

УДК 681.324 : 621.396

Г.А. Кучук, І.Г. Кіріллов, А.А. Пашнєв

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба

МОДЕЛЮВАННЯ ТРАФІКА МУЛЬТИСЕРВІСНОЇ РОЗПОДІЛЕНОЇ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ

Наведені результати теоретичних досліджень щодо статистичних характеристик мережного трафіка мультисервісної розподіленої телекомунікаційної мережі (РТКМ), визначені межі змін властивостей трафікового процесу та побудована його математична модель. Проаналізовані результати імітаційного моделювання трафікового процесу.

трафік, фрактальний характер, трафіковий процес, розподілена телекомунікаційна мережа, масштабна інваріантність, довготривала статистична залежність, чинник Фано

Вступ

Якість обслуговування в сучасних мультисервісних розподілених телекомунікаційних мережах (РТКМ) суттєво залежить від двох основних факторів: моделі обслуговування та моделі трафікового проектування [1]. Модель обслуговування визначає різні класи обслуговування та встановлює розподіл мережних ресурсів [2]. Модель трафікового проектування використовується з метою визначення потрібної ємності мережних ресурсів [3] та базується на підмоделях відповідних мережних процесів.

Для моделювання мережних процесів традиційно використовувалися класичні моделі теорії масового обслуговування у рамках кореляційної теорії. Проведений аналіз експериментальних даних [4] вказує на недостатню точність таких моделей щодо задач дослідження й ідентифікації специфічних особливостей процесів у РКТМ. Це насамперед відноситься до прояву різних форм схованих періодичностей і довготривалих статистичних залежностей [5], які мають загальний механізм виникнення, обумовлений процесами агрегування, що на локальному рівні розгляду окремих мережних з'єднань носять мультиплікативний, а на рівні об'єднаних мереж – адитивний характер [6]. Дослідження показують, що моделями багатьох мережних явищ можуть бути процеси, статистична структура яких характеризується степеневим загасанням кореляційних зв'язків і обумовленою цим процесом масштабною інваріантністю [7]. При цьому властивості мережного трафіка потрібно пов'язувати із застосовуваними в комп'ютерних мережах методами пакетної комутації та процесами, що виникають при такій комутації. Крім того, слід зазначити, що трафік сучасних мультисервісних цифрових телекомунікаційних мереж з інтеграцією служб у багатьох випадках має фрактальний характер [6, 8]. Такий трафік породжується випадковими подіями, що є локалізованими в окремі моменти часу [9]. Тобто фракталь-

ні властивості процесів потребують аналізу не тільки перших, але й других статистичних моментів виникаючих процесів [8], а також непараметричних статистик другого порядку (наприклад, спектральної щільності, кореляційної функції кількості відліків, нормованої дисперсії кількості відліків, коефіцієнта кореляції тощо), які дозволяють визначити характеристики самоподібності трафіка [10, 11]. Тому мережному трафіку можна зіставити стохастичні процеси із властивістю масштабною інваріантності, яка виникає при агрегуванні достатньої кількості точкових відліків [12], що дозволяє використовувати методи фрактального аналізу [13] та застосовувати різні ймовірнісні методи для оперативного прогнозування процесів за допомогою моделей з мінімальною кількістю настроюваних параметрів [14, 15]. Отже, досягнення необхідної якості обслуговування РКТМ потребує розробки конструктивних математичних моделей мережних процесів, на базі яких можна промодельовати трафік, адекватний реальному мережному трафіку. Тому **метою даної статті** є розробка трафікової моделі на базі математичної моделі мережних процесів у РКТМ, яка адекватна реальному процесу та враховує фрактальний характер існуючого трафікового процесу.

1. Дослідження статистичних характеристик мережного трафіка РКТМ

Для дослідження й ідентифікації моделі трафіка розглянемо стаціонарний випадковий процес $\{\xi_k\}$, у якому інтервали між подіями є незалежними випадковими величинами. Використання властивостей самоподібності дозволяє одержати статистичну модель мережного процесу, якщо задати скінченновимірний розподіл його відліків. Реалізацію ординарного точкового потоку можна надати у вигляді неспадної ступінчастої функції, що набуває тільки невід'ємних цілочисельних значень. Моменти зміни цієї функції є випадковими величинами, а величина

приросту дорівнює одиниці, тобто $N_\tau = \sum_{j \in P_\tau} e(t - \tau_j)$,

де τ_j – момент приходу j -го пакета; P_τ – множина пакетів, що надійшли за час τ ; $e(t - \tau_j)$ – булева функція, яка дорівнює одиниці тільки при $t \geq \tau_j$.

Потоки відновлення – ординарні точкові процеси, можна описати за допомогою характеристичного $\theta(V, T)$ та справляючого $L(u, T)$ функціоналів. Характеристичний функціонал є узагальненням Фур'є-перетворення щільності ймовірності скінченновимірною випадкового точкового потоку $\{\xi(t_i), i=1, 2, \dots, n\}$ при збільшенні кількості його відліків, коли $n \rightarrow \infty$, тобто

$$\theta(V, T) = M \left(\exp \left(\int_0^T V(t) \xi(t) dt \right) \right), \quad (2)$$

де $M\{\cdot\}$ – математичне сподівання; $V(t)$ – допоміжна функція.

Для опису локальних характеристик точкових процесів використовуються моментні $f_n(\cdot)$ і кореляційні $g_n(\cdot)$ функції, або відповідно функції щільності і кореляції щільності порядку n . Справляючий функціонал можна розрахувати як [2]

$$L(u, T) = M \left[\prod_{i=1}^n (1 + u(t_i)) \right], \quad (2)$$

де $u(t_i)$ – допоміжна функція, що обчислюється в точках появи подій t_i , що дає змогу одержати розкладання досліджуваного сигналу за системою базисних функцій f_n і g_n , за допомогою яких можна вивчати властивості випадкової інтенсивності точкового процесу. При цьому слід зважати на те, що реалізація випадкової інтенсивності є потоком дельта-імпульсів як результат диференціювання випадкового точкового процесу N_τ , тобто

$$\xi(t) = \frac{dN}{dt} = \sum_i \delta(t - t_i), \quad (3)$$

де t_i – координата появи точки (пакет i) на часовій осі; $\delta(\cdot)$ – дельта-функція Дірака.

