определяется по формуле

$$Ma_i = \left(a^0_{i\min} + a^0_{i\max}\right) \Big/ 2.$$

Относительно Ma_i скорректируем значения a_j:

$$a_j = Ma_j - \left(\left(\sum_{j=1}^{n-1} Ma_j - \left(1 - a^0_{i\min}\right)\right) \Big/ \sum_{j=1}^{n-1} \Delta a_j\right) \Delta a_j.$$

В граничной функции (16) для определения $r_l = \{r^{в}_{1l}, r^{в}_{2l}, ..., r^{в}_{nl}\}$, $l = \overline{n+1, 2n}$, задаются значения $a^0_{i\max}$, и a_j определяются как

$$a_j = Ma_j - \left(\left(\sum_{j=1}^{n-1} Ma_j - \left(1 - a^0_{i\max}\right)\right) \Big/ \sum_{j=1}^{n-1} \Delta a_j\right) \Delta a_j.$$

Выбор единственного решения $r^0 = \{r^0_1, r^0_2, ..., r^0_n\}$ на сформированном множестве допустимых решений целесообразно производить по минимаксному критерию вида [8]:

$$K = \min_{r^0} \left\{ \sum_{l=1}^{2n} \varphi_l(r_l)^{\beta} \right\}^{1/\beta}, \qquad (17)$$

где $\varphi_l(r_l) = \left\{ \sum_{i=1}^{n} (r_{il} - r^0_i)^2 \right\}^{1/2}$ имеет смысл расстояний между точками, β – адаптационный параметр, позволяющий регулировать «жесткость» минимаксной схемы. При $1 < \beta < 2$ реализуется «мягкий» минимакс, гарантирующий решения, близкие к экстремальному. При $\beta = 3$ обеспечивается достаточная «жесткость» минимакса, при которой полученное решение является наиболее устойчивым к вариации границ области допустимых решений.

К полученным задачам, где a_i заданы в виде точечных значений, применим метод динамического программирования. Для определенности будем полагать, что использование ресурсов R должно происходить некоторыми фиксированными величинами Δr, так что $R = s \cdot \Delta r$. Такого типа задачи по своей природе являются комбинаторными, поскольку необходимо перебрать все разбиения R на n групп. Традиционно подобные задачи решаются методом динамического программирования [9, 10].

Метод динамического программирования реализуется алгоритмами прямой или обратной прогонки, которые приводят к одному и тому же решению. В общем случае алгоритм обратной прогонки может быть более эффективным с вычислительной точки зрения. Поскольку алгоритмы для задач 1, 2, 3 схожи, условно обозначим r_{1i} и r_{2i} через r_i.

Разобьем задачу на $i = \overline{1, n}$ этапов. Варианты решения на этапе i описываются количеством ресурсов $r_i = t_i \Delta r$, вложенных в изменение a_i или $k_i(x^3)$. Состояние $\sum_i r_i$ на i-м этапе выражает суммарное количество ресурсов, вложенных на этапах 1,2,… i в алгоритме прямой прогонки или $n, n-1, ... i$ в алгоритме обратной прогонки. Это определение выражает тот факт, что ограничение на ресурсы $\sum_{i=1}^{n} r_i \leq R$ является единственным, связывающим n этапов вместе.

Прямая задача распределения ресурсов. Используем алгоритм обратной прогонки. В алгоритме обратной прогонки распределение ресурсов начинается с n-го этапа, и предполагается, что к последнему i-му этапу нераспределенным осталось количество ресурсов $S_i = t_i \Delta r$, где $t_i = 1$ или $t_i = s$. В результате последовательной оптимизации этапов n, $(n-1)$,…, 2 и 1 получаем полный список всех рекомендаций по оптимальному управлению $t_i \Delta r$ и безусловный оптимальный выигрыш на первом этапе $P_1(x^3, S_1)$. Следует отметить, что в задаче управления предпочтениями, прежде чем вычислять $P_i(x^3, t_i \Delta r)$, необходимо откорректировать кортеж предпочтений согласно (3) и (4). Безусловный оптимальный выигрыш $P(x^3, R)$ и оптимальное распределение ресурсов $t_i \Delta r$, $i = \overline{1, n}$ находится обратным проходом по этапам от 1 до n путем выбора из условных оптимальных решений на каждом этапе наилучших, дающих в сумме оптимальное решение.

