

УДК 621.396.97

В.Н. Ткаченко<sup>1</sup>, В.В. Коротков<sup>2</sup>, Е.К. Поздняков<sup>2</sup><sup>1</sup> Інститут прикладної математики і механіки, Донецьк<sup>2</sup> ПАО «СКБ радіотехнічних пристроїв», Донецьк

## ПРИМЕНЕНИЕ ИЗБЫТОЧНОСТИ ВХОДНЫХ ДАННЫХ В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ЦЕЛИ ПАССИВНЫМИ МНОГОПОЗИЦИОННЫМИ КОМПЛЕКСАМИ

В данной статье исследуется задача определения координат источников радиоизлучения (ИРИ) пассивными многопозиционными комплексами с использованием избыточной информации о пространственном положении цели. Показан метод решения переопределенной системы уравнений путем нахождения минимума квадратичного функционала, выполнен пример расчета координат ИРИ по разностно-дальномерному методу и при использовании избыточных данных.

**Ключевые слова:** разностно-дальномерный метод, источник радиоизлучения, избыточность, квадратичный функционал, система уравнений, погрешность.

### Введение

**Постановка проблемы.** В пассивной локации для определения координат ИРИ широко применяется разностно-дальномерный метод (РДМ), преимущества и недостатки которого достаточно полно описаны в [1]. Погрешность определения координат РДМ зависит от точности определения временных задержек прихода сигнала на станции комплекса. На величину ошибок определения временных задержек существенно влияют условия распространения радиоволн [2], влияние которых особенно заметно на больших дальностях до цели. В зависимости от диапазона частот, погрешность измерения временных задержек, обусловленная условиями распространения радиоволн, может достигать 25 мкс, что существенно ограничивает возможности РДМ. Поэтому, задача повышения точности определения координат ИРИ, посредством использования дополнительной информации о пространственном положении цели является актуальной.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Тема использования избыточных измерений для увеличения точности определения координат ИРИ не является принципиально новой в теории пассивной локации. Например, наличие четвертой станции в комплексе пассивной локации повышает устойчивость результатов к погрешностям определения временных задержек. Также, в [3] рассматривается использование пространственной и временной избыточности для увеличения точности обрабатываемой внешнетраекторной информации. Однако результаты, изложенные в [3], предполагают наличие большого массива наблюдений за ИРИ и неприемлемы в системах реального времени.

**Целью данной работы** является исследование применения избыточной информации о простран-

ственном положении цели в задаче определения координат источника радиоизлучения, обоснование математического аппарата решения задачи в условиях избыточности.

### Система уравнений определения координат ИРИ с учетом избыточной информации о пространственном положении цели

На рис. 1 показано схематическое представление пассивного многопозиционного комплекса (МПК) и ИРИ в пространстве.

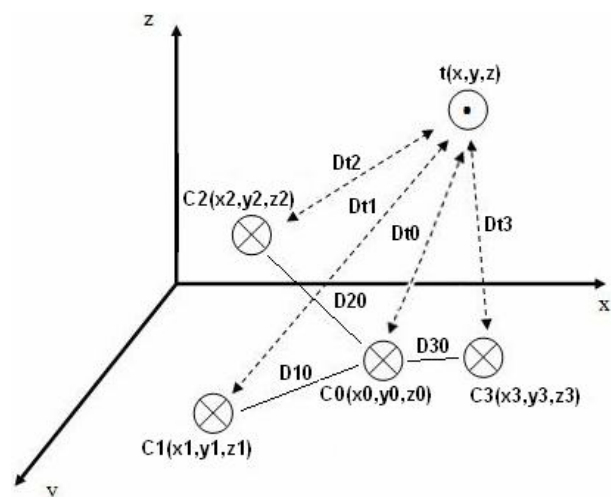


Рис. 1. Схематическое представление МПК и ИРИ

На рис. 1 приняты следующие условные обозначения:  $C_0$ – $C_3$  – принимающие станции пассивного комплекса,  $t(x, y, z)$  – ИРИ,  $D_{10}$ ,  $D_{20}$ ,  $D_{30}$  – расстояния от боковых станций до центральной ( $C_0$ ),  $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ,  $D_{13}$  – расстояния от боковых станций до ИРИ. В общем случае, избыточность подразумевает исполь-