Використовуючи фільтруючі властивості дельта-функції, можна отримати співвідношення, що зв'язує характеристичний $\theta(V, T)$ та справляючий $L(u, T)$ функціонали:

$$\theta(V, T) = L e^{jV(t)-1}. \quad (4)$$

Тому з урахуванням виразів для характеристичного та справляючого функціоналів у формі функціональних рядів вигляду:

$$\theta(V, T) = \exp \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{j^n}{n!} \int_0^T \dots \int_0^T k_n(t_1, \dots, t_n) \prod_{r=1}^n V(t_r) dt_1 \dots dt_n \right);$$

$$L(u, T) = \exp \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_0^T \dots \int_0^T g_n(t_1, \dots, t_n) \prod_{r=1}^n u(t_r) dt_1 \dots dt_n \right),$$

одержимо наступні співвідношення, що зв'язують характеристики точкових потоків:

$$k_1(t) = g_1(t);$$

$$k_2(t_1, t_2) = g_1(t_1)\delta(t_1 - t_2) + g_2(t_1, t_2);$$

$$k_3(t_1, t_2, t_3) = g_1(t_1)\delta(t_1 - t_2)\delta(t_1 - t_3) + g_2(t_1, t_3)\delta(t_1 - t_2) + g_2(t_2, t_3)\delta(t_2 - t_1) + g_2(t_1, t_2)\delta(t_1 - t_3) + g_3(t_1, t_2, t_3). \quad (5)$$

Ідентифікацію такої моделі трафіка будемо проводити з урахуванням (3), розглядаючи статистику тільки другого порядку, зважаючи на те, що вони не залежать від поточного часу, а їх значення визначаються величиною $\tau = t_2 - t_1$, тому з (10) випливають такі співвідношення:

$$k_1 = g_1 = f_1 = \text{const}; \quad k_2(\tau) = \lambda\delta(\tau) + g_2(\tau), \quad (6)$$

де λ – інтенсивність точкового процесу.

З урахуванням рівностей

$$f_2(t_1, t_2) = f(t_2|t_1)f_1(t_1), \quad f(t_2|t_1) = f(t_2 - t_1) = f(\tau),$$

представимо функцію $g_2(\tau)$ як

$$g_2(\tau) = f_2(t_1, t_2) - f_1^2 = \lambda(f(t_2|t_1) - \lambda) = \lambda(f(\tau) - \lambda).$$

Умовна функція щільності ймовірності характеризує ймовірність появи точки в околі моменту часу t_2 за умови існування точки у момент часу t_1 , $t_2 > t_1$. Ця функція може бути визначена з інтегрального рівняння відновлення, яке для стаціонарних точкових процесів має вигляд:

$$f(\tau) = \psi(\tau) + \int_0^{\tau} \psi(\tau - t)f(t)dt, \quad (7)$$

де $\psi(\tau)$ – щільність ймовірності часових інтервалів між точками.

Застосовуючи до рівняння (6) перетворення Фур'є, одержуємо вираз для спектральної щільності центрованої складової випадкової інтенсивності досліджуваного точкового процесу

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} k_2(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau = \lambda + \int_{-\infty}^{\infty} g_2(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau = \lambda + S_1(\omega). \quad (8)$$

Використовуючи введені позначення, вираз для кореляційної функції $G_N(\tau)$ можна записати як

$$G_N(\tau) = m_2(\tau) = k_2(t_1, t_2) + k_1(t_1) + k_2(t_2),$$

а враховуючи (6), отримаємо

$$G_N(\tau) = k_2(\tau) + k_1^2 = k_2(\tau) + \lambda^2 = \lambda\delta(\tau) + g_2(\tau) + \lambda^2 = \lambda\delta(\tau) + R_1(\tau), \quad (9)$$

де $R_1(\tau) = g_2(\tau) + \lambda^2$ – модулююча складова моментної функції; $\tau = t_2 - t_1$ – інтервал кореляції подій.

Для фрактальних процесів кореляційна функція другого порядку $g_2(\tau)$ має вигляд степеневої спадної функції

$$g_2(\tau) = \lambda^2 \left(|\tau|/\tau_0 \right)^{\alpha-1} \quad (10)$$

з дробовим показником степеня $\alpha < 1$, яка є джерелом точкових процесів із протяжною статистичною залежністю (ПЗЗ).

Для визначення чисельних характеристик властивостей масштабної інваріантності використовуються й інші статистики відліків, наприклад, чинник Фано $F(T)$. Із виразів (7) та (9) [16]:

$$\begin{aligned} F(T) &= D(T)(\lambda T)^{-1} = 2(\lambda T)^{-1} \int_0^T (T-\tau) k_2(\tau) d\tau = \\ &= 2(\lambda T)^{-1} \int_0^T (T-\tau) (G_N(\tau) - \lambda^2) d\tau = \\ &= 2(\lambda T)^{-1} \left[\int_0^T (T-\tau) \lambda \delta(\tau) d\tau + \frac{\lambda^2}{\tau_0^{\alpha-1}} \int_0^T (T-\tau) \tau^{\alpha-1} d\tau \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Зважаючи на те, що перший інтеграл у правій частині виразу (11) на підставі фільтруючих властивостей дельта-функції дорівнює $\lambda T/2$, а після обчислення другого інтеграла одержуємо величину $\lambda^2 T^{\alpha-1} / (\alpha(1+\alpha)\tau_0^{\alpha-1})$, вираз для чинника Фано можна записати як степеневу залежність:

$$F(T) = 1 + (T/T_0)^\alpha; \quad T_0^\alpha = \frac{1}{2} \alpha(1+\alpha) / (\lambda \tau_0^{1-\alpha}), \quad (12)$$

де T_0 – фрактальний час; α – параметр, що характеризує властивість масштабної інваріантності.

Аналогічно можна одержати вираз для кореляційної функції кількості відліків $C(k; T)$ при $k \geq 1$ ($\tau_1 = -\tau$):

$$\begin{aligned} C(k; T) &= \int_{-T}^T (t-|\tau|) k_2(kT-\tau) d\tau = \\ &= \int_{-T}^T (T-|\tau|) (G_N(kT-\tau) - \lambda^2) d\tau = \\ &= \lambda \int_0^T (T-\tau_1) \delta(kT-\tau_1) d\tau_1 + \\ &+ \lambda \int_0^T (T-\tau_1) \delta(kT+\tau_1) d\tau_1 + \\ &+ \frac{\lambda^2}{\tau_0^{\alpha-1}} \int_0^T (T-\tau) (kT-\tau)^{\alpha-1} d\tau + \\ &+ \frac{\lambda^2}{\tau_0^{\alpha-1}} \int_0^T (T-\tau_1) (kT+\tau_1)^{\alpha-1} d\tau_1 = J_1 + J_2 + J_3 + J_4, \end{aligned} \quad (13)$$

де $J_1 + J_2 = 0$ (враховуючи фільтруючі властивості дельта-функції), а інтеграли J_3 і J_4 дорівнюють:

$$\begin{aligned} J_3 &= \frac{\lambda^2}{\tau_0^{\alpha-1}} \int_0^T (T-\tau) (kT-\tau)^{\alpha-1} d\tau = \\ &= \frac{\lambda^2 T^{\alpha+1}}{\tau_0^{\alpha-1}} \left[\left(\frac{1}{\alpha} k^\alpha - (k-1)^\alpha \right) + \frac{1}{\alpha} (k-1)^\alpha + \right. \\ &\left. + \frac{1}{\alpha(1+\alpha)} \left((k-1)^\alpha - k^{\alpha+1} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_4 &= \frac{\lambda^2}{\tau_0^{\alpha-1}} \int_0^T (T-\tau_1) (kT+\tau_1)^{\alpha-1} d\tau_1 = \\ &= \frac{\lambda^2 T^{\alpha+1}}{\tau_0^{\alpha-1}} \left[\left(\frac{1}{\alpha} (k+1)^\alpha - k^\alpha \right) - \frac{1}{\alpha} (k+1)^\alpha + \right. \\ &\left. + \frac{1}{\alpha(1+\alpha)} \left((k+1)^{\alpha+1} - k^{\alpha+1} \right) \right], \end{aligned}$$

