

УДК 681.324

Ю.В. Кравченко, В.А. Савченко

Національна академія оборони України, Київ

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ПОСЛІДОВНОГО ЗБІЛЬШЕННЯ РАНГУ k -ОДНОРІДНОГО МАТРОЇДА В КОМБІНАТОРНИХ ЗАДАЧАХ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРИ СИНТЕЗІ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Запропоновано метод послідовного збільшення рангу k -однорідного матроїда для вирішення комбінаторних задач дискретної оптимізації, побудований на принципі неявного перебору.

k -однорідний матроїд, комбінаторні задачі дискретної оптимізації

Вступ

Одною зі часткових проблем при створенні складних технічних систем є проблема синтезу структури системи. Ця проблема досить часто пов'язана з проблематикою комбінаторних задач. Це обумовлено дискретністю аргументу цільової функції та необхідністю розгляду всіх можливих варіантів побудови структури. У теперішній час отримали розповсюдження наближені евристичні методи рішення тому, що використанню точних універсальних комбінаторних методів заважає велика розмірність задачі та нерегулярність цільової функції. У свою чергу це не дозволяє виконувати ефективні оцінки часткових рішень в алгоритмах за методом гілок та меж. У цих задачах, як правило, цільова функція не може бути представлена єдиним аналітичним виразом, а потребує складного алгоритмічного розрахунку.

Єдиний шлях розробки точного методу оптимізації полягає в пошуку найбільш раціонального та ефективного за кількістю звертань до цільової функції методу неявного перебору. Як що задача пошуку оптимальної структури системи відноситься до групи перестановочних задач комбінаторного програмування, тобто до задачі, для якої множина допустимих рішень є перестановочним багатогранником, то пропонується наступний підхід.

Виклад основного матеріалу

Перестановочний багатогранник або векторна решітка, яка має можливість переходу в будь-яке рішення за обмежену кількість перестановок є матроїдом, тобто комбінаторним об'єктом на якому має місце співпадіння локального та глобального оптимуму цільової функції деякого типу (теорема Родо-Едмондса). Для того, щоб локальний і глобальний екстремуми цільової функції збігалися на матроїді, ця функція повинна бути дискретно-опуклою. Дискретно-опуклою називають функцію дискретних змінних, що володіє властивостями, аналогічними властивості опуклості цільової функції безперервних екстремальних задач. На матроїді може бути введено поняття градієнта дискретно-опуклої функції і на його основі отримана конструктивна умова

екстремуму. Для рішення в цьому випадку використовують алгоритми, аналогічні алгоритмам градієнтних методів рішення безперервно-екстремальних задач. Ці алгоритми характеризуються часом збіжності, на порядки перевищуючим цей час для перебірних (універсальних точних) методів рішення.

Для прикладу розглянемо задачу синтезу функціонально стійкої структури псевдосупутникової радіонавігаційної системи (ПСРНС). Відомо, що точність багатопозиційних радіонавігаційних систем, до яких відноситься і псевдосупутникова в першу чергу залежить від взаємного розташування радіонавігаційних точок, тому при створенні системи оптимізація структури займає важливе місце.

Введемо поняття, які пов'язані з математичною моделлю структури системи. ПСРНС складається з мережі наземних псевдосупутників (НПС) і повітряних псевдосупутників (ШПС). Принцип дії системи дозволяє представити математичну модель структури у виді навантаженого орграфа (рис. 1).

Матроїдом структури ПСРНС для r -го споживача називається пара $M = (A, \varepsilon)$, де A – кінцева непорожня множина елементів матроїда, що представляють собою ребра орграфа структури, а ε – непорожня множина його підмножин (які називаються базами). Матроїд структури ПСРНС є k -однорідний матроїд на A , базами якого є всі незалежні між собою підмножини множин A , що містять рівно k елементів. База матроїда структури ПСРНС – підграф орграфа структури системи, складається з k вершин (відповідних k псевдосупутникам), вершини p (відповідної споживачу) і ребер між кожною з k вершин і вершиною p . Таким чином, база матроїда структури ПСРНС є можливий варіант структури системи.

Пошук рішення пропонується здійснювати за розробленим авторами статі методом послідовного збільшення рангу k -однорідного матроїда. Який побудований на основі принципу послідовного збільшення кількості елементів структури до заданого рівня функціональної стійкості (рис. 2). Спочатку формується 5-однорідний матроїд структури системи з наземних псевдосупутників, множина баз якого є множиною всіх можливих структур з 5 елементів

$M\langle A, \varepsilon_{m, \text{vid}} \rangle$. Далі застосування градієнтного алгоритму дозволяє знайти найкраще рішення, для якого розраховується значення показника функціональної стійкості. При недостатній ефективності системи будуються 6-ти $M\langle A, \varepsilon_{m, \text{vid}+1} \rangle$, 7-ми $M\langle A, \varepsilon_{m, \text{vid}+2} \rangle$ і т.д. однорідний матроїд. І вся процедура повторюється, поки не стає зрозуміло, що наземних псевдосупутників недостатньо.

