УДК 533.9

Д.И. Масленников

Харьковский национальный аграрный университет им. В.В. Докучаева

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ РАСПАДНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЫ С ИОНАМИ ДВУХ СОРТОВ В ПОЛЕ МОЩНОЙ ВОЛНЫ НАКАЧКИ

Исследуется распад мощной волны накачки на две электростатические ионные циклотронные волны в случае, когда относительные скорости частиц плазмы в поле волны накачки сравнимы с их тепловыми скоростями. На основе метода, предложенным автором ранее, определены механизмы возбуждения неустойчивости в зависимости от длины волны возникающих колебаний. Сделана оценка инкремента неустойчивости. Установлен возможный уровень насыщения неустойчивости вследствие нелинейного сдвига частоты.

плазма, распадная неустойчивость, электростатические ионные циклотронные волны, инкремент, нелинейный сдвиг частоты, насыщение неустойчивости

Введение

Постановка проблемы в общем виде. Процессы, происходящие в плазме, находящейся под воздействием сильной электромагнитной волны накачки, изучаются уже несколько десятилетий. Одной из центральных задач в этих исследованиях является изучение разнообразных неустойчивостей плазмы. Это связано с проблемами создания, нагрева и диагностики плазмы высокочастотными электромагнитными волнами, с некоторыми задачами плазменной электроники. Параметрические неустойчивости плазмы были зафиксированы во многих работах (например, [1 – 4]) по нагреву плазмы электромагнитными волнами Теория параметрических неустойчивостей была развита во многих работах, однако, ряд важных проблем все еще остается не решенными.

Анализ последних достижений и публикаций. Теория параметрических неустойчивостей в случае мощного поля накачки основывается на двух методах. В первом методе, который использует дипольное приближение ($\vec{k}_0 = 0$, где $\vec{k}_0$-волновой вектор волны накачки, т.е. предполагается, что волна накачки имеет бесконечную длину волны) [5], неустойчивости возбуждаются вследствие относительного осцилляторного движения компонентов плазмы в поле волны накачки. В этом приближении исследование распадных неустойчивостей ограничено распадом волны накачки на две волны, которые распространяются в строго противоположных направлениях и удовлетворяют условию $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_0 = 0$. Второй метод ([6, 7]) основывается на формализме слабых нелинейных взаимодействий волн. Волна накачки и волны, возбуждающиеся вследствие параметрической связи, являются величинами первого порядка малости по амплитуде колебаний, параметрическая связь между ними обеспечивается учетом слагаемых второго порядка малости. Этот подход подразумевает слабую волну накачки, когда скорость осцилляторного движения частиц плазмы, которая пропорциональна амплитуде волны накачки, меньше тепловой скорости частиц плазмы.

Формулировка целей статьи. В работах [8 – 10] развит новый метод, обобщающий оба вышеуказанных метода на случай мощной волны накачки с конечной длиной волны ($\vec{k}_0 \neq 0$). В настоящей работе на основе этого метода проводится исследование линейной и нелинейной стадий распада волны накачки на две электростатические ионные циклотронные волны.

Изложение основного материала

Рассматривается плазма с ионами двух сортов, находящаяся в постоянном магнитном поле $\vec{B}_0$ и переменном электрическом

$$\vec{E}_0(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \sin\left(\omega_0 t - \vec{k}_0 \vec{r}\right).$$

Условие распада имеет вид:

$$\omega_0\left(\vec{k}_0\right) = \omega_1\left(\vec{k}\right) - \omega_2\left(\vec{k}_-\right), \tag{1}$$

где обозначено $\vec{k}_- = \vec{k} - \vec{k}_0$.

Собственные частоты волн, участвующих в распаде определяются уравнением

$$1 + \sum_{\alpha=1,2,e} \delta\varepsilon_\alpha\left(\vec{k}, \omega\right) = 0, \tag{2}$$

где

$$\delta\varepsilon_\alpha\left(\vec{k}, \omega\right) = -\frac{1}{k^2 \lambda_{D\alpha}^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{n\omega_{c\alpha}}{\omega - n\omega_{c\alpha}} \times$$
$$\times I_n\left(k_\perp^2 \rho_\alpha^2\right) \exp\left(-k_\perp^2 \rho_\alpha^2\right),$$

где ρ_α – ларморовский радиус частиц сорта α

($\alpha = 1, 2, e$); $\omega_{c\alpha}$ – циклотронная частота; $\lambda_{D\alpha}$ – дебаевский радиус; I_n – функция Бесселя. Индексы $\|$ и $\perp$ означают параллельную и перпендикулярную магнитному полю составляющие указанной величины.

