

УДК 519.6

**Н.И. Калита**

*Харьковский национальный университет радиоэлектроники*

### **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ ПРИ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРАХ МОДЕЛЕЙ**

*Сформулированы математические модели задачи управления поведением однородных социальных групп, соответствующие различным способам управления. По постановке эти задачи относятся к классу задач условной нелинейной оптимизации. Рассмотрен метод решения задач, когда параметры математических моделей заданы в виде интервальных значений. Для решения задач предложены алгоритмы прямой и обратной прогонки метода динамического программирования, сформулированы соответствующие рекуррентные соотношения.*

*математическая модель, моделей распределение ресурсов, интервальные параметры*

#### **Введение**

В системах управления социотехническими и социально-экономическими объектами решаются задачи управления не только материальными потоками, но и группами людей. Индивидуум или груп-

па людей выступают в роли лица, принимающего решение (ЛПР), который имеет свои предпочтения  $\{a_i\}_{i=1,n}$ , при выборе единственной альтернативы  $x^0$  на заданном множестве  $x \in X$ . В [1] на основе теории полезности проведена формализация проблемы

управления поведением однородной группы индивидуумов, определены способы управления поведением: 1) изменить предпочтения  $a_i$  (весовые коэффициенты важности объективных частных характеристик альтернатив  $k_i(x)$ ); 2) изменить объективные частные характеристики заданной альтернативы  $k_i(x^s)$  при неизменных значениях  $a_i$ ; 3) комбинировать указанные способы. Сформулированы соответствующие задачи управления [2] как задачи распределения ограниченного количества моноресурса

$R = \sum_{i=1}^n (r_{1i} + r_{2i})$ , который используется для изменения  $a_i$  и  $k_i(x^s)$  с целью повышения привлекательности заданной альтернативы  $P(x^s)$ . Зависимости  $a_i = f_{1i}(r_{1i})$  и  $k_i(x) = f_{2i}(r_{2i})$  аппроксимируются логистическими функциями. Предложены математические модели указанных задач.

**Постановка задачи.** Задача управления предпочтениями формулируется как задача минимизации затрат ресурсов для достижения наибольшей привлекательности заданной альтернативы в сравнении с другими альтернативами множества  $X$ . С учетом изложенного представим следующую математическую модель задачи управления предпочтениями:

1. Минимизировать ресурсы

$$\sum_{i=1}^n r_{1i} \rightarrow \min_{r_{1i}} \quad (1)$$

при ограничениях

$$P(x^3) > P(x_1); \quad x^3 \neq x_1, \quad \forall l = \overline{1, N-1}; \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{j \neq i} a_j^0 + \sum_i a_i^0 + \sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i}}{1 + \sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i}} = 1; \quad (3)$$

$$\frac{a_i^0 + d_{li}(r_{1i})r_{1i}}{1 + \sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i}} \geq 0; \quad \frac{a_j^0}{1 + \sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i}} \geq 0; \quad (4)$$

где

$$P(x^3) = \sum_{i=1}^n \frac{a_i^0 + d_{li}(r_{1i})r_{1i}}{1 + \sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i}} \cdot k_i^{3H} + \sum_{j \neq i} \frac{a_j^0}{1 + \sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i}} \cdot k_j^{3H} -$$

полезность заданной альтернативы  $x^s$ ;

$$P(x_1) = \sum_{i=1}^n \frac{a_i^0 + d_{li}(r_{1i})r_{1i}}{1 + \sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i}} \cdot k_{il}^H + \sum_{j \neq i} \frac{a_j^0}{1 + \sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i}} \cdot k_{il}^H -$$

полезности альтернатив  $x_1$ ,  $l = \overline{1, N-1}$ ;  $a_i^0$  – начальные значения коэффициентов важности частных характеристик до начала управления;  $a_j^0$  – начальные значения коэффициентов важности частных характеристик, в изменение которых ресурсы не вкладываются;  $k_i^{3H}$  и  $k_{il}^3$  – нормированные значения

объективных частных характеристик заданной и остальных  $l = \overline{1, N-1}$  альтернатив по формуле:

$$k_i^H(x) = \left( \frac{k_i(x) - k_{iHx}(x)}{k_{iHl}(x) - k_{iHx}(x)} \right)^{\alpha_i}; \quad k_{iHl}(x), \quad k_{iHx}(x) -$$

наихудшее и наилучшее значения  $i$ -й характеристики на всем множестве  $X$ ;  $\alpha_i$  – показатель нелинейности;  $d_{li}(r_{1i})$  – производная логистической функции.