зование некоторой дополнительной информации. В [3] избыточность создавалась за счет многократных измерений параметров наблюдаемой цели. В данной статье в качестве избыточных данных предлагается использование дальности от боковых станций комплекса до ИРИ (см. рис.1). Значения  $D_{t1}$ ,  $D_{t2}$ ,  $D_{t3}$  вычисляются при помощи альтернативного метода определения дальности на основе измерения периода вращения антенно-фидерной системы радиолокационной системы (АФС РЛС), располагаемой на ИРИ. Данный метод описан в [5]. Информация о дальностях  $D_{t1}$ ,  $D_{t2}$ ,  $D_{t3}$  является избыточной по отношению к РДМ, поэтому стандартная система, соответствующая РДМ, может быть дополнена следующими избыточными уравнениями:

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} - D_{t1}}{c} = 0 \\ \frac{\sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} - D_{t2}}{c} = 0 \\ \frac{\sqrt{(x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 + (z-z_3)^2} - D_{t3}}{c} = 0 \end{array} \right], \quad (1)$$

где  $D_{t1}$ ,  $D_{t2}$ ,  $D_{t3}$  – значения дальностей от ИРИ до соответствующих станций комплекса, вычисленные по методу на основе определения периода вращения АФС РЛС,  $c$  – скорость света.

Составим избыточную систему уравнений на основе системы уравнений для РДМ и (1):

$$\left[ \begin{array}{l} \varepsilon_1(x, y, z) = \frac{1}{c} \cdot \left( \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} + D_{10} - D_{t0} \right) - \tau_1 = 0 \\ \varepsilon_2(x, y, z) = \frac{1}{c} \cdot \left( \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} + D_{20} - D_{t0} \right) - \tau_2 = 0 \\ \varepsilon_3(x, y, z) = \frac{1}{c} \cdot \left( \sqrt{(x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 + (z-z_3)^2} + D_{30} - D_{t0} \right) - \tau_3 = 0 \\ \varepsilon_4(x, y, z) = \frac{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} - D_{t1}}{c} = 0 \\ \varepsilon_5(x, y, z) = \frac{\sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} - D_{t2}}{c} = 0 \\ \varepsilon_6(x, y, z) = \frac{\sqrt{(x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 + (z-z_3)^2} - D_{t3}}{c} = 0 \end{array} \right], \quad (2)$$

где  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  – стандартные уравнения РДМ,  $\varepsilon_4$ ,  $\varepsilon_5$ ,  $\varepsilon_6$  – дополнительные уравнения системы, полученные на основе избыточной информации о дальностях.

Система уравнений (2) содержит 3 неизвестных величины – координаты положения ИРИ  $(x, y, z)$ , связанные шестью уравнениями, то есть является переопределенной и не может быть решена классическими методами решения систем уравнения. В общем случае система (2) может не иметь точного решения ( $\varepsilon_i(x, y, z) = 0$ ,  $i = 1, 6$ ). В этом случае необходимо найти некоторый "оптимальный" вектор координат  $(x, y, z)$ . Под оптимальностью здесь понимается минимум ошибки (невязки) уравнений, оцениваемый величинами  $\varepsilon_i(x, y, z)$ ,  $i = 1, 6$  системы (2). Для нахождения минимума ошибки уравнений необходимо решить задачу в экстремальной постановке.