Тоді для кожного з множини матроїдів НПС послідовно будуються відповідні множини матроїдів

із НПС і одного $M\langle (A \cap b_1), \varepsilon_{1, m, \text{vid}} \rangle$, двох $M\langle (A \cap b_1), \varepsilon_{1, m, \text{vid}+1} \rangle$ і т.д. повітряних псевдосупутників, із застосуванням на них градієнтного алгоритму і розрахунком значення показника функціональної стійкості. Для рішення, що задовольняє за показником ефективності, послідовно перевіряються варіанти, включені за допомогою відношення порядку в даний варіант з метою пошуку рішення з мінімальною вартістю і заданим рівнем функціональної стійкості.

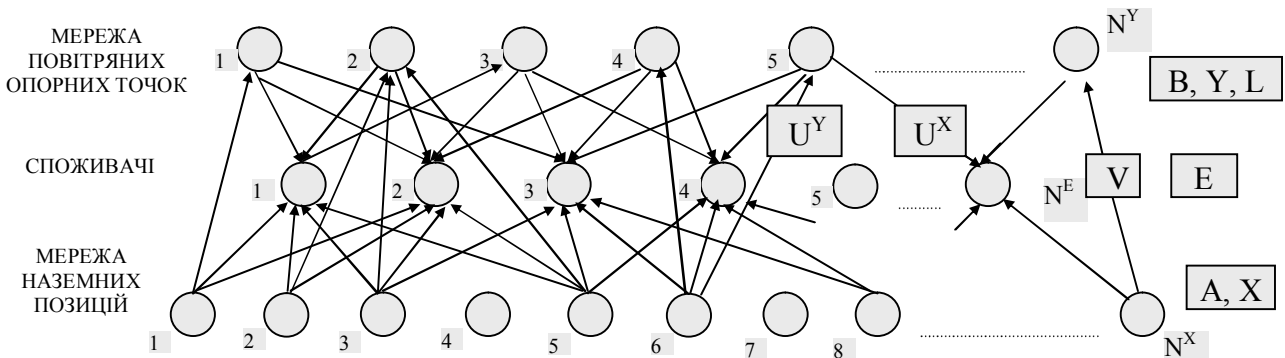


Рис. 1. Навантажений оргграф структури ПСРНС

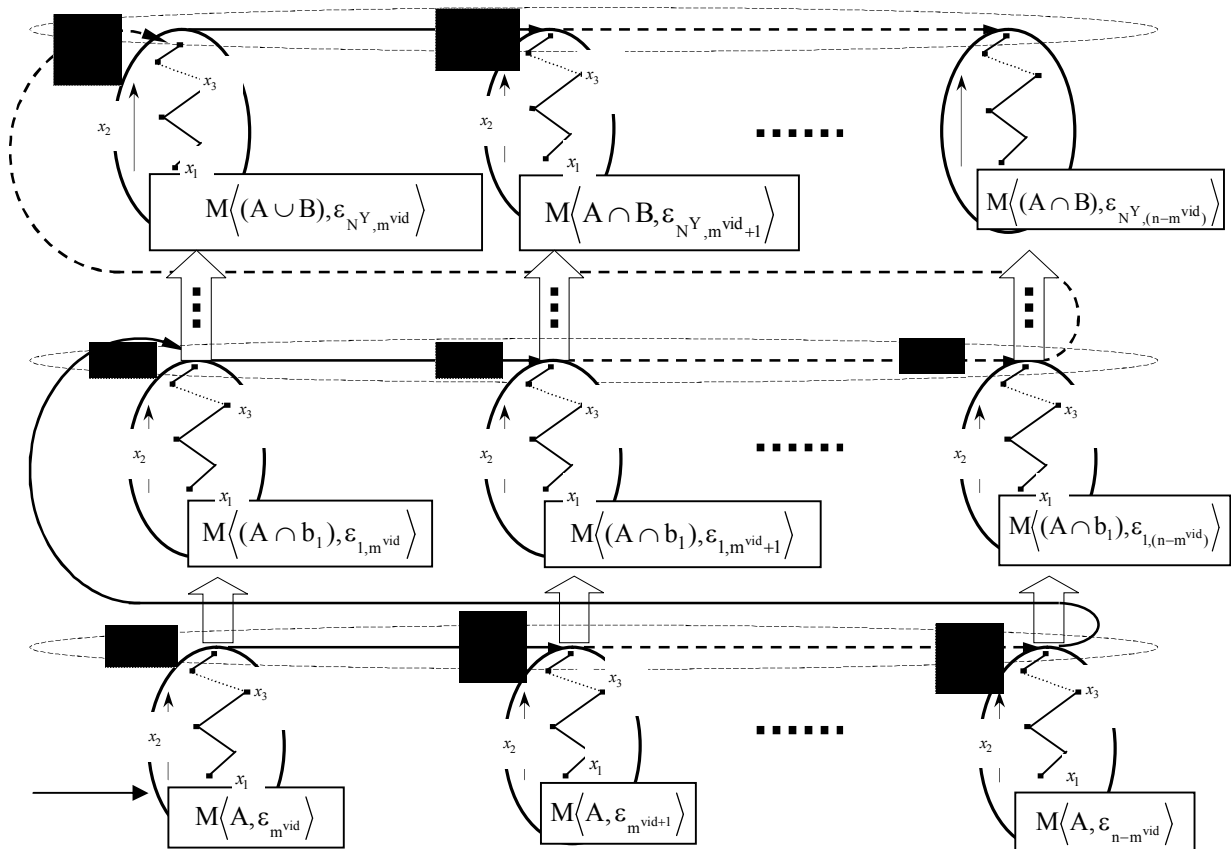


Рис. 2. Схема пошуку рішення за методом послідовного збільшення рангу k-однорідного матроїда

Постановка задачі синтезу має такий вигляд:

$$\Theta : \begin{cases} \max P = P(\Theta); \\ \min C = C(K, \Theta, T_{OK}, T_{OH}), \\ \forall \Theta \in D^\Theta, \quad \Theta = (X, Y, A, B, E, L). \end{cases}$$

де Θ – вектор стану системи; C – функція вартості; P – показник функціональної стійкості; β – межа функціональної стійкості.

У свою чергу $\Theta = (X, Y, A, B, E, L)$, де X, Y – відповідно вектори стану наземної та повітряної

мереж псевдосупутників; A – параметри позицій для розгортання мережі наземних псевдосупутників; B – параметри опорних точок повітряних ПС, визначених для польоту ЛА-носіїв повітряних псевдосупутників; E – параметри характерних точок простору (цілей), у якому необхідно створити навігаційне поле; L – параметри ЛА-носіїв повітряних псевдосупутників.

Сутність вирішення задачі синтезу структури ПСРНС полягає у виборі оптимального складу векторів стану X та Y на основі заданих параметрів A, B, E, L . Методика синтезу функціонально стійкої структури ПСРНС із навантажених і ненавантажених елементів має такі кроки.

1. Формування

$$A, B, E, L, G, C, U^X, U^Y, P_{H \rightarrow \Pi}, P_{B \rightarrow \Pi}, P_{H \rightarrow B},$$

пред'явлення вимог до β, σ^{\max} .

2. Побудова множини матроїдів структури з ППС