В (2) из уравнения полезности заданной альтернативы вычтем уравнения полезностей остальных  $x_1 \in X$ ,  $l = \overline{1, N-1}$ , и, обозначив  $\Delta k_{il} = k_i^{3H} - k_{il}^H$ ,

$\Delta k_{jl} = k_j^{3H} - k_{jl}^H$ , получим равносильное условие

$$\frac{\sum_i (a_i^0 + d_{li}(r_{1i})r_{1i}) \cdot \Delta k_{il} + \sum_{j \neq i} a_j^0 \Delta k_{jl}}{1 + \sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i}} > 0. \quad (5)$$

С учетом того, что  $\sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i} \geq 0$  и

$$\sum_i a_i^0 \Delta k_{il} + \sum_{j \neq i} a_j^0 \Delta k_{jl} = G_1 - \text{некоторое число,}$$

$l = \overline{1, N-1}$ , выражение (5) примет вид:

$$(1 + \sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i})(G_1 + d_{li}(r_{1i})r_{1i} \Delta k_{il}) > 0. \quad (6)$$

Задача управления объективными характеристиками альтернатив формулируется таким образом.

2. Максимизировать привлекательность заданной альтернативы

$$\sum_{i=1}^n a_i [A_i d_{2i}(r_{2i})r_{2i} + B_i]^{\alpha_i} \rightarrow \max_{r_{2i}} \quad (7)$$

при условии  $\sum_{i=1}^n r_{2i} \leq R$ , (8)

где  $A = \frac{1}{k_{iHl}(x) - k_{iHx}(x)}$ ,  $B = \frac{k_i^0(x^3) - k_{iHx}(x)}{k_{iHl}(x) - k_{iHx}(x)}$ ,

$k_i^0(x^3)$  – количественное значение объективной частной характеристики до начала управления.

В общей задаче управления поведением имеющийся моноресурс  $R$  используется на изменение предпочтений и на улучшение объективных характеристик заданной альтернативы. С учетом соотношений (4) и (7) сформулируем следующую задачу:

3. Максимизировать привлекательность заданной альтернативы

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_i^0 + d_{li}(r_{1i})r_{1i}}{1 + \sum_i d_{li}(r_{1i})r_{1i}} \cdot [A_i d_{2i}(r_{2i})r_{2i} + B_i]^{\alpha_i} \rightarrow \max_{r_{1i}, r_{2i}} \quad (9)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^n (r_{1i} + r_{2i}) \leq R \quad (10)$$

и (3), (4).

Отметим, что задача (1) – (4) является обратной задачей распределения ресурсов задаче (7) – (8).

В силу нелинейности целевых функций (7), (9) и ограничений вида (2) – (4), (6) сформулированные задачи распределения ресурсов относятся к классу задач нелинейного программирования, и необходимо обосновать выбор конкретного метода для их решения. Кроме того, в указанных задачах возможны различные способы задания  $a_i$  [3]: в виде детерминированных и вероятностных, точечных и интервальных значений.

В ситуациях, когда значения весовых коэффициентов  $a_i$  заданы как точные количественные значения, один из подходов к решению задач (1) – (4), (7) – (8), (9) – (10) – свести исходную задачу к задаче без ограничений, например, методом штрафных функций. Введение штрафных функций приводит к росту размерности задач, особенно в данном случае, когда ограничения заданы в виде неравенств, что требует введения дополнительных переменных. Учитывая специфику рассматриваемых задач, где целевая функция (1) невыпуклая, (7), (9) – нелинейные, а ограничения представлены линейными или нелинейными неравенствами, целесообразно использовать универсальный подход, основанный на методе динамического программирования [4, 5]. В случае, когда значения весовых коэффициентов  $a_i$  заданы в виде интервалов, необходимо разработать процедуру решения сформулированных оптимизационных задач.