### Решение системы уравнений в условиях избыточности

Для нахождения координат ИРИ  $(x, y, z)$  в условиях избыточности, запишем квадратичный функционал  $G(x, y, z)$ , равный сумме квадратов невязки каждого уравнения системы:

$$G(x, y, z) = \sum_{i=1}^6 \varepsilon_i(x, y, z)^2.$$

В случае различной точности измерений времен задержек  $\tau_i$  и дальностей  $D_i$ , можно увеличить точность определения координат путем введения весовых коэффициенты  $\rho_i$ ,  $i=1,6$  для каждого слагаемого квадратичного функционала

$$G(x, y, z) = \sum_{i=1}^6 \rho_i \cdot \varepsilon_i(x, y, z)^2.$$

Квадратичный функционал  $G(x, y, z)$  состоит из суммы взвешенных квадратичных функций с весовыми коэффициентами  $\rho_i$ , соответствующими обратным величинам дисперсии погрешности измерений  $i$ -той величины  $\sigma_i$  на станциях комплекса. Другой вариант весовых коэффициентов – агрегированные величины коэффициентов чувствительности координат ИРИ к данным измерений:  $\frac{\partial x}{\partial \tau_i}, \frac{\partial y}{\partial \tau_i}, \frac{\partial z}{\partial \tau_i}$

и  $\frac{\partial x}{\partial D_{ti}}, \frac{\partial y}{\partial D_{ti}}, \frac{\partial z}{\partial D_{ti}}$ ,  $i=1,3$ . Обоснование методики выбора весовых коэффициентов выходит за пределы данной статьи, поэтому примем весовые коэффициенты  $\rho_i=1$ ,  $i=1,6$ .

Для решения задачи минимизации функционала необходимо найти стационарные точки (точки, подозрительные на экстремум), продифференцировав функционал по неизвестным параметрам.

Запишем координаты ИРИ в виде вектора:

$$p = (x, y, z).$$

Необходимое условие минимума квадратичного функционала  $G(x, y, z)$ :

$$\frac{\partial G(x, y, z)}{\partial p} = 0. \quad (3)$$

Представим условие (3) в виде отдельных компонентов вектора  $p$ :

$$\begin{cases} \frac{dG(x, y, z)}{dx} = 0 \\ \frac{dG(x, y, z)}{dy} = 0 \\ \frac{dG(x, y, z)}{dz} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Система уравнений (4) содержит три уравнения и три неизвестных компонента вектора  $p$ . С математической точки зрения, решение системы (4) любым методом позволяет найти «центр тяжести» фигуры, образованной пересечением шести поверхностей  $\varepsilon_i(x, y, z) = 0, i = 1, 6$ . Точка минимума квадратичного функционала  $G(x, y, z)$  – решение задачи определения координат ИРИ в экстремальной постановке.

### Пример определения координат ИРИ в условиях избыточности

Выполним определения координат ИРИ по РДМ и в условиях избыточной информации.

В табл. 1 приведены координаты станций пассивного комплекса, а также искомые координаты ИРИ, записанные в декартовой проекции.

Времена задержки сигнала имеют значения:

$$\tau_1 = 7,519 \cdot 10^{-5} \text{ с}; \quad \tau_2 = 0,809 \cdot 10^{-5} \text{ с}; \quad \tau_3 = 9,352 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

При помощи метода на основе определения периода вращения АФС РЛС удалось определить значения дальностей от станций  $C_1 - C_3$  до ИРИ:

Таблица 1

Координаты принимающих станций комплекса и ИРИ в декартовой проекции

| Объект                                | Координата x, км | Координата y, км | Координата z, км |
|---------------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| ИРИ                                   | 3302             | 2796             | 4677             |
| Центральная станция (C <sub>0</sub> ) | 3394             | 2621             | 4712             |
| Боковая станция (C <sub>1</sub> )     | 3379             | 2615             | 4726             |
| Боковая станция (C <sub>2</sub> )     | 3392             | 2639             | 4703             |
| Боковая станция (C <sub>3</sub> )     | 3409             | 2618             | 4702             |

$$D_{t1} = 203,118 \text{ км}; \quad D_{t2} = 182,527 \text{ км}; \quad D_{t3} = 210,147 \text{ км}$$

Было выполнено нахождение координаты цели согласно РДМ. Далее, на основе избыточной информации о дальностях  $D_{t1}, D_{t2}, D_{t3}$  была составлена и решена система уравнений (4).