Условный оптимальный выигрыш на i-м этапе находится по принципу оптимальности:

$$P_i(S_i) = \max_{t_i \Delta r \le S_i} \{P_i(t_i \Delta r) + P_{i+1}(S_i - t_i \Delta r)\}.$$

Обратная задача распределения ресурсов. Используем алгоритм прямой прогонки. Разобьем задачу на m этапов, $m = \overline{1, M}$, $M = R / \Delta r$. Варианты решения на этапе m описываются как изменение привлекательности заданной альтернативы $\Delta P_{li}(x^3, r_i)$ (формула (2)), где $r_i = t_i \Delta r$ – количество ресурсов, вложенных в изменение i-го параметра. Состоянием $P_i(x^3, r_i)$ на m-м этапе является новое значение привлекательности заданной альтернативы при новом кортеже предпочтений (условия (3), (4)).

На первом этапе будем вкладывать часть ресурсов Δr поочередно в i-й параметр, рассчитаем $\Delta P_{li}(x^3, \Delta r_i)$ и новый кортеж предпочтений. Если все $\Delta P_{li}(x^3, \Delta r_i) < 0$, из них выбираем наибольшее, и считаем оптимальный выигрыш как Δr_i.

На втором этапе вкладываем $2\Delta r_i$ ресурсов, и вычисляем $\Delta P_{li}(x^3, 2\Delta r_i)$. По наибольшему значению $\Delta P_{li}(x^3, 2\Delta r_i)$ определяем такое $2\Delta r_i$, которое учитывается в $\sum_{i=1}^{n} \Delta r_i$.

Если на текущем этапе $\Delta P_{li} > 0$, то процесс распределения ресурсов закончен, а найденное $\sum_{i=1}^{n} \Delta r_i$ есть оптимальное решение. В противном случае условие (2) не выполняется, следовательно, переходим к распределению следующего количества ресурсов $3\Delta r_i$, $4\Delta r_i$ и т.д. до $M\Delta r_i$.

Рекуррентное уравнение алгоритма прямой прогонки имеет вид:

$$S_i = \min_{r_{i \in R}} \{S_{i-1} + t_i \Delta r_i\}.$$

В качестве примера рассмотрим решение задачи управления предпочтениями (1) – (4). Исходными данными являются количество альтернатив в ситуации выбора и нормированные значения их частных характеристик (табл. 1).

Таблица 1

Исходные данные для задачи управления предпочтениями

x_i	$k_1(x)$	$k_2(x)$	$k_3(x)$	$k_4(x)$	$k_5(x)$
x_1	0	1	1	0,6	1
x_2	0,33	0,8	0,5	0,6	1
x_3	0,72	0,5	0,5	1	0,5
x_4	0,62	0,6	0	1	0
x_5	1	0	1	0	0,5

Будем полагать, что кортеж предпочтений индивидуумов однородной социальной группы получен по результатам экспертизы и представлен в виде интервальных оценок (табл. 2).

Таблица 2

Исходный кортеж предпочтений

	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1
$a_{i\,min}$	0,07	0,07	0,1	0,3	0,25
$a_{i\,max}$	0,15	0,15	0,3	0,4	0,3

В данной ситуации выбора для исследуемой однородной социальной группы наиболее привлекательной является альтернатива x_1.

Необходимо определить такую стратегию вложения минимального количества ресурсов в изменение предпочтений, чтобы сделать наиболее привлекательной альтернативу x_2. В предположении, что известны вид и параметры логистических функций и их производных $d_{li}(r_{li})$, определим множества решений $r_l = \{r_{1l}^{н}, r_{2l}^{н}, ..., r_{nl}^{н}\}$ и $r_l = \{r_{1l}^{в}, r_{2l}^{в}, ..., r_{nl}^{в}\}$, применив алгоритм прямой прогонки метода динамического программирования. Результаты решения задачи (1) – (4) при $a_{i\,min}$, $a_{i\,max}$, $i = \overline{1,5}$, показали, что ресурсы необходимо вкладывать только в изменение a_1 и a_5 (табл. 3), остальные $r_{il}^{н}$ и $r_{il}^{в}$ получили нулевые значения.

Таблица 3

Оптимальные стратегии распределения ресурсов для интервальных значений $a_i \in \left[a_{i\,min}^0, a_{i\,max}^0\right]$

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
$r_{1l}^{н}$	6	6	5	9	10
$r_{1l}^{в}$	12	12	20	12	10
$r_{5l}^{н}$	2	2	1	2	2
$r_{5l}^{в}$	2	2	3	2	2

Используя критерий (17), сформируем единственное решение r^0 (табл. 4).

Таблица 4

Выбор единственного решения при различных значениях β

	$\beta=1$	$\beta=2$	$\beta=3$
r_1^0	10,168	10,17	10,166
r_5^0	2,549	2,55	2,555

При неделимости единицы ресурса Δr с учетом табл. 3 единственным решением является

$$r^0 = (10, 0, 0, 0, 2)$$

и минимальное количество ресурсов составляет 12 единиц.