**Целью статьи** является разработка методов решения задач распределения ресурсов для ситуаций, когда весовые коэффициенты  $a_i$  заданы в виде интервалов, на которых предпочтения не заданы, т.е. параметры статистических распределений – математическое ожидание и дисперсия неизвестны.

### Основная часть

Пусть в задачах (1) – (4), (7) – (8), (9) – (10) значения предпочтений  $a_i^0$  заданы количественно, но не точно, а в виде интервалов  $a_i^0 \in [a_{i\min}^0; a_{i\max}^0]$  и предпочтения внутри интервалов неизвестны. Это означает, что точное значение  $a_{i\min}^0 \leq a_i^* \leq a_{i\max}^0$  и можно утверждать, что и точное решение задач распределения ресурсов  $r_i^H \leq r_i^* \leq r_i^B$ , где  $r_i^H$ ,  $r_i^B$  – соответственно нижняя и верхняя граница приближения.

Если  $a_i^0 \in [a_{i\min}^0; a_{i\max}^0]$  – интервальное число, тогда в условии (5) [6, 7]:

$$[a_{i\min}^0; a_{i\max}^0] \cdot \Delta k_{il} = \begin{cases} [a_{i\min}^0 \Delta k_{il}; a_{i\max}^0 \Delta k_{il}], & \Delta k_{il} > 0; \\ [a_{i\max}^0 \Delta k_{il}; a_{i\min}^0 \Delta k_{il}], & \Delta k_{il} < 0; \end{cases}$$

$$[a_{j\min}^0; a_{j\max}^0] \cdot \Delta k_{jl} = \begin{cases} [a_{j\min}^0 \Delta k_{jl}; a_{j\max}^0 \Delta k_{jl}], & \Delta k_{jl} > 0; \\ [a_{j\max}^0 \Delta k_{jl}; a_{j\min}^0 \Delta k_{jl}], & \Delta k_{jl} < 0. \end{cases}$$

В условии (6)  $G_l$  – интервальное число, где  $G_l$  можно сформировать несколькими способами, взяв:

- наиболее широкий интервал изменения  $G_l \in [G_{l\min}; G_{l\max}]$ ;
- наиболее узкий интервал изменения  $G_l \in [G_{l\min}; G_{l\max}]$ ;
- в качестве границ интервала средние оценки минимальных и максимальных значений  $G_l \in [G_{l\min}^{cp}; G_{l\max}^{cp}]$ .

Условия (3) – (4) соответственно примут вид:

$$\frac{\sum_{j \neq i} [a_{j\min}^0; a_{j\max}^0] + \sum_i [a_{i\min}^0; a_{i\max}^0] + \sum_i d_{li}(r_{li})r_{li}}{1 + \sum_i d_{li}(r_{li})r_{li}} = [1; 1]; \quad (11)$$

$$\frac{[a_{i\min}^0; a_{i\max}^0] + d_{li}(r_{li})r_{li}}{1 + \sum_i d_{li}(r_{li})r_{li}} = [0; 1]; \quad (12)$$

$$\frac{[a_{j\min}^0; a_{j\max}^0]}{1 + \sum_i d_{li}(r_{li})r_{li}} = [0; 1].$$

В задаче управления частными характеристиками альтернатив и общей задаче целевые функции (7) и (9) примут вид:

$$\sum_{i=1}^n [a_{i\min}^0 (A_i d_{2i}(r_{2i}) + B_i)^{\alpha_i}; a_{i\max}^0 (A_i d_{2i}(r_{2i}) + B_i)^{\alpha_i}] \rightarrow \max_{r_{2i}} \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n ([a_{i\min}^0; a_{i\max}^0] + d_{li}(r_{li})\Delta r_{li}) \cdot (A_i d_{2i}(r_{2i}) + B_i)^{\alpha_i} \rightarrow \max_{r_{li}, r_{2i}} \quad (14)$$