В случае длинноволновых ($k\rho_\alpha < 1$) волн и квазипоперечного распространения $|z_e| \ll 1$ ($z_e = \omega/\sqrt{2}k_\| v_{Te}$) из уравнения (2) получаем частоты ионных циклотронных волн:

$$\omega_1(\vec{k}) = \omega_{c1} + \delta\omega_1(\vec{k});\quad \omega_2(\vec{k}) = \omega_{c2} + \delta\omega_2(\vec{k}), \quad (3)$$

где

$$\delta\omega_1(\vec{k}) = \frac{\gamma_1 k^2 v_{s1}^2}{2\omega_{c1}\left(1 - \dfrac{\gamma_2 k^2 v_{s2}^2}{\omega_{c1}^2 - \omega_{c2}^2}\right)} \approx \frac{\gamma_1 k^2 v_{s1}^2}{2\omega_{c1}}. \quad (4)$$

В (4) обозначено $\gamma_i = n_{0i}/n_{0e}$ – отношение равновесной плотности ионов сорта i и электронов, $v_{si} = v_{Ti}(T_e/T_i)^{1/2}$ – звуковая скорость и $\rho_{si} = v_{si}/\omega_{ci}$. Величина $\delta\omega_2(\vec{k})$ может быть найдена из (4) заменой индексов $1 \leftrightarrow 2$.

В работе [9] получена нелинейная система уравнений для амплитуд потенциала φ_1 и φ_2 волн распада мощной волны накачки с конечной длиной волны:

$$i\frac{\partial\varphi_1(\vec{k},t)}{\partial t} + \beta_1(\vec{k}_-,\omega_2)\left(\frac{\partial\varepsilon(\vec{k},\omega_1(\vec{k}))}{\partial\omega_1(\vec{k})}\right)^{-1}\varphi_2(\vec{k}_-,t) = $$
$$= (\nu_1 + \nu_2)\varphi_1(\vec{k},t),$$

$$i\frac{\partial\varphi_2(\vec{k}_-,t)}{\partial t} + \beta_2(\vec{k},\omega_1)\left(\frac{\partial\varepsilon(\vec{k}_-,\omega_2(\vec{k}_-))}{\partial\omega_2(\vec{k}_-)}\right)^{-1}\varphi_1(\vec{k},t) = $$
$$= (\nu_3 + \nu_4)\varphi_2(\vec{k}_-,t), \quad (5)$$

где коэффициенты параметрической связи β_1 и β_2 состоят из двух слагаемых:

$$\beta_1(\vec{k}_-,\omega_2) = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=2,e} a_{1\alpha}e^{i\delta_{1\alpha}}\left[\delta\varepsilon_\alpha(\vec{k}_-,\omega_2) - \delta\varepsilon_\alpha(\vec{k},\omega_1)\right] - $$
$$- \sum_{\alpha=1,2,e} A_\alpha(\vec{k}_-,\omega_2);$$

$$\beta_2(\vec{k},\omega_1) = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1,e} a_{2\alpha}(\vec{k}_-)e^{i\delta_{2\alpha}(\vec{k}_-)} \times$$
$$\times\left[\delta\varepsilon_\alpha(\vec{k}_-,\omega_2) - \delta\varepsilon_\alpha(\vec{k},\omega_1)\right] - \sum_{\alpha=1,2,e} A_\alpha(\vec{k},\omega_1). \quad (6)$$

Первое слагаемое описывает возбуждение распадной неустойчивости в результате относительного движения компонентов плазмы в поле волны накачки, второе – вследствие нелинейного отклика компонентов плазмы на волну накачки.

Величины a_α и δ_α определяются известными выражениями (см., например, [8])

$$a_{\alpha\beta}e^{i\delta_{\alpha\beta}} = a_\beta e^{i\delta_\beta} - a_\alpha e^{i\delta_\alpha},$$

где

$$a_\alpha(\vec{k}) = \left|\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\right|\left\{\left(\frac{k_\| E_{0\|}}{\omega_0^2} + \frac{\vec{k}_\perp \vec{E}_{0\perp}}{\omega_0^2 - \omega_{c\alpha}^2}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{\omega_{c\alpha}^2}{\omega_0^2 B_0^2}\cdot\frac{\left(\vec{B}_0\left[\vec{k}\times\vec{E}_0\right]\right)^2}{\left(\omega_0^2 - \omega_{c\alpha}^2\right)^2}\right\}^{1/2};$$

$$\mathrm{ctg}\,\delta_\alpha(\vec{k}) = -\frac{\omega_0}{\omega_{c\alpha}}\left(\frac{k_\| E_{0\|}}{\omega_0^2} + \frac{\vec{k}_\perp \vec{E}_{0\perp}}{\omega_0^2 - \omega_{c\alpha}^2}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{\vec{B}_0\left[\vec{k}\times\vec{E}_0\right]}{B_0\left(\omega_0^2 - \omega_{c\alpha}^2\right)}\right)^{-1}.$$

Громоздкие выражения для величин A_α и нелинейных коэффициентов ν_i (i = 1, 2, 3, 4), описывающих явление нелинейного сдвига частоты, приведены в работах [9, 10].