тобто

$$\begin{aligned} C(k; T) &= J_3 + J_4 = \\ &= \frac{1}{2} \lambda T \left(\frac{T}{T_0} \right)^\alpha \left((k+1)^{\alpha+1} - 2k^{\alpha+1} + (k-1)^{\alpha+1} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Згідно з (9) спектральну щільність досліджуваного процесу можна розрахувати як

$$\begin{aligned} S_N(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} G_N(\tau) \exp\{-j\omega \tau\} d\tau = \\ &= 2\pi \lambda^2 \delta(\omega) + \lambda \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-\alpha} + \lambda, \end{aligned} \quad (15)$$

де $\omega_0^\alpha = 2\lambda \cos\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right) \Gamma(\alpha) \cdot \tau_0^{1-\alpha}$; $\Gamma(\alpha)$ – гамма функція, або

$$S_N(\omega) = S_1(\omega) + \lambda, \quad (16)$$

де $S_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_1(\tau) \exp\{-j\omega \tau\} d\tau = 2\pi \lambda^2 \delta(\omega) + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-\alpha}$ – спектральна щільність модулюючого сигналу. Вважаючи, що $S_N(\omega) = 2\pi \lambda^2 \delta(\omega) + S(\omega)$, де $S(\omega)$ – спектральна щільність центрованої складової випадкової інтенсивності точкового процесу, визначимо

$$T_0^\alpha = \frac{1}{2} \frac{\alpha(1+\alpha)}{\lambda \tau_0^{1-\alpha}}; \quad \omega_0^\alpha = 2\lambda \cos\left(\frac{\pi\lambda}{2}\right) \Gamma(\alpha) \cdot \tau_0^{1-\alpha},$$

а також зв'язуюче їх співвідношення

$$\omega_0^\alpha T_0^\alpha = \cos(\pi\lambda/2) \Gamma(\alpha + 2).$$

Параметри T_0 , τ_0 та ω_0 характеризують межі, у яких статистики другого порядку зберігають масштабно-інваріантні властивості. Для цілей параметричної ідентифікації моделі за наслідками спостереження використовуватимемо оцінку нормованої кореляційної функції трафіка

$$\begin{aligned} r(k; T) &= \frac{C(k; T)}{D(T)} = \\ &= \frac{T^\alpha}{2(T^\alpha + T_0^\alpha)} \left((k+1)^{\alpha+1} - 2k^{\alpha+1} + (k-1)^{\alpha+1} \right). \end{aligned}$$

Ступеневий характер загасання $r(k; T)$ вказує на фрактальний характер одержаної кореляційної залежності, причому цей характер виявляється тим більшою мірою, чим більше значення інтервалу відліку T по відношенню до фрактального часу устанавлення процесу T_0 . Подібна асимптотична властивість самоподібності є і у середньозважених відліків трафіка на n непересічних інтервалах тривалістю T :

$$x^{(m)} = \{x_k^{(m)} : k = 0, 1, \dots, n, \dots\} = \left\{ \frac{x_1 + \dots + x_m}{m}, \dots, \frac{x_{km+1} + \dots + x_{(k+1)m}}{m} \right\} = \frac{1}{m} \sum_{i=km+1}^{(k+1)m} x_i,$$

де m і k – відповідно параметри агрегування і зсуву. Для такого агрегованого процесу статистики другого порядку мають такий вигляд:

$$G^{(m)}(k; T) = m^{-2} \int_{-mT}^{mT} (mT - |\tau|) G(kTm - \tau) - \lambda^2 d\tau = m^{-2} c(k, mT);$$

$$D^{(m)}(T) = m^{-2} C(0, mT); \quad (18)$$

$$r^{(m)}(k; T) = \left(\frac{1}{2 \left(1 + \left(\frac{T_0}{mT} \right)^\alpha \right)} \right) \times \left((k+1)^{\alpha+1} - 2k^{\alpha+1} + (k-1)^{\alpha+1} \right).$$

При $m \rightarrow \infty$ коефіцієнт кореляції $r^{(m)}(k; T)$ вже не залежить від способу агрегування і тому зберігає свою структуру. Коефіцієнт кореляції не залежить від масштабуючого параметра m і має вигляд степеневі залежності

$$r^{(m)}(k; T) \sim \frac{1}{2} \left((k+1)^{\alpha+1} - 2k^{\alpha+1} + (k-1)^{\alpha+1} \right).$$

При великих m і з урахуванням (18) є справедливим такий асимптотичний вираз для дисперсії агрегованого процесу:

$$D^{(m)}(T) = \frac{\lambda m T}{m^2} \left(1 + (mT/T_0)^\alpha \right) = \lambda T \left(m^{-1} + (T/T_0)^\alpha m^{\alpha-1} \right) \sim \lambda T (T/T_0)^\alpha m^{\alpha-1}.$$

Значимо, що всі розглянуті вище статистичні характеристики однозначно визначаються за допомогою всього трьох параметрів: α – фрактальна експонента; λ – інтенсивність точкового процесу; T_0 – фрактальний час установлення. Тому ідентифікація цих параметрів є достатньою для побудови моделей статистично самоподібних процесів у РТКМ. Далі для підготовки до моделювання трафікового процесу необхідно визначити межі зміни його частотних та просторових властивостей.

2. Визначення меж зміни властивостей трафікового процесу

Розглянемо простір $L_2(R)$, тобто простір функцій $z(t)$, які визначені на всій дійсній осі $R(-\infty, \infty)$ і мають кінцеву квадратичну норму

$$\|z(t)\| = \int_{-\infty}^{\infty} |z(t)|^2 dt < \infty$$

та побудуємо у ньому ортогональний базис (вейвлет-базис)

$$L^2(R) = V_0 \oplus \left\{ \bigoplus_{j=0}^{\infty} W_j \right\}, \quad (19)$$

де V_0 – підпростір, що є замиканням за нормою $L^2(R)$ лінійної оболонки цілочисельних зсувів масштабуючої функції $\psi(x)$:

$$V_0 = [\psi_{0n}(t) = \psi(t-n)]_{n \in Z} = \left\{ \sum_{n \in Z} C_{0n} \psi_{0n} \left| \sum_{n \in Z} |C_{0n}|^2 < \infty \right. \right\};$$

W_j – ортогональні простори. Цей вейвлет-базис складається з цілочисельних зсувів функцій масштабу 1 $\{\psi_{0n}\}_{n \in Z}$ і сплесків $\{\phi_{jn}\}_{j \in Z, n \in Z, j \geq 0}$.