На рис. 2 приведено расположение станций комплекса, истинное положение ИРИ, а также положение ИРИ на основе проведенных расчетов (C0-C3 – станции пассивного комплекса «Кольчуга», t – истинное положение ИРИ, t<sub>1</sub> – положение ИРИ, определенное по РДМ, t<sub>2</sub> – положенное ИРИ, установленное при решении избыточной системы уравнений (решение избыточной системы уравнений (4))). Результаты расчета координат ИРИ согласно РДМ и путем решения (4) приведены в табл. 2.

Важный метрологический параметр, характеризующий качество работы пассивной системы локации, – отношение погрешности к дальности или же относительная погрешность определения дальности. Найдем относительную погрешность определения дальности до ИРИ относительно центральной станции комплекса C<sub>0</sub>:

$$\delta_0 = \frac{\Delta}{S} = \frac{|D_e - D_{t0}|}{D_{t0}} \cdot 100,$$

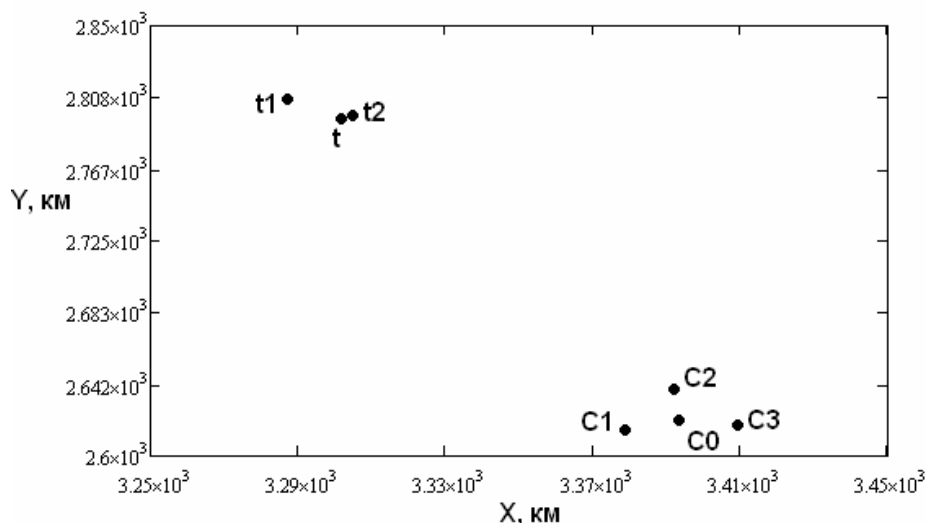


Рис. 2. Расположение станций комплекса и вычисленных положений ИРИ в двумерной декартовой проекции

Сравнение результатов определения координат ИРИ

| Метод                              | x, км | $\delta_x$ , % | y, км | $\delta_y$ , % | z, км | $\delta_z$ , % |
|------------------------------------|-------|----------------|-------|----------------|-------|----------------|
| Истинное положение ИРИ             | 3302  | -              | 2796  | -              | 4677  | -              |
| Расчет согласно РДМ                | 3287  | -0,439         | 2807  | 0,408          | 4665  | -0,258         |
| Расчет согласно избыточной системы | 3307  | 0,097          | 2798  | 0,073          | 4676  | 0,015          |

где  $D_e$  – определенная (с некоторой погрешностью) дальность от центральной станции  $S_0$  до ИРИ,  $D_0$  – истинное значение дальности.

Относительная погрешность определения дальности по РДМ:  $\delta_0 = 9,481\%$ . Относительная погрешность определения дальности в условиях избыточности:  $\delta_0 = 0,125\%$ .