Из (5) при $\nu_i = 0$ получается система уравнений, описывающая линейную стадию развития неустойчивости, из которой находится инкремент неустойчивости [8]:

$$\gamma = \gamma_0 \equiv \left[-\beta_1\beta_2\left(\frac{\partial\varepsilon(\vec{k},\omega_1(\vec{k}))}{\partial\omega_1(\vec{k})}\cdot\frac{\partial\varepsilon(\vec{k}_-,\omega_2(\vec{k}_-))}{\partial\omega_2(\vec{k}_-)}\right)^{-1}\right]^{1/2}. \quad (7)$$

Для оценки коэффициентов параметрической связи β_1 и β_2 (6) были найдены длинноволновые ($k\rho_\alpha < 1$) асимптотики величин $\delta\varepsilon_\alpha$ и A_α, которые показывают, что электростатические ионные циклотронные волны с $k > k_0$ возбуждаются в данном распаде преимущественно в результате осцилляторного движения ионов обоих сортов относительно электронов. В этом случае коэффициенты параметрической связи β_1 и β_2 оцениваются следующим образом:

$$\beta_1 \approx -a_{12}(\vec{k})e^{-i\delta_{12}(\vec{k})}\frac{\omega_{pe}^2}{k^2 v_{Te}^2};$$

$$\beta_2 \approx -a_{12}(\vec{k})e^{i\delta_{12}(\vec{k})}\frac{\omega_{pe}^2}{k^2 v_{Te}^2}.$$

Из (7) следует, что инкремент распада волны накачки на две ионные циклотронные электростатические волны с $k > k_0$ по порядку величины равен

$$\gamma \sim \gamma_0 \sim a_{12}(\vec{k})(\delta\omega_1(\vec{k})\delta\omega_2(\vec{k}))^{1/2} \sim a_{12}(\vec{k})\omega_{c1}(k\rho_{s1})^2,$$

$$(\omega_{c1} \sim \omega_{c2},\ v_{s1} \sim v_{s2}). \qquad (8)$$

При возбуждении длинноволновых электростатических ионных циклотронных волн с $k < k_0$ оба рассматриваемых механизма возбуждения неустойчивостей одинаково важны. В этом случае

$$|\beta_1| \sim a_{12}(\vec{k})\left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 v_{Te}^2};\ |\beta_2| \sim a_{1e}(\vec{k})\frac{k_0}{k}\frac{\omega_{pe}^2}{k^2 v_{Te}^2}.$$

И инкремент распада оказывается по порядку величины равным

$$\gamma \sim \gamma_0 \sim a_{12}(\vec{k})\left(\frac{k_0}{k}\right)^{3/2}\left(\delta\omega_1(\vec{k}_0)\delta\omega_2(\vec{k}_0)\right)^{1/2} \sim$$

$$\sim a_{12}(\vec{k})\left(\frac{k_0}{k}\right)^{7/2} \frac{k^2 v_{Te}^2}{\omega_{pe}^2}\left(\frac{\omega_{p1}^2 \omega_{p2}^2}{\omega_{c1}\omega_{c2}}\right)^{1/2}. \qquad (9)$$

Для исследования нелинейной стадии неустойчивости необходимо оценить величины ν_i. Как показывают оценки, можно пренебречь вкладом величин ν_2 и ν_3 в нелинейный сдвиг частоты. Длинноволновые асимптотики величин ν_1 и ν_4 равны:

$$\nu_1 \approx \frac{v_{Te}^2 \omega_{p1}^2}{48\omega_{pe}^2 v_{T1}^2}\frac{e_1^2}{T_1^2}|\varphi_1|^2 \frac{\omega_{c1}^3}{\delta\omega_1(\vec{k})\delta\omega_1(\vec{k})}(k_\perp \rho_1)^6;$$

$$\nu_4 \approx \frac{v_{Te}^2 \omega_{p2}^2}{48\omega_{pe}^2 v_{T2}^2}\frac{e_2^2}{T_2^2}|\varphi_2|^2 \frac{\omega_{c2}^3}{\delta\omega_2(\vec{k}_-)\delta\omega_2(\vec{k}_-)}\times$$

$$\times (k_{-\perp}\rho_2)^6.$$

Условие насыщения распадной неустойчивости вследствие нелинейного сдвига частоты имеет вид [8]:

$$|\nu_1 + \nu_2 - \nu_3 - \nu_4| = 2\gamma. \qquad (10)$$

Используя условие (10) и асимптотики величин ν_i, получаем, что распад волны накачки на две электростатические ионные циклотронные волны насыщается вследствие нелинейного сдвига частоты на уровне

$$\frac{W}{n_{0e}T_e} \sim \min\left\{a_{12}(\vec{k})\left(\frac{\omega_{c2}}{\omega_{c1}}\right)^{1/2}\left(\frac{n_{01}e_1}{n_{0e}e}\right)^2 \frac{1}{k_\perp^2 \rho_{s1}\rho_{s2}};\right.$$

$$\left. a_{12}(\vec{k})\left(\frac{\omega_{c1}}{\omega_{c2}}\right)^{1/2}\left(\frac{n_{02}e_2}{n_{0e}e}\right)^2 \frac{1}{k_\perp^2 \rho_{s1}\rho_{s2}}\right\} \qquad (11)$$

при $k > k_0$, и на уровне

$$\frac{W}{n_{0e}T_e} \sim \min\left\{\left(\frac{k_0}{k}\right)^{7/2}\left(\frac{\omega_{c2}}{\omega_{c1}}\right)^{1/2}\left(\frac{n_{01}e_1}{n_{0e}e}\right)^2 \frac{a_{12}(\vec{k})}{k_\perp^2 \rho_{s1}\rho_{s2}};\right.$$

$$\left.\left(\frac{k}{k_0}\right)^{1/2}\left(\frac{\omega_{c1}}{\omega_{c2}}\right)^{1/2}\left(\frac{n_{02}e_2}{n_{0e}e}\right)^2 \frac{a_{12}(\vec{k})}{k_\perp^2 \rho_{s1}\rho_{s2}}\right\}, \qquad (12)$$

при $k < k_0$, где $W = \frac{1}{4\pi}k^2|\varphi|^2 \omega\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega}$, $n_{0\alpha}$ и T_α – плотность и температура α-го сорта ионов.

Заключение

Построена линейная теория распада волны накачки на две электростатические ионные циклотронные волны в случае соизмеримых длин волн распада, $|\vec{k}_0| \sim |\vec{k}| \sim |\vec{k} - \vec{k}_0|$. Показано, что наряду с нелинейным коллективным откликом плазмы на волну накачку, не менее важным источником возбуждения распада является осцилляторное движение ионов относительно друг друга в поле накачки конечной длины волны $(\vec{k}_0 \neq 0)$.Получены выражения для коэффициентов параметрической связи и инкрементов (8), (9) в случае $|\vec{k}_0| \sim |\vec{k}|$, определены области параметров, для которых преимущественным оказывается один из двух вышеуказанных механизмов возбуждения распадной неустойчивости.

Изучена роль нелинейного сдвига частоты в насыщении данной неустойчивости, сделана оценка плотности энергии неустойчивых колебаний в состоянии насыщения.

Список литературы

1. *Porkolab M. Nuclear fusion // 1978. – Vol. 18. – P. 367.*
2. *Ono M., Porkolab M., Chang R.P.H. // Phys. rev. Lett., – 1977. – Vol.38. – P. 962.*
3. *Ono M., Porkolab M., Chang R.P.H. // Phys.Fluids. – 1980. – Vol. 23. – P. 1656.*
4. *Ono M., Porkolab M., Chang R.P.H. // Phys.Fluids. – 1980, Vol. 23, P. 1675.*
5. *Kitsenko A.B., Stepanov K.N. // Zh. Exper. Teor.Fiz. – 1973. – Vol. 64. – P. 1606.*
6. *Ораевский В.Н., Сагдеев Р.З. Об устойчивости установившихся продольных колебаний плазмы // ЖТФ. – 1962. – Т. 32, № 1. – С. 1291-1296.*
7. *Liu C.S., Tripathi V.K. // Phys. Reports. – 1986. – V. 130. – P. 143.*
8. *Масленников Д.И., Михайленко В.С., Степанов К.Н. Нелинейная теория ионной циклотронной параметрической распадной неустойчивости плазмы с ионами одного сорта // Физика плазмы. – 1995. – Т. 21, № 9. – С. 791-805.*
9. *Масленников Д.И., Михайленко В.С., Степанов К.Н. Ионные циклотронные распадные неустойчивости плазмы с ионами двух сортов в поле сильной неоднородной волны накачки // Физика плазмы. – 1997. – Т. 23, № 12. – С. 1088-1103.*
10. *Масленников Д.И., Михайленко В.С., Степанов К.Н. Распадная неустойчивость нижнегибридной волны // Физика плазмы. – 2000. – Т. 26, № 2. – С. 153-160.*

Поступила в редколлегию 3.10.2006

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, ст. научн. сотр. В.К. Иванов, Институт радиофизики и электроники НАН Украины, Харьков.