У результаті будь-яку функцію з $L^2(R)$, у тому числі і трафік досліджуваної мережі, можна розкласти в ряд за цим вейвлет-базисом:

$$z(t) = \sum_{j \in Z} \sum_{n \in Z} W_{jn} \phi_{jn}(t) = \sum_{n \in Z} U_{0n} \psi_{0n}(t) + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{n \in Z} W_{jn} \phi_{jn}(t) = U_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{n \in Z} W_{jn} \phi_{jn}(t), \quad (20)$$

де $U_0 = \sum_{n \in Z} U_{0n} \psi_{0n}(t)$ – функція із підпростору

функцій одиничного масштабу, коефіцієнти U_{0n} якої представляють розкладання трафіка з роздільною здатністю «одна точка на 2^n точок аналізованого трафіка». Після ренормалізації часового аргументу ($t \in [0, 1]$) маємо

$$z(t) = U_{0n} + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{2^j-1} W_{jn} \phi_{jn}(t), \quad (21)$$

а після виконання масштабного перетворення базису норма $\phi(2^j t)$ буде дорівнювати

$$\|\phi(2^j t)\|_2 = \left(\int_{-\infty}^{\infty} \phi(2^j t) \cdot \phi(2^j t) dt \right)^{1/2} = \left(\int_{-\infty}^{\infty} 2^{-j} \cdot \phi^2(2^j t) d(2^j t) \right)^{1/2} = 2^{-j/2} \|\phi(t)\|_2.$$

Враховуючи, що зсув не змінює величини введеної норми функції, одержимо, що

$$\|\phi(2^j t - k)\|_2 = 2^{-j/2} \|\phi(t)\|_2. \quad (22)$$

Таким чином, якщо $\phi(t) \in L^2(R)$ має одиничну норму, то всі функції $\{\phi_{jk}\}$ вигляду

$$\phi_{jk}(t) = 2^{j/2} \phi(2^j t - k), \quad j, k \in Z$$

характеризуються тим, що $\|\phi_{jk}\|_2 = \|\phi\|_2 = 1$. При цьому, якщо сім'я $\{\phi_{jk}\}$ утворює ортонормований базис функціонального простору $L^2(R)$, то кожна функція $f \in L_2(R)$ може бути представлена у вигляді ряду

$$f(t) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} W_{jk} \phi_{jk}(t).$$

Із сім'ї функцій $\varphi(t)$, які задовольняють всі перераховані вище вимоги, виділимо функцію Хаара $\varphi^H(t)$. Введемо операцію зсуву $\varphi_{jk}^H(t) = \varphi^H(2^j \cdot t - k)$, $j, k \in I$. Тоді будь-які дві функції φ_{jk}^H і φ_{lm}^H утворюють базис у $L^2(\mathbb{R})$, а коефіцієнти вейвлет-перетворення пов'язані такими рекурентними співвідношеннями:

$$U_{jk} = 2^{-1/2} (U_{(j+1)(2k)} + U_{(j+1)(2k+1)}). \quad (23)$$

Значимо, що для того, щоб ряд (20) для будь-яких значень t був позитивним, необхідно і достатньо, щоб виконувалася умова $|W_{jk}| \leq U_{jk}$ [16].

Для спрощення обчислень значень W_{jk} можна не використовувати, а безпосередньо визначати суміжні коефіцієнти розкладання за формулами:

$$U_{(j+1)(2k)} = (1 + a_{jk}) \cdot 2^{-1/2} U_{jk};$$

$$U_{(j+1)(2k+1)} = (1 - a_{jk}) \cdot 2^{-1/2} U_{jk}.$$

У цьому випадку модельовані відліки трафіка обчислюються як

$$z^{(n)}(k) = 2^{-n/2} \cdot U_{nk}, \quad k = \overline{0, 2^n - 1},$$

а величина n визначає найвищу точність або найменший масштаб представлення модельованого трафіка.

Починаючи розрахунок з коефіцієнта U_{00} і беручи до уваги бінарну структуру дерева коефіцієнтів, визначимо, що

$$U_{j,k_j} = 2^{-j/2} U_{00} \prod_{i=0}^{j-1} (1 + (-1)^{k_i^j} a_{ik_j}), \quad (24)$$

де $k_j = \sum_{i=0}^{j-1} k_i^j 2^{j-1-i}$. Задаючи значення k_i^j , де $i = \overline{0, j}$,

можна визначити значення k_i і далі всі коефіцієнти відповідного бінарного дерева від U_{00} до $U_{j(k_j)}$.

Зрештою одержимо таку остаточну рівність:

$$x^{(n)}(k) = 2^{-n} U_{00} \prod_{i=0}^{n-1} (1 + (-1)^{k_i^i} a_{ik_i}) =$$

$$= 2^{-n} U_{00} \prod_{j=0}^{n-1} (1 + (-1)^{k_i^j} a_{(j)}), \quad (25)$$

де $a_{(j)}$ – випадкова змінна, розподіл якої відповідає формованій моделі.

Відмітимо, що моменти порядку q для суміжних рівнів масштабування $(j-1)$ і j зв'язані простим алгебраїчним співвідношенням

$$M\{U_{j-1,k}^q\} = M\{U_{j,k}^q\} \cdot 2^{q/2} M\{(1 - a_{(j-1)})^q\}^{-1}, \quad (26)$$

що дозволяє використовувати для формування моделі трафіка властивості статистичних моментів на різних інтервалах агрегації.

Розглянутий підхід дослідження фрактального мережного трафіка дозволяє досить швидко визначити межі зміни масштабних та частотних властивостей аналізованого процесу.

3. Розробка математичної моделі

Для побудови моделі введемо функцію щільності розподілу $f(t)$ часу переходу пакета з вузла з координатою η у вузол $\eta+1$ за час t . Для розглянутого трафіка при заданій розрізняльній здатності спостереження в один пакет існує ненульова ймовірність того, що середній час перебування окремого пакета задовольняє умові

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \infty, \quad (27)$$

яка у сукупності з загальними вимогами до функції щільності розподілу $f(t)$:

$$f(t) > 0; \quad \int_0^{\infty} f(t) dt = 1$$

дозволяє у класі степеневих функцій одержати вираз

$$f(t) = \theta \cdot (1 + \theta)^{-(\theta+1)}, \quad 0 < \theta < 1, \quad (28)$$

котрий відповідає довготривалим статистичним залежностям, що спостерігаються в сучасних розподілених телекомунікаційних мережах [9, 17, 26].

Далі введемо функцію $F(\tau)$, яка характеризує ймовірність того, що пакет не зробить перехід у наступний вузол до наступу моменту часу τ , тобто

$$F(\tau) = 1 - \int_0^{\tau} f(t) dt = (1 + \tau)^{-\theta}, \quad (29)$$

де τ – час перебування пакета в проміжному вузлі віртуального з'єднання з координатою η .

