

УДК 681.324:621.325

А.А. Можаяев

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба

ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОГО ТРАФИКА

Проведено моделирование телекоммуникационного трафика. Рассмотрена функция правдоподобия оценки параметра Херста сетевого трафика. Проведено сравнение метода, основанного на анализе функции правдоподобия с методом оценки максимального правдоподобия (метод Виттла) и предложены модели трафика для которых применимы данные методы.

самоподобность, фрактальный, распределение с тяжелыми хвостами, достоверность, функция правдоподобия, анализ трафика телекоммуникационной сети

Введение

Постановка задачи и анализ литературы. При оценке производительности систем, управляемых самоподобным трафиком, необходимо проведение моделирования трафиковых данных на разных уровнях.

В настоящее время, несмотря на значительное число как теоретических, так и экспериментальных работ, посвященных телекоммуникационному трафику, обладающему фрактальной структурой [1 – 3], проблема оценки достоверности полученных результатов определения показателя Херста не решена.

Проблема заключена в том, что в реальных условиях всегда оперируют с конечными наборами данных, поэтому невозможно определить обладает ли телекоммуникационный трафик фрактальным характером или нет. Кроме того, такой подчиняется распределениям с тяжелыми хвостами (например, Вейбула, Парето и т. п.), для которых до сих пор не рассматривались методы и алгоритмы определения достоверности оценки результатов трафикового моделирования.

Поэтому создание методов оценки результатов исследования трафика телекоммуникационной до сих пор является **актуальной научной задачей**.

Целью данной статьи является создание методов оценки достоверности результатов моделирования телекоммуникационного трафика

Результаты теоретических исследований

Рассмотрим, как используя традиционные для статистической теории радиолокации методы оценки функции правдоподобия [4, 5], возможно провести более тонкий анализ данных трафика телекоммуникационных. По аналогии с известной работой [4] в которой было проведено моделирование процесса, полученного в результате синтеза значительного числа Пуассоновских процессов, и была проведена оценка достоверности результатов, проведем исследование модели телекоммуникационного трафика и оценку достоверности такого моделирования. Рассмотрим модель фрактального гауссовского шума [6, 7]. Тогда для заданного набора наблюдений z_1, z_2, \dots, z_N логарифм правдоподобия параметров математического ожидания m , дисперсии σ^2 параметра Херста H в данной модели имеет вид:

$$\log L(m, \sigma^2, H) = -\frac{1}{2} \log |R_N(H)| - \left(2, \sigma^2\right)^{-1} S(m, H) - \left(\frac{N}{2}\right) \log \sigma^2, \quad (1)$$

где $|R_N(H)| = \left| r_{|i-j|} \right|$ - корреляционная матрица;

$$S(m, H) = (z - ml)^T [R_N(H)]^{-1} (z - ml),$$

где $z^T = [z_1; z_2; \dots; z_N]_{1 \times N}$ и $1^T = [1; 1; \dots; 1]_{1 \times N}$ - векторы-строки. Для постоянного H оценки максимального правдоподобия для параметров m и σ^2 имеют вид

$$\hat{m} = \frac{\left\{ z^T [R_N(H)]^{-1} 1 \right\}}{\left\{ 1^T [R_N(H)]^{-1} 1 \right\}}; \quad \hat{\sigma} = N^{-1} S(\hat{m}, H).$$

В свою очередь функция правдоподобия для H имеет вид

$$\log L_{\max}(H) = -\frac{1}{2} \log |R_N(H)| - (N/2) \log [S(\hat{m}, H)/N]. \quad (2)$$

Тогда для определения \hat{H} (оценка максимального правдоподобия для H) соотношение $\log L_{\max}(H)$ можно максимизировать, используя обратную квадратичную интерполяцию. В результате получаем, что дисперсия оценки \hat{H} равна $\sigma^2(\hat{H}) = -1 / \left. \frac{\partial^2 \log L_{\max}(H)}{\partial H^2} \right|_{H=\hat{H}}$.

Дисперсию можно получить также путем численного дифференцирования. Недостатком данного метода является то, что он применим только для небольших значений N (максимально рекомендуемое значение $N = 200$).

При больших значениях N целесообразно использовать оценки максимального правдоподобия (ОМП) [8]. Зададим спектральную плотность $S(\omega, \theta) = \sigma_\varepsilon^2 S(\omega; (I, \eta))$ процесса X , где $\theta = (\sigma_\varepsilon^2; \eta) = (\sigma_\varepsilon^2; H; \theta_1; \dots; \theta_k)$; $\theta_1; \dots; \theta_k$ - параметры, определяющие кратковременную зависимость структуры процесса. В качестве масштабного коэффициента используем дисперсию σ_ε^2 инновации ε в бесконечном авторегрессионном представлении процесса, т.е.

$$X_j = \sum \alpha_i X_{j-1} + \varepsilon_j, \quad (3)$$

где $\sigma_\varepsilon^2 = \sigma^2(\varepsilon_j)$.

Это означает, что имеет место соотношение

$$\int \log(S(\omega; (I, \eta))) d\omega = 0.$$

Выбираем оценку Виттла $\hat{\eta}$ для η таким образом, чтобы минимизировать следующее выражение:

$$Q(\eta) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I_N(\omega)}{S(\omega; (I, \eta))} d\omega, \quad (4)$$

где $I_N(\omega) = \frac{1}{n} \left| \sum_{j=1}^n X_j e^{ij\omega} \right|^2$ - периодограмма, а оценка σ_ε^2 находится согласно

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I_N(\omega)}{S(\omega; (I, \hat{\eta}))} d\omega. \quad (5)$$

Тогда можно сказать, что $n^{1/2}(\hat{\theta} - \theta)$ является нормально распределенной величиной, если $(X_j)_{j \geq 1}$ может быть записан в виде бесконечного процесса скользящего среднего. В случае гауссовского процесса асимптотические распределения оценки $\hat{\theta}$ и ОМП совпадают.