$$M_{\text{ППС}} = \left\{ M(A, \varepsilon_{m^{\text{vid}}}); M(A, \varepsilon_{m^{\text{vid}+1}}) \dots M(A, \varepsilon_{n-m^{\text{vid}}}) \right\}.$$

3. Визначення відношення часткового порядку як відношення мажоризації

$$\sum_{i=1}^s x_{\pi(i)} \leq \sum_{i=1}^s y_{\tau(i)}, \quad s = 1, \dots, n-1;$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i; \quad x_{\pi(1)} \geq \dots \geq x_{\pi(n)}, \quad y_{\tau(1)} \geq \dots \geq y_{\tau(n)}.$$

4. Застосування градієнтного алгоритму

$$X^0 \prec (X^0) = \max \prec (X),$$

for $i=1$ to n do if $X \cup \{e_i\} \in \varepsilon$ then $X := X \cup \{e_i\}$.

5. Застосування методики визначення значення показника функціональної стійкості структури системи.

6. Перебір максимальної бази.

7. Побудова множини матроїдів структури з НПС і ППС

$$M_{\text{НПС+ППС}} = \left\{ M(A \cap b_1, \varepsilon_{1,m^{\text{vid}}}) \dots M(A \cap b_1, \varepsilon_{1,m^{\text{vid}+1}}) \dots M(A \cap B, \varepsilon_{N^Y, (n-m^{\text{vid}})}) \right\}.$$

8. Визначення відношення часткового порядку \succ , застосування greedy-алгоритму на $M_{\text{НПС+ППС}}$, розрахунок $P(\Theta)$, перебір максимальної бази.

Висновок

Реалізація запропонованого методу послідовного збільшення рангу k -однорідного матроїда в методиці синтезу функціонально стійкої структури псевдосупутникової радіонавігаційної системи дозволяє з множини припустимих варіантів побудови системи знаходити оптимальне рішення при значному зменшенні кількості звертань до цільової функції в порівнянні з іншими точними методами оптимізації.

Список літератури

1. Артюшин Л.М., Машков О.А. Оптимизация цифровых автоматических систем, устойчивых к отказам. – К.: КВВАИУ, 1991. – 89 с.
2. Кравченко Ю.В., Барабаш О.В. Функціональна стійкість – властивість складних технічних систем // Труды академії. – К.: НАОУ. – 2002. – № 40. – С. 225-228.
3. Кравченко Ю.В. Проблеми побудови системи навігаційного забезпечення // Труды академії. – К.: НАОУ. – 2004. – № 49. – С. 62-68.

Надійшла до редколегії 25.12.2006

Рецензент: д-р техн. наук, ст. наук. співр. Г.В. Худов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.