Розрахуємо найбільш ймовірне число пакетів у вузлі η на момент часу t як

$$\ell(\eta, t) = \int_0^t \ell(\eta - 1; t - \tau) \cdot f(\tau) d\tau + \ell_0(\eta) F(t), \quad (30)$$

де $\ell_0(\eta)$ – число пакетів у вузлі η до приходу пакетів з вузла $(\eta - 1)$, та позначимо різницю як

$$\Delta L = \ell(\eta, t) - \int_0^t \ell(\eta; t - \tau) \cdot f(\tau) d\tau.$$

Тоді з урахуванням (30)

$$\Delta L = \int_0^t (\ell(\eta - 1; t - \tau) - \ell(\eta; t - \tau)) f(\tau) d\tau + \ell_0(\eta) \cdot F(t). \quad (31)$$

Розкладемо функцію $\ell(\eta - 1; t - \tau)$ у ряд Тейлора:

$$\ell(\eta - 1; t - \tau) =$$

$$= \ell(\eta; t - \tau) + \frac{\partial \ell(\eta; t - \tau)}{\partial \eta} \cdot ((\eta - 1) - \eta) + R_2(\eta) =$$

$$= \ell(\eta; t - \tau) - \frac{\partial \ell(\eta; t - \tau)}{\partial \eta} + O(\eta^2).$$

Зважаючи на те, що у (7) можна зневажити доданками порядку $O(\eta^2)$ [18], з урахуванням (31)

$$\begin{aligned} \Delta L &= \ell(\eta, t) - \int_0^t \ell(\eta; t - \tau) \cdot f(\tau) d\tau = \\ &= - \int_0^t \frac{\partial \ell(\eta; t - \tau)}{\partial \eta} \cdot f(\tau) d\tau + \ell_0(\eta) \cdot F(t). \end{aligned} \quad (32)$$

Застосуємо до отриманого рівняння перетворення Лапласа за часом [19]. Беручи до уваги вираз (28) для функції розподілу $f(t)$, отримаємо:

$$\begin{aligned} L \left(\int_0^t \frac{\partial \ell(\eta; t - \tau)}{\partial \eta} \cdot f(\tau) d\tau + \ell_0(\eta) \cdot F(t) \right) &= \\ &= \frac{\partial \ell_p(\eta; p)}{\partial \eta} \int_0^\infty \exp(-p\tau) \cdot f(\tau) d\tau = \\ &= \frac{\partial \ell_p(\eta; p)}{\partial \eta} \int_0^\infty \exp(-p\tau) \cdot \theta \cdot (1 + \tau)^{-(\theta+1)} d\tau, \end{aligned} \quad (33)$$

де p та $\ell_p(\eta; p)$ – параметр та перетворення Лапласа функції $\ell(\eta; t)$.

Для обчислення інтеграла у правій частині (33) зробимо заміну змінних $y = \tau + 1$, після якої отримаємо

$$\begin{aligned} \theta \int_0^\infty \exp(-p(y-1)) y^{-(\theta+1)} dy &= \\ &= \theta \cdot \exp(p) \int_0^\infty \exp(-py) \cdot y^{-(\theta+1)} dy. \end{aligned} \quad (34)$$

Якщо $py = t$, тобто $dy = dt/p$, то із (34) випливає, що

$$\begin{aligned} \theta \cdot \exp(p) \int_0^\infty \exp(-py) \theta \cdot y^{-(\theta+1)} dy &= \\ &= \theta \cdot \exp(p) \int_p^\infty \exp(-t) \cdot \left(\frac{t^{-(\theta+1)}}{p^{-(\theta+1)}} \right) \frac{dt}{p} = \\ &= \theta \cdot \exp(p) \cdot p^\theta \int_p^\infty \exp(-t) \cdot t^{-(\theta+1)} dt = \\ &= -\exp(p) \cdot p^\theta \int_p^\infty \exp(-t) \cdot d(t^{-\theta}) = \\ &= -e^p \cdot p^\theta \left(-\exp(-p) \cdot t^{-\theta} \Big|_p^\infty + \int_p^\infty \exp(-t) \cdot t^{-\theta} dt \right) = \\ &= 1 - e^p \cdot p^\theta \int_p^\infty \exp(-t) \cdot t^{-\theta} dt. \end{aligned}$$

Скориставшись виразом для неповної гамма-функції [18]

$$\Gamma(a; \eta) = \Gamma(a) - g(a; \eta) = \int_\eta^\infty \exp(-t) \cdot t^{a-1} dt,$$

де $\Gamma(a)$ – гамма-функція Ейлера, отримаємо, що

$$g(a; \eta) = h(a; \eta) \cdot \Gamma(a) = \int_0^\eta \exp(-t) \cdot t^{a-1} dt;$$

$$p(a; \eta) = \Gamma^{-1}(a) \int_0^\eta \exp(-t) \cdot t^{a-1} dt.$$

Далі запишемо праву частину перетворення (33) як

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell_p(\eta; p)}{\partial \eta} \int_0^\infty \exp(-p\tau) \cdot \theta \cdot (1 + \tau)^{-(\theta+1)} d\tau &= \\ &= \frac{\partial \ell_p(\eta; p)}{\partial \eta} \left(1 - e^p \cdot p^\theta \int_p^\infty \exp(-t) \cdot t^{-\theta} dt \right) = \\ &= \frac{\partial \ell_p(\eta; p)}{\partial \eta} (1 - p \cdot F_p(p)), \end{aligned}$$

де $p \cdot F_p(p) = p^\theta e^p \Gamma(1 - \theta; p)$, $\Gamma(1 - \theta; p) = \int_p^\infty \exp(-t) \cdot t^{-\theta} dt$,

та розглянемо перетворення Лапласа для лівої частини рівняння (32), інтегральний доданок якої буде мати вигляд

$$L \left(\int_0^t \ell(\eta; t - \tau) \cdot f(\tau) d\tau \right) = \ell_p(\eta; p) \cdot f_p(p),$$

де $f_p(p)$ – перетворення Лапласа функції щільності розподілу $f(t)$.

Виходячи із властивостей перетворення Лапласа щодо констант та визначених інтегралів [9], можна записати вираз для перетворення Лапласа функції $F(t)$ (29) в області зображень:

$$F_p(p) = (1 - f_p(p)) / p.$$

Розглядаючи тільки часову складову і враховуючи, що в часовій області для $F(t)$ є вірною така рівність:

$$F(t) = 1 - \int_0^t \theta \cdot (1 - \tau)^{\theta+1} d\tau = (1 + t)^{-\theta},$$

можна обчислити в явному вигляді зображення Лапласа функції $F(t)$, зробивши заміну змінних, як і раніш, $y = 1 + \tau$:

$$\begin{aligned} F_p(p) &= \int_0^\infty \exp(-p\tau) \cdot (1 + \tau)^{-\theta} d\tau = \\ &= \int_1^\infty \exp(-p(y-1)) \cdot y^{-\theta} dy = \exp(p) \int_1^\infty \exp(-py) \cdot y^{-\theta} dy. \end{aligned}$$

Зважаючи, що $py = t$, обчислимо отриманий інтегральний вираз

$$\begin{aligned} e^p \int_1^\infty \frac{e^{-py}}{y^\theta} dy &= e^p \int_p^\infty \frac{e^{-t}}{t^\theta p^{-\theta}} \frac{dt}{p} = \\ &= e^p p^{\theta-1} \int_p^\infty t^{-\theta} e^{-t} dt = e^p p^{\theta-1} \Gamma(1 - \theta, p). \end{aligned}$$

Таким чином, перетворення Лапласа функції $F(t)$ має вигляд

$$F_p(p) = e^p p^{\theta-1} \Gamma(1-\theta, p).$$

Тому ліва частина рівняння (33) може бути записана за допомогою виразу для $F_p(p)$ таким чином:

$$\ell_p(\eta; p) - \ell_p(\eta; p) \cdot (1 - p F_p(p)) = \ell_p(\eta; p) \cdot p F_p(p),$$