В этом контексте с позиции устойчивости, как правило, возникают две проблемы:

первая - из-за отклонений реального распределения от гауссовского;

вторая - из-за различий между реальной и предполагаемой моделями спектра.

Для преодоления первой проблемы можно преобразовать данные так, чтобы приблизительно получить требуемое маргинальное (нормальное) распределение. К решению второй проблемы существует несколько подходов, в том числе определение оценки H из координат периодограммы $I_N(\omega)$ на высоких частотах. При наличии больших наборов данных альтернативный и более простой метод для решения второй проблемы заключается в использовании методики объединения.

Если $\{X_i\}_{i \geq 1}$ - гауссовский процесс, то агрегированные [9] процессы $X_j^{(m)}$ ($m \geq 1$) определяются как

$$X_j^{(m)} = m^{-H} L^{-1/2}(m) \sum_{i=(j-1)m+1}^{jm} (X_i - M[X_i]), \quad (6)$$

$$j \in \left\{1, 2, \dots, \left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil\right\}$$

и сходятся (по распределению) к фрактальному гауссовскому шуму, при $m \rightarrow \infty$ ($L(\bullet)$ - медленно меняющаяся функция на бесконечности). То же самое справедливо, если $X_i = \mu + G(Y_i)$, где $\{Y_i\}_{i \geq 1}$ - гауссовский процесс, удовлетворяющий условиям:

$$M[G(Y_i)]; M[G^2(Y_i)] < \infty \text{ и } M[G(Y_i)Y_i] \neq 0.$$

Следовательно, для достаточно больших m фрактальный гауссовский шум является хорошей моделью для $X^{(m)}$, и поэтому для фрактального гауссовского шума можно применять ОМП.

Совмещение приблизительного ОМП подхода Виттла [10] и методики объединения дает процедуру для получения доверительных интервалов показателя самоподобности H .

Асимптотически несмещенные оценки, получаемые методом максимального правдоподобия, показывают в целом хорошую статистическую эффективность; их недостаток в том, что они являются параметрическими оценками, которые требуют, чтобы аналитическая форма спектральной плотности была известна заранее. Это создает большие трудности их использования для больших наборов данных из-за высокой вычислительной сложности. Кроме того, если предполагаемая модель спектральной плоскости является некорректной, тогда и оценка будет необъективной. Из-за такого риска оценка Виттла на практике дает не всегда устойчивые результаты. Отметим, что при использовании оценки Виттла предполагается, что процесс на самом деле обладает фрактальным характером. Это приводит к оценке показателя Херста с определенной уверенностью. Чтобы определить, действительно ли ряд имеет фрактальную структуру, дополнительно используются традиционные методы фрактального анализа такие как: R/S - статистика, график изменения дисперсии, коэффициента корреляции и т.п.

Выводы

В результате проведенных исследований установлена возможность оценки достоверности результатов моделирования трафика телекоммуникационной сети. Предложены методы определения достоверности определения показателя Херста.

Получены дисперсии оценки показателя Херста с использованием анализа функции правдоподобия и оценки максимального правдоподобия.

Установлено, что для различных размеров выборок агрегированного трафика целесообразно применять различные методы оценки достоверности результатов определения показателя Херста.

В дальнейших исследованиях желательно провести анализ достоверности определения других параметров, характеризующих трафик, таких как дисперсия, показатель корреляции и другие с использованием различных моделей трафика.

Список литературы

1. Leland W., Taqqu M., Willinger W. On the self-similar nature of IP-traffic // *IEEE/ACM Transactions on Networking*. – 1997. – № 3. – С. 423-431.
2. Willinger W., Taqqu M.S., Erramilli A. A Bibliographical Guide to Self-Similar Traffic and Performance for Modern High-Speed Networks // *Stochastic Networks: Theory and Applications*. – Oxford University Press. – 1996. – P. 282-296.
3. Кучук Г.А. Метод дослідження фрактального мережного трафіка // *Системи обробки інформації*. – Х.: ХВУ/ – 2005. – Вип. 5 (45). – С. 74-84.
4. Левин Б.Р. Теоретические основы радиотехники. – М.: Сов. радио, 1968. – 504 с.
5. Пространственно-временная обработка сигналов малой длительности в акустооптических анализаторах спектра / А.И. Стрелков, В.И. Барсов, А.А. Можаяев, А.П. Лытюга, В.В. Коротков // *Модулювання та інформаційні технології*. К.: Інститут проблем моделювання в енергетиці, НАНУ. – 2003. – Вип. 22. – С. 184-195.
6. Кучук Г.А. Фрактальный гауссовский шум в трафиковых трассах // *Системи обробки інформації*. – Х.: ХВУ. – 2004. – Вип. 3. – С. 91-99.
7. Кучук Г.А., Можаяев А.А., Пащенко Р.Э. Фрактальный анализ процессов, структур и сигналов // *Коллективная монография*. – Х.: Еко Перспектива, 2006. – 360 с.
8. Whittle P. *Hypothesis Testing in Time Series Analysis-Hafner*, New York, 1951. – 136 p.
9. Leland W., Taqqu M., Willinger W. On the self-similar nature of IP-traffic // *IEEE/ACM Transactions on Networking*. – 1997. – № 3. – P. 423-431.
10. Кучук Г.А., Можаяев А.А., Воробьев О.В. Метод агрегування фрактального трафіка // *Радіоелектронні та комп'ютерні системи*. – 2006. – № 6 (18). – С. 181-188.

Поступила в редколлегию 19.09.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.И. Стрелков, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.