Функции в выражениях (11) – (14) являются интервально-значными функциями типа  $F(r_i, a_i)$ , так как содержат константы в виде интервалов. Представим каждую из них парой граничных вещественных функций  $F(r_i, a_i) = [f_r^1(r_i, a_i), f_r^2(r_i, a_i)]$  по правилу [7]:

$$f_r^1(r_i, a_i) = f_r(r_i, a_{i\min}), \quad (15)$$

$$f_r^2(r_i, a_i) = f_r(r_i, a_{i\max}). \quad (16)$$

Использование таких функций в рассматриваемых оптимизационных задачах позволяет перейти к задачам с точечными значениями  $a_i$  и найти координаты  $2n$  точек:  $r_l = \{r_{l1}^H, r_{l2}^H, \dots, r_{ln}^H\}$ ,  $l = \overline{1, n}$  – нижнюю оценку значения  $r_l^* = \{r_{l1}^*, r_{l2}^*, \dots, r_{ln}^*\}$  и

$r_l = \{r_{1l}^B, r_{2l}^B, \dots, r_{nl}^B\}$ ,  $l = \overline{1, 2n}$ , – его верхнюю оценку в области допустимого множества решений.

Однако при этом возникают следующие трудности:

1) поскольку в общем случае  $\sum_{i=1}^n a_{i \min}^0 \neq 1$  и

$\sum_{i=1}^n a_{i \max}^0 \neq 1$ , необходимо задавать такие значения  $a_{i \min}^0$  и  $a_{i \max}^0$ ,  $i = \overline{1, n}$ , чтобы выполнялись условия  $\sum_{i=1}^n a_{i \min}^0 = 1$  и  $\sum_{i=1}^n a_{i \max}^0 = 1$ ;

2) на множестве точек  $r_l$ ,  $l = \overline{1, 2n}$ , выбрать единственное решение  $r^0 = \{r_i^0\}_{i=1, n}$ .

Рассмотрим способы преодоления указанных обстоятельств.

Сформулируем правила задания  $a_i$ , когда исходная информация задана в виде  $a_i \in [a_{i \min}^0, a_{i \max}^0]$  и предпочтения внутри интервалов неизвестны [8].

Для определения значений  $r_l = \{r_{1l}^H, r_{2l}^H, \dots, r_{nl}^H\}$ ,  $l = \overline{1, n}$ , в граничной функции (15) задается значение  $a_{i \min}^0$ , а для выбора остальных значений  $a_j$ ,  $j \neq i$ ,  $j = \overline{1, N-1}$  используем логичное предположение, что случайные величины  $a_i$  распределены по закону равной вероятности в интервале  $[a_{i \min}^0, a_{i \max}^0]$ , и математическое ожидание определяется по формуле

$$Ma_i = \left( a_{i \min}^0 + a_{i \max}^0 \right) / 2.$$

Относительно  $Ma_i$  скорректируем значения  $a_j$ :

$$a_j = Ma_j - \left( \left( \sum_{j=1}^{n-1} Ma_j - \left( 1 - a_{i \min}^0 \right) \right) / \sum_{j=1}^{n-1} \Delta a_j \right) \Delta a_j.$$

В граничной функции (16) для определения  $r_l = \{r_{1l}^B, r_{2l}^B, \dots, r_{nl}^B\}$ ,  $l = \overline{1, 2n}$ , задаются значения  $a_{i \max}^0$ , и  $a_j$  определяются как

$$a_j = Ma_j - \left( \left( \sum_{j=1}^{n-1} Ma_j - \left( 1 - a_{i \max}^0 \right) \right) / \sum_{j=1}^{n-1} \Delta a_j \right) \Delta a_j.$$

Выбор единственного решения  $r^0 = \{r_1^0, r_2^0, \dots, r_n^0\}$  на сформированном множестве допустимых решений целесообразно производить по минимаксному критерию вида [8]:

$$K = \min_{r^0} \left\{ \sum_{l=1}^{2n} \varphi_l(r_l) \right\}^{1/\beta}, \quad (17)$$

где  $\varphi_l(r_l) = \left\{ \sum_{i=1}^n (r_{il} - r_i^0)^2 \right\}^{1/2}$  имеет смысл расстоя-

ний между точками,  $\beta$  – адаптационный параметр, позволяющий регулировать «жесткость» минимаксной схемы. При  $1 < \beta < 2$  реализуется «мягкий» минимум, гарантирующий решения, близкие к экстремальному. При  $\beta = 3$  обеспечивается достаточная «жесткость» минимакса, при которой полученное решение является наиболее устойчивым к вариации границ области допустимых решений.