а саме рівняння в області зображень перетворення Лапласа набуде вигляду

$$p F_p(p) \cdot \ell_p(\eta; p) = -\frac{\partial \ell_p(\eta; p)}{\partial \ell} \cdot (1 - p F_p(p)) + \ell_0(\eta) \cdot F_p(p). \quad (35)$$

Визначимо рішення (35) для випадку, коли p значно менше, ніж одиниця, а $\theta < 1$:

$$\Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta \ell_p(\eta; p) = -\frac{\partial \ell_p(\eta; p)}{\partial \eta} + \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} \ell_0(\eta). \quad (36)$$

Переходячи до оригіналів, отримаємо

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{\ell(\eta, \tau)}{(t-\tau)^\theta} d\tau = -\frac{\partial \ell(\eta, t)}{\partial \eta} + \frac{\ell_0(\eta)}{t^\theta}. \quad (37)$$

Відзначимо, що в (37) ліва частина з точністю до множника $\Gamma(1-\theta)$ є дробовою похідною від функції $\ell(\eta; t)$ ступеня θ :

$$D_t^\theta[\ell(\eta; t)] = \frac{1}{\Gamma(1-\theta)} \cdot \int_0^t \frac{\ell(\eta; \tau)}{(t-\tau)^\theta} d\tau.$$

Тому рівняння поширення пакетів можна записати у вигляді диференціального рівняння дробової похідної:

$$\Gamma(1-\theta) p^\theta \ell(k; p) = -\ell(k+1; p) + \ell(k; p) + \Gamma(1-\theta) p^{\theta-1} \ell_0(k).$$

Із рівняння (36), врахувавши дискретний характер зміни координати η при $\eta = k$, та апроксимуючи часткову похідну кінцевою різницею, одержимо

$$\Gamma(1-\theta) \cdot D_t^\theta[\ell(\eta; t)] = -\frac{\partial \ell(\eta; t)}{\partial \eta} + \frac{\ell_0(\eta)}{t^\theta}.$$

Зробивши арифметичні перетворення, запишемо

$$\ell(k+1; p) = [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta] \cdot \ell(k; p) + \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} \ell_0(k). \quad (15)$$

Для одержання рішення цього рівняння розглянемо випадок, коли в правій частині відсутній другий доданок, тобто

$$\ell(k+1; p) = [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta] \cdot \ell(k; p).$$

Рішення такого рівняння має вигляд

$$\ell(k; p) = \left\{ \prod_{m=0}^{k-1} [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta] \right\} \cdot \ell(0; p),$$

або

$$\ell(k; p) = [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^k \cdot \ell(0; p).$$

У свою чергу неоднорідне рівняння можна записати у вигляді

$$\ell(k+1; p) - \ell(k; p) + \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta \ell(k; p) = \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} \cdot \ell_0(k).$$

Представивши вираз для $\ell(k; p)$ у вигляді

$$\ell(k; p) = u(k) \cdot v(k)$$

та позначивши

$$\Delta \ell(k; p) = \ell(k+1; p) - \ell(k; p),$$

отримаємо

$$\Delta \ell(k; p) + \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta \ell(k; p) = \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} \cdot \ell_0(k)$$

або

$$u(k+1; p) \cdot \Delta v(k) + v(k) [\Delta u(k) + \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta u(k)] = \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} \cdot \ell_0(k).$$

З останнього співвідношення, застосовуючи метод Бернуллі [18], запишемо:

$$u(k) = [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^k u(0);$$

$$v(k) = \frac{\Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1}}{u(0)} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{\ell_0(m)}{[1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^m} + v(0).$$

У результаті рішення рівняння (38) буде мати вигляд

$$\ell(k; p) = [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^k \times \left[\Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{\ell_0(m)}{[1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^m} + u(0) \cdot v(0) \right].$$

Це рішення можна записати в такій формі:

$$\ell(k; p) = [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^k \times \left\{ \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{\ell_0(m)}{[1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^m} + \ell(0; p) \right\}. \quad (17)$$

При $\ell_0(0) = \ell_0$ та $\ell_0(k) = 0, k = 1, 2, \dots$, одержимо

$$\ell(k; p) = [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^k \left\{ \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} \ell_0 + \ell(0; p) \right\}.$$

Використовуючи (39), запишемо отримане рішення при умовах $\ell(0; t) = \ell_0 \cdot \delta(t)$, що моделюють генерацію серії пакетів обсягом ℓ_0 штук у момент часу t , у вигляді

$$\ell(k; p) = [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^k \left\{ \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} + 1 \right\} \cdot \ell_0.$$

Розглядаючи праву частину отриманого виразу для поруч розташованих вузлів, можна записати таку наближену рівність

$$\ell(k; p) = \ell_0 [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^k \cdot \left\{ \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} + 1 \right\} = \ell_0 \left\{ \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} + 1 - k \Gamma^2(1-\theta) \cdot p^{2\theta-1} - k \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta \right\}.$$

Переходячи у цій рівності від зображень до оригіналів, отримаємо

$$\ell(k; t) = \ell_0 \left\{ \frac{1}{t^\theta} - k \frac{\Gamma^2(1-\theta)}{\Gamma(1-2\theta)} \cdot \frac{1}{t^{2\theta}} - k\Gamma(1-\theta) \cdot \frac{1}{\Gamma(-\theta)} \cdot \frac{1}{t^{\theta+1}} \right\}$$

або

$$\ell(k; t) = \ell_0 \left\{ \frac{1}{t^\theta} - k \left[\frac{\Gamma^2(1-\theta)}{\Gamma(1-2\theta)} \cdot \frac{1}{t^{2\theta}} + \frac{\Gamma(1-\theta)}{\Gamma(-\theta)} \cdot \frac{1}{t^{\theta+1}} \right] \right\}.$$

Враховуючи, що отримане рішення носить асимптотичний характер, при $k=0$ можна записати рішення для початкових вузлів віртуального з'єднання у вигляді $\ell(0; t) = \ell_0 \{1/t^\theta\}$, а для $k=1$

$$\ell(1; t) = \ell_0 \left\{ \frac{1}{t^\theta} - \left[\frac{\Gamma^2(1-\theta)}{\Gamma(1-2\theta)} \cdot \frac{1}{t^{2\theta}} + \frac{\Gamma(1-\theta)}{\Gamma(-\theta)} \cdot \frac{1}{t^{\theta+1}} \right] \right\}.$$

Таким чином, обчислення можуть бути продовжені для довільного k . Це дозволяє обчислити функцію кореляції отриманого рішення.