Новым кортежем предпочтений является

$$a^{н} = \{0{,}23; 0{,}066; 0{,}114; 0{,}225; 0{,}366\},$$

тогда:

$$P(x_1) = 0{,}68;\ P(x_2) = 0{,}686;\ P(x_3) = 0{,}663;$$

$$P(x_4) = 0{,}407;\ P(x_5) = 0{,}549.$$

Решение такой же задачи по увеличению привлекательности альтернативы x_4 дало следующие результаты. Ресурсы необходимо вкладывать в изменение весовых коэффициентов a_2 и a_4. Для значений $a_{i\min}$; $a_{i\max}$; $i = \overline{1,5}$, требуемое количество ресурсов приведено в табл. 5, решения r^0, рассчитанные для различных значений β, приведены в табл. 6.

Таблица 5

Оптимальные стратегии распределения ресурсов для интервальных значений a_i^0

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
$r_{21}^{н}$	6	6	5	6	6
$r_{21}^{в}$	8	8	7	6	6
$r_{41}^{н}$	8	8	6	9	8
$r_{41}^{в}$	7	7	10	7	8

Таблица 6

Выбор единственного решения при различных значениях β

	$\beta=1$	$\beta=2$	$\beta=3$
r_2^0	5,94	5,94	5,94
r_4^0	7,8	7,8	7,8

Следовательно, оптимальной стратегией распределения ресурсов по повышению привлекательности альтернативы x^4 является $r^0 = (0, 6, 0, 8, 2)$, а минимальное количество ресурсов составляет 14 единиц. Новым кортежем предпочтений является $a^{н} = \{0{,}015; 0{,}38; 0{,}025; 0{,}54; 0{,}04\}$, тогда $P(x_1) = 0{,}769$, $P(x_2) = 0{,}685$, $P(x_3) = 0{,}773$, $P(x_4) = 0{,}777$, $P(x_5) = 0{,}114$.

Выводы

Впервые рассмотрены математические модели задач управления поведением индивидуумов, сформулированных как задачи распределения ограниченного количества моноресурса, в которых предпочтения индивидуумов могут быть заданы как точные количественные оценки или в виде интервалов. Использование методов интервальных вычислений позволяет разбить каждую из исходных оптимизационных задач с n параметрами на 2n подзадач и сформировать результат в виде интервала, что дает дополнительную информацию лицу, принимающему решение. Нелинейные оптимизационные задачи предложено решить методом динамического программирования, разработаны алгоритмы прямой и обратной прогонки с учетом специфики задач и их ограничений. Проведенные вычислительные эксперименты подтвердили работоспособность и адекватность математических моделей соответствующих задач.

Представленные математические модели задач управления поведением индивидуумов однородной социальной группы и методы их решения могут быть использованы в системах поддержки принятия решений в различных предметных областях: социальной сфере, маркетинге, менеджменте.

Список литературы

1. *Петров Э.Г., Калита Н.И. Формализация проблемы управления поведением социальной группы // Вісник ЧІТІ. – 1999. – № 4. – С. 45-49.*
2. *Петров Э.Г. Калита Н.И. Модели управления поведением индивидуумов однородной социальной группы в стационарных условиях // Вестник ХНТУ. – 2005. – № 1 (21). – С. 73-77.*
3. *Петров Э.Г., Калита Н.И. Методы оценивания вектора предпочтений индивидуумов // Проблемы бионики. – Х.: ХНУРЭ, 2003. – Вып. 58. – С. 27-35.*
4. *Таха Х.А. Введение в исследование операций.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 912 с.*
5. *Беллман Р. Динамическое программирование. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. – 410 с.*
6. *Назаренко Т.И., Марченко Л.В. Введение в интервальные методы вычислительной математики. – Иркутск: Изд-во Иркутского университета, 1982. – 108 с.*
7. *Шокин Ю.И. Интервальный анализ. – Новосибирск: Наука, 1981. – 198 с.*
8. *Овезгельдыев А.О., Петров Э.Г., Петров К.Э. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации. – К.: Наук. думка, 2002. – 163 с.*
9. *Кофман А., Фор Р. Займемся исследованием операций. – М.: Мир, 1966. – 279 с.*
10. *Гурин Л.С., Дымарский Я.С., Меркулов А.Д. Задачи и методы оптимального распределения ресурсов. – М.: Сов. радио, 1968. – 462 с.*

Поступила в редакцию 14.07.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Э.Г. Петров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.