К полученным задачам, где  $a_i$  заданы в виде точечных значений, применим метод динамического программирования. Для определенности будем полагать, что использование ресурсов  $R$  должно происходить некоторыми фиксированными величинами  $\Delta r$ , так что  $R = s \cdot \Delta r$ . Такого типа задачи по своей природе являются комбинаторными, поскольку необходимо перебрать все разбиения  $R$  на  $n$  групп. Традиционно подобные задачи решаются методом динамического программирования [9, 10].

Метод динамического программирования реализуется алгоритмами прямой или обратной прогонки, которые приводят к одному и тому же решению. В общем случае алгоритм обратной прогонки может быть более эффективным с вычислительной точки зрения. Поскольку алгоритмы для задач 1, 2, 3 схожи, условно обозначим  $r_{1i}$  и  $r_{2i}$  через  $r_i$ .

Разобьем задачу на  $i = \overline{1, n}$  этапов. Варианты решения на этапе  $i$  описываются количеством ресурсов  $r_i = t_i \Delta r$ , вложенных в изменение  $a_i$  или  $k_i(x^3)$ . Состояние  $\sum_i r_i$  на  $i$ -м этапе выражает суммарное количество ресурсов, вложенных на этапах  $1, 2, \dots, i$  в алгоритме прямой прогонки или  $n, n-1, \dots, i$  в алгоритме обратной прогонки. Это определение выражает тот факт, что ограничение на ресурсы  $\sum_{i=1}^n r_i \leq R$  является единственным, связывающим  $n$  этапов вместе.

**Прямая задача распределения ресурсов.** Используем алгоритм обратной прогонки. В алгоритме обратной прогонки распределение ресурсов начинается с  $n$ -го этапа, и предполагается, что к последнему  $i$ -му этапу нераспределенным осталось количество ресурсов  $S_i = t_i \Delta r$ , где  $t_i = 1$  или  $t_i = s$ . В результате последовательной оптимизации этапов  $n, (n-1), \dots, 2$  и  $1$  получаем полный список всех рекомендаций по оптимальному управлению  $t_i \Delta r$  и безусловный оптимальный выигрыш на первом этапе  $P_1(x^3, S_1)$ . Следует отметить, что в задаче управления предпочтениями, прежде чем вычислять  $P_i(x^3, t_i \Delta r)$ , необходимо откорректировать кортеж предпочтений согласно (3) и (4). Безусловный оптимальный выигрыш  $P(x^3, R)$  и оптимальное рас-

пределение ресурсов  $t_i \Delta r$ ,  $i = \overline{1, n}$  находится обратным проходом по этапам от 1 до n путем выбора из условных оптимальных решений на каждом этапе наилучших, дающих в сумме оптимальное решение.

Условный оптимальный выигрыш на i-м этапе находится по принципу оптимальности:

$$P_i(S_i) = \max_{t_i \Delta r \leq S_i} \{P_i(t_i \Delta r) + P_{i+1}(S_i - t_i \Delta r)\}.$$

**Обратная задача распределения ресурсов.** Используем алгоритм прямой прогонки. Разобьем задачу на m этапов,  $m = \overline{1, M}$ ,  $M = R/\Delta r$ . Варианты решения на этапе m описываются как изменение привлекательности заданной альтернативы  $\Delta P_{ij}(x^3, r_i)$  (формула (2)), где  $r_i = t_i \Delta r$  – количество ресурсов, вложенных в изменение i-го параметра. Состоянием  $P_i(x^3, r_i)$  на m-м этапе является новое значение привлекательности заданной альтернативы при новом кортеже предпочтений (условия (3), (4)).

На первом этапе будем вкладывать часть ресурсов  $\Delta r$  поочередно в i-й параметр, рассчитываем  $\Delta P_{ij}(x^3, \Delta r_i)$  и новый кортеж предпочтений. Если все  $\Delta P_{ij}(x^3, \Delta r_i) < 0$ , из них выбираем наибольшее, и считаем оптимальный выигрыш как  $\Delta r_i$ .