Для випадку, коли початкові умови мають вигляд $\ell(0; t) = \ell_0 \cdot \delta(t)$, можна записати, що

$$\ell(k; p) = [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta] \left\{ \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} + 1 \right\} \ell_0. \quad (18)$$

Відповідно визначення, вираз для функції кореляції, що обчислюється відносно процесу $\ell(k; p)$, має вигляд

$$c(m; p) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ell(i+m; p) \cdot \ell(i; p).$$

Тоді з урахуванням (40) можна записати наступний вираз

$$c(m; p) = \ell_0^2 \left\{ \Gamma(1-\theta) \cdot p^{\theta-1} + 1 \right\}^2 \times [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^m \cdot \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [1 - \Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta]^{2i}.$$

За умови $p \ll 1$, для суміжних вузлів асимптотична частина функції кореляції у просторі зображень має вигляд

$$c(m; p) \approx \ell_0^2 \cdot \Gamma(1-\theta) \cdot p^{2(\theta-1)} \cdot [1 - m\Gamma(1-\theta) \cdot p^\theta] = \ell_0^2 \cdot \Gamma(1-\theta) \cdot [p^{2\theta-2} - m\Gamma(1-\theta) \cdot p^{3\theta-2}].$$

Переходячи до оригіналів, одержимо

$$c(m; p) \approx \ell_0^2 \cdot \Gamma(1-\theta) \times \left[\frac{1}{\Gamma(1-2\theta+1)} \cdot \frac{1}{t^{2\theta-1}} - m \frac{\Gamma(1-\theta)}{\Gamma(1-3\theta+1)} \cdot \frac{1}{t^{3\theta-1}} \right] = \ell_0^2 \cdot \Gamma(1-\theta) \cdot t^{1-2\theta} \cdot \left[\frac{1}{\Gamma(2-2\theta)} - m \frac{\Gamma(1-\theta)}{\Gamma(2-3\theta)} \cdot \frac{1}{t^\theta} \right].$$

Отриманий вираз показує, що функція кореляції має степеневу залежність щодо зміни часової координати t . Тому за умови $\theta < 1$ процеси характеризуються довготривалими статистичними зв'язками на рівні других моментів. Вираз для дисперсії буде отриманим при $m=0$ і має вигляд

$$D(t) = c(0; t) = \frac{\ell_0 \cdot \Gamma(1-\theta)}{\Gamma(2-2\theta)} \cdot t^{1-2\theta},$$

який є характерним для процесів із довготривалими статистичними залежностями та властивістю асимптотичної самоподібності.

Отже, використання властивостей масштабної інваріантності з визначенням меж змін властивостей трафікового процесу з урахуванням його статистичних характеристик при моделюванні трафіка РТКМ дозволяє побудувати адекватну модель мережного процесу. В одержаній моделі вплив втрат і наслідки появи довготривалих залежностей формально враховані за допомогою введення операції дробового інтегрування. На основі запропонованої математичної моделі був розроблений програмний комплекс імітаційного моделювання трафікового процесу у РТКМ.

4. Результати імітаційного моделювання та обробки експериментальних даних

Основною складовою схеми імітаційного моделювання [20 – 23] є генератори квазіперіодичних послідовностей, оператори зсуву стохастичної фази сигналів, суматори, а також блоки відображення результатів моделювання та блоки запису цих результатів в робочу область програмного середовища. На рис. 1 [20] зображені реалізація, гістограма та

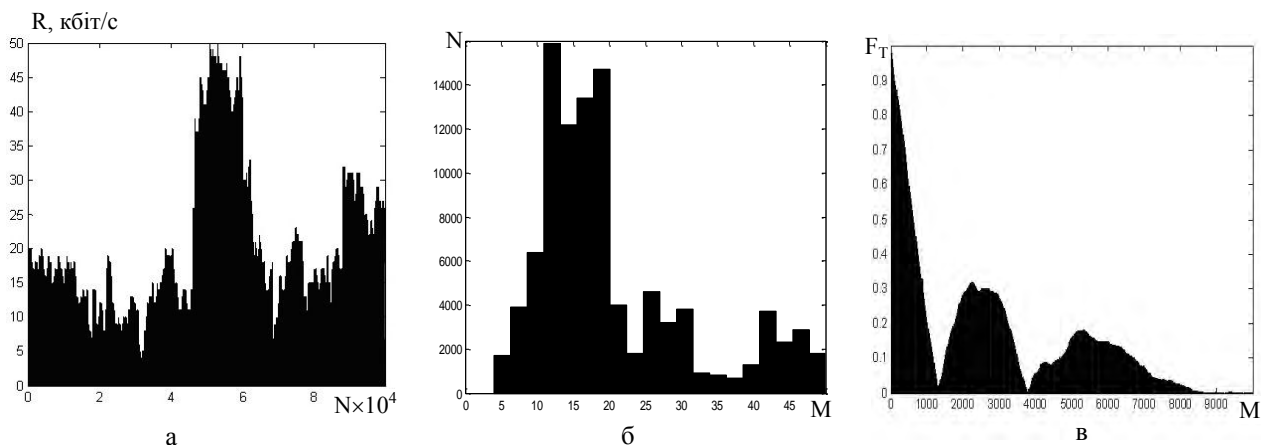


Рис. 1. Реалізація (а), гістограма (б) та АКФ (в) ON/OFF-моделі процесу з 152 парціальних джерел

автокореляційна функція (АКФ) одного з отриманих у результаті імітаційного моделювання трафікових процесів (описаний у [20]). Вочевидь, що щільність розподілу має «важкий хвіст», тобто в результаті імітаційного моделювання одержаний процес з ознаками довготривалої статистичної залежності. Наявність пікових значень (рис.1, а) при малих значеннях N обумовлене характером формування процесу в моделі (зсуви парціальних джерел) та не має принципового значення в його оцінці. АКФ має всі ознаки довготривалої залежності.

Якщо порівняти змодельований трафік з реалізацією добового трафіка РКТМ, наведеного на рис. 2, а та врахувати масштабну інваріантність процесів, можна зробити висновок про наявність адекватної реальному трафіку щільності розподілу, причому в об'єднаній моделі «важкий хвіст» більш виражений і практично повторює характер розподілу «важкого хвоста» реального трафіка.

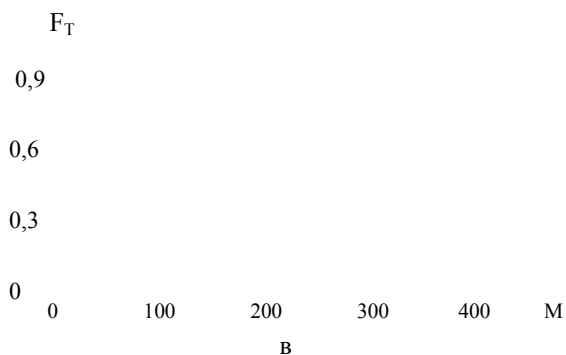
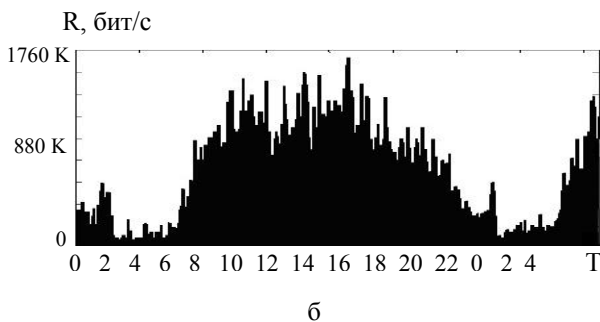
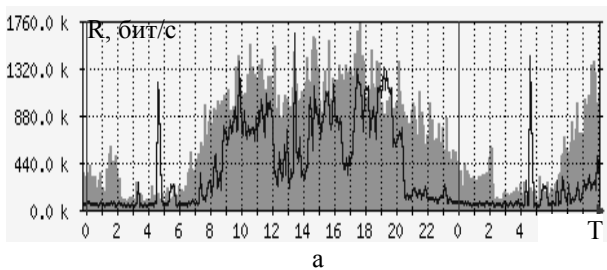


Рис. 2. Аналіз добової реалізації РКТМ-трафіка [20], агрегованого блоками по 5 хвилин (а); в середовищі системи MATLAB (б); його автокореляційна функція (в)

Для подальшого аналізу реального та модельного трафіків було проведено оцінку показника Херста за допомогою аналізу log-log графіків АКФ зазначених процесів [21, 22].