Таким образом, в показанном примере, нахождение координат ИРИ путем решения избыточной системы (4) увеличило точность определения координат ИРИ.

### Выводы

В статье рассмотрен метод определения координат ИРИ с использованием избыточной информации о цели. В данном методе, в качестве избыточных данных предлагается использование дальностей до ИРИ, которые вычисляются при помощи метода на основе определения вращения АФС РЛС. Показан метод решения переопределенной системы (2) путем нахождения минимума квадратичного функционала. Для нахождения минимума функционала использовалась экстремальная задача.

Недостатком метода определения координат в условиях избыточной информации является усложнение вычислительного алгоритма, что ведет к росту времени расчета координат. Данный факт может быть критичен для систем реального времени.

В реальных условиях, погрешность определения избыточной информации может быть выше погрешности определения параметров для основного метода. В этом случае возможно ухудшение результатов задачи определения координат ИРИ с учетом

избыточной информации. Данный вывод требует дополнительных исследований, которые будут выполнены в следующих работах.

В целом, можно сделать вывод, что решение задачи определения координат ИРИ пассивными многопозиционными комплексами с использованием дополнительных дальностей до ИРИ способно увеличить точность результата, а поэтому является перспективным направлением для дальнейших исследований.

### Список литературы

1. Аверьянов В.Я. Разнесенные радиолокационные станции и системы / В.Я. Аверьянов. – М.: Наука и техника, 1978. – 184 с.
2. Арсеньян Т.И. Распространение электромагнитных волн в тропосфере / Т.И. Арсеньян. – Минск: Наука и техника, 1978. – 184 с.
3. Мотылев К.И. Обработка избыточной траекторной информации в измерительно-вычислительных системах / К.И. Мотылев, М.В. Михайлов, В.В. Паслен // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы: научно-технический журнал. – Херсон, ХНТУ, 2008. – № 2 (22). – С. 112 – 116.
4. Сайбель А.Г. Основы теории точности радиотехнических методов местоопределения / А.Г. Сайбель. – М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1958. – 54 с.
5. Ткаченко В.Н. Повышение точности определения координат ИРИ пассивными системами при помощи измерения периода вращения АФС РЛС / В.Н. Ткаченко, В.В. Коротков, Е.К. Поздняков. – Радиотехника: сб. статей. – Х.: ХНУРЕ, 2012. – № 170. – С. 162 – 169.

Поступила в редколлегию 23.10.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. В.Д. Карлов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

### ВИКОРИСТАННЯ НАДЛИШКОВИХ ВХІДНИХ ДАНИХ В ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ЦІЛІ ПАСИВНИМИ БАГАТОПОЗИЦІЙНИМИ КОМПЛЕКСАМИ

В.М. Ткаченко, В.В. Коротков, Е.К. Поздняков

В статті досліджується задача визначення координат джерел радіовипромінювання пасивними багатопозиційними комплексами з використанням надлишкової інформації стосовно просторового положення цілі. Наведений метод розв'язання перевизначеної системи рівнянь шляхом знаходження мінімуму квадратичного функціоналу, виконаний приклад розрахунку координат цілі з використанням різницево-далекомірної методу та при використанні надлишкових даних.

**Ключові слова:** різницево-далекомірний метод, джерело радіовипромінювання, надмірність, квадратичний функціонал, система рівнянь, похибка.

### APPLICATION OF INPUT DATA REDUNDANCY TO THE PROBLEM OF TARGET'S POSITION DETERMINATION IN PASSIVE MULTIPOSITION SYSTEMS

V.N. Tkachenko, V.V. Korotkov, E.K. Pozdnyakov

This paper presents the problem of radio sources position determination in passive multiposition systems with using redundant information about the target's spatial position. There is shown a method of the overdetermined system of equations solving by finding the minimum of a quadratic functional, there are made the examples of calculating radio sources position with help of range-difference method and with using the redundant data.

**Keywords:** difference-ranging method, the radio source, redundancy, quadratic functional, equation system, error.