На втором этапе вкладываем  $2\Delta r_i$  ресурсов, и вычисляем  $\Delta P_{ij}(x^3, 2\Delta r_i)$ . По наибольшему значению  $\Delta P_{ij}(x^3, 2\Delta r_i)$  определяем такое  $2\Delta r_i$ , которое учитывается в  $\sum_{i=1}^n \Delta r_i$ .

Если на текущем этапе  $\Delta P_{ij} > 0$ , то процесс распределения ресурсов закончен, а найденное  $\sum_{i=1}^n \Delta r_i$  есть оптимальное решение. В противном случае условие (2) не выполняется, следовательно, переходим к распределению следующего количества ресурсов  $3\Delta r_i$ ,  $4\Delta r_i$  и т.д. до  $M\Delta r_i$ .

Рекуррентное уравнение алгоритма прямой прогонки имеет вид:

$$S_i = \min_{r_i \in R} \{S_{i-1} + t_i \Delta r_i\}.$$

В качестве примера рассмотрим решение задачи управления предпочтениями (1) – (4). Исходными данными являются количество альтернатив в ситуации выбора и нормированные значения их частных характеристик (табл. 1).

Таблица 1

Исходные данные для задачи управления предпочтениями

$x_i$	$k_1(x)$	$k_2(x)$	$k_3(x)$	$k_4(x)$	$k_5(x)$
$x_1$	0	1	1	0,6	1
$x_2$	0,33	0,8	0,5	0,6	1
$x_3$	0,72	0,5	0,5	1	0,5
$x_4$	0,62	0,6	0	1	0
$x_5$	1	0	1	0	0,5

Будем полагать, что кортеж предпочтений индивидуумов однородной социальной группы получен по результатам экспертизы и представлен в виде интервальных оценок (табл. 2).

Таблица 2

Исходный кортеж предпочтений

	$a_1$	$a_1$	$a_1$	$a_1$	$a_1$
$a_{i \min}$	0,07	0,07	0,1	0,3	0,25
$a_{i \max}$	0,15	0,15	0,3	0,4	0,3

В данной ситуации выбора для исследуемой однородной социальной группы наиболее привлекательной является альтернатива  $x_1$ .

Необходимо определить такую стратегию вложения минимального количества ресурсов в изменение предпочтений, чтобы сделать наиболее привлекательной альтернативу  $x_2$ . В предположении, что известны вид и параметры логистических функций и их производных  $d_{ij}(r_{ij})$ , определим множества решений  $r_1 = \{r_{11}^H, r_{21}^H, \dots, r_{n1}^H\}$  и  $r_1 = \{r_{11}^B, r_{21}^B, \dots, r_{n1}^B\}$ , применив алгоритм прямой прогонки метода динамического программирования. Результаты решения задачи (1) – (4) при  $a_{i \min}$ ,  $a_{i \max}$ ,  $i = \overline{1, 5}$ , показали, что ресурсы необходимо вкладывать только в изменение  $a_1$  и  $a_5$  (табл. 3), остальные  $r_{ij}^H$  и  $r_{ij}^B$  получили нулевые значения.

Таблица 3

Оптимальные стратегии распределения ресурсов для интервальных значений  $a_i \in [a_{i \min}^0, a_{i \max}^0]$

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$
$r_{11}^H$	6	6	5	9	10
$r_{11}^B$	12	12	20	12	10
$r_{51}^H$	2	2	1	2	2
$r_{51}^B$	2	2	3	2	2

Используя критерий (17), сформируем единственное решение  $r^0$  (табл. 4).

Таблица 4

Выбор единственного решения при различных значениях  $\beta$

	$\beta = 1$	$\beta = 2$	$\beta = 3$
$r_1^0$	10,168	10,17	10,166
$r_5^0$	2,549	2,55	2,555

При неделимости единицы ресурса  $\Delta r$  с учетом табл. 3 единственным решением является

$$r^0 = (10, 0, 0, 0, 2)$$

и минимальное количество ресурсов составляет 12 единиц.