Для реалізації РКТМ-трафіка було отримане середнє значення показника Херста $H = 0,75$ (рис. 3, а). Показник Херста для ON/OFF-моделі (рис. 1) мав середнє значення $H = 0,7$ (рис. 3, б).

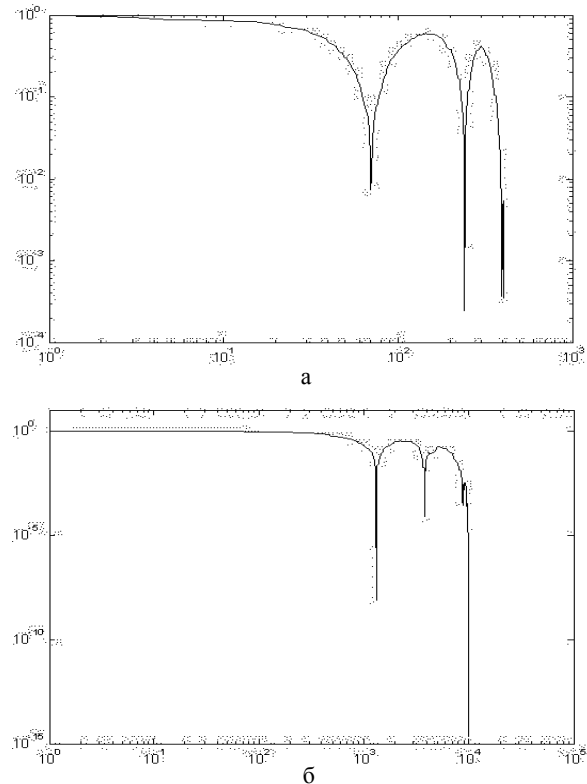


Рис. 3. Графіки в log-log масштабі: АКФ реалізації Інтернет-трафіка (а); ON/OFF-моделі трафіка (б)

На підставі цього можливо зробити висновок про належність всіх наведених реалізацій до самоподібних процесів, що підтверджується і значенням показника Херста.

Висновки

У результаті теоретичних досліджень встановлено, що можливо побудувати адекватну модель мережного трафіка з використанням властивостей масштабної інваріантності, в якій втрати пакетів будуть компенсуватися збільшенням часу передачі повідомлень, що призводить до формування протяжних статистичних часових залежностей. В одержаній моделі вплив втрат і причина появи протяжних залежностей формально враховані за допомогою введення операції дробового інтегрування.

У результаті імітаційного моделювання та порівняння змодельованого трафіка з реалізацією добового трафіка РКТМ була також підтверджена гіпотеза про фрактальну природу трафіка. Результати моделювання достатньо повно узгоджуються з результатами аналогічних числових та експериментальних досліджень [4, 8 – 11, 17].

Напрямок подальших досліджень з використанням як запропонованої математичної моделі, так

і розглянутого математичного апарата, є розробка моделі обслуговування, яка буде динамічно визначати різні класи обслуговування та встановлювати розподіл мережних ресурсів.

Список літератури

1. Варакин Л.Е. Введение в теорию инфокоммуникаций. Ч. 1 // Электросвязь. – 2000. – № 2 (14). – С. 2 – 11.
2. Ross K.W. Multiservice Loss Models for Broadband Telecommunication Networks. – Springer-London, 1995. – 426 p.
3. Cheng C.S., Thomas J.A. Effective bandwidth in high-speed digital networks // IEEE journal on selected Areas in Communications. – 1995. – V. 13. – P. 1091 – 1100.
4. Стеклов В.К., Беркман Л.Н. Телекомунікаційні мережі. – К.: Техніка, 2001. – 392 с.
5. Кучук Г.А. Метод оценки характеристик АТМ-трафика // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2003. – № 6 (44). – С. 25 – 29.
6. Столлингс В. Современные компьютерные сети. – С.-Пб.: Питер, 2003. – 784 с.
7. Кучук Г.А., Яцєвіч С.Є. Моделирование сетевого трафика з використанням властивості масштабної інваріантності // Радиотехника: Всеукр. міжвед. научн.-техн. сб. – Х.: ХТУРЭ, 2005. – Вып. 142. – С. 219 – 225.
8. Кучук Г.А. Фрактальный гауссовский шум в трафиковых трассах // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вып. 3. – С. 91 – 99.
9. Zaborovsky V., Yegorov S. Traffic models and Management in High-Speed Networks // Proceedings of International Conference on Informatics and Control. – St.-P., 1997. – P. 231 – 240.
10. Кучук Г.А. Моделирование трафика изолированного пульсирующего источника // Системы обработки информации. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вып. 1. – С. 168 – 173.
11. Шелухин О.И., Тенякиев А.М., Осин А.В. / Фрактальные процессы в телекоммуникациях. – М.: Радиотехника, 2003. – 480 с.
12. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. – М.: Триумф, 2003. – 528 с.
13. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – 656 с.
14. Gusella R. Characterizing the variability of arrival processes with indices of dispersion // IEEE Journal on Selected Areas in Comm. – 1991. – № 9 (2). – P. 968 – 981.
15. Королев А.В., Кучук Г.А., Пашинов А.А. Управление сетевыми ресурсами. – Х.: ХВУ, 2004. – 224 с.
16. Кучук Г.А. Метод дослідження фрактального мережного трафіка // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2005. – Вып. 5 (45). – С. 74-84.
17. Leland W., Taqqu M., Willinger W. On the self-similar nature of IP-traffic // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1997. – № 3. – P. 423-431.
18. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. – М.: Наука, 1989. – 560 с.
19. Харрисон П. Функциональное программирование. – М.: Мир, 1993. – 638 с.
20. Воробйов О.В. Моделирование самоподобного трафика синтезом ансамбля стохастических квазипериодических джерел та ON/OFF-моделі // Системи озброєння і військова техніка. – 2006. – № 3 (7). – С. 97-105.
21. Можяєв О.О. Моделирование трафика телекоммуникационных сетей на базе масштабной инвариантности // Збірник наукових праць ХУ ПС. – Х.: ХУ ПС. – 2006. – Вып. 6 (12). – С. 79-82.
22. Кучук Г.А., Можяєв О.О., Воробйов О.В. Аналіз та моделі самоподобного трафіка // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2006. – Вып. 9 (35). – С. 173-180.
23. Фрактальный анализ процессов, структур и сигналов / Р.Э. Пащенко, Г.А. Кучук, А.А. Можяєв и др. – Х.: Эко-Перспектива, 2006. – 360 с.

Надійшла до редколегії 21.09.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.І. Обод, Національний технічний університет «ХП», Харків.