Новым кортежем предпочтений является

$$a^H = \{0,23; 0,066; 0,114; 0,225; 0,366\},$$

тогда:

$$P(x_1) = 0,68; P(x_2) = 0,686; P(x_3) = 0,663;$$

$$P(x_4) = 0,407; P(x_5) = 0,549.$$

Решение такой же задачи по увеличению привлекательности альтернативы  $x_4$  дало следующие результаты. Ресурсы необходимо вкладывать в изменение весовых коэффициентов  $a_2$  и  $a_4$ . Для значений  $a_{i\min}; a_{i\max}; i = \overline{1,5}$ , требуемое количество ресурсов приведено в табл. 5, решения  $r^0$ , рассчитанные для различных значений  $\beta$ , приведены в табл. 6.

Таблица 5

Оптимальные стратегии распределения ресурсов для интервальных значений  $a_i^0$

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$
$r_{21}^H$	6	6	5	6	6
$r_{21}^B$	8	8	7	6	6
$r_{41}^H$	8	8	6	9	8
$r_{41}^B$	7	7	10	7	8

Таблица 6

Выбор единственного решения при различных значениях  $\beta$

	$\beta = 1$	$\beta = 2$	$\beta = 3$
$r_2^0$	5,94	5,94	5,94
$r_4^0$	7,8	7,8	7,8

Следовательно, оптимальной стратегией распределения ресурсов по повышению привлекательности альтернативы  $x_4$  является  $r^0 = (0, 6, 0, 8, 2)$ , а минимальное количество ресурсов составляет 14 единиц. Новым кортежем предпочтений является  $a^H = \{0,015; 0,38; 0,025; 0,54; 0,04\}$ , тогда  $P(x_1) = 0,769$ ,  $P(x_2) = 0,685$ ,  $P(x_3) = 0,773$ ,  $P(x_4) = 0,777$ ,  $P(x_5) = 0,114$ .

### Выводы

Впервые рассмотрены математические модели задач управления поведением индивидуумов, сформулированных как задачи распределения ограниченного количества моноресурса, в которых предпочтения индивидуумов могут быть заданы как точные количественные оценки или в виде интервалов. Использо-

вание методов интервальных вычислений позволяет разбить каждую из исходных оптимизационных задач с  $n$  параметрами на  $2n$  подзадач и сформировать результат в виде интервала, что дает дополнительную информацию лицу, принимающему решение. Нелинейные оптимизационные задачи предложено решить методом динамического программирования, разработаны алгоритмы прямой и обратной прогонки с учетом специфики задач и их ограничений. Проведенные вычислительные эксперименты подтвердили работоспособность и адекватность математических моделей соответствующих задач.

Представленные математические модели задач управления поведением индивидуумов однородной социальной группы и методы их решения могут быть использованы в системах поддержки принятия решений в различных предметных областях: социальной сфере, маркетинге, менеджменте.

### Список литературы

1. Петров Э.Г., Калита Н.И. Формализация проблемы управления поведением социальной группы // *Вісник ЧІПІ.* – 1999. – № 4. – С. 45-49.
2. Петров Э.Г. Калита Н.И. Модели управления поведением индивидуумов однородной социальной группы в стационарных условиях // *Вестник ХНТУ.* – 2005. – № 1 (21). – С. 73-77.
3. Петров Э.Г., Калита Н.И. Методы оценивания вектора предпочтений индивидуумов // *Проблемы бионики.* – Х.: ХНУРЭ, 2003. – Вып. 58. – С. 27-35.
4. Таха Х.А. Введение в исследование операций.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 912 с.
5. Беллман Р. Динамическое программирование. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. – 410 с.
6. Назаренко Т.И., Марченко Л.В. Введение в интервальные методы вычислительной математики. – Иркутск: Изд-во Иркутского университета, 1982. – 108 с.
7. Шокин Ю.И. Интервальный анализ. – Новосибирск: Наука, 1981. – 198 с.
8. Овезгельдыев А.О., Петров Э.Г., Петров К.Э. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации. – К.: Наук. думка, 2002. – 163 с.
9. Кофман А., Фор Р. Займемся исследованием операций. – М.: Мир, 1966. – 279 с.
10. Гурин Л.С., Дымарский Я.С., Меркулов А.Д. Задачи и методы оптимального распределения ресурсов. – М.: Сов. радио, 1968. – 462 с.

Поступила в редакцию 14.07.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Э.Г. Петров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.