

УДК 535.317.1

Е.Д. Прилепский

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

УЛУЧШЕНИЕ КОНТРАСТА ИЗОБРАЖЕНИЯ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С АБЕРРАЦИЯМИ

Решена задача максимизации интегрального контраста оптической системы при заданной aberrации общего вида. Получены выражения для оптимальных функций зрачка (ФЗ) в классе вещественных функций (амплитудно-фазовые фильтры) и в классе положительных функций (амплитудные фильтры).

контраст изображения, aberrации, вещественные фильтры

Введение

Среди методов, используемых для компенсации aberrаций оптической системы, большое внимание уделяется аподизации – улучшению изображения путем введения в оптическую систему фильтра [1 – 5]. При этом рассматриваются как вопросы анализа влияния aberrаций на работу различных аподизирующих фильтров [3 – 5], так и вопросы синтеза оптимальных фильтров для оптических систем с aberrациями различного вида [3 – 5]. Вопросы синтеза оптимальных фильтров для оптических систем с aberrациями различного вида изучены недостаточно полно.

Целью настоящей статьи является решение задачи определения оптимальной функции зрачка, которая при заданной aberrации оптической системы доставляет наибольшее значение интегральному контрасту в полосе пропускания оптической системы. Интегральный контраст достаточно широко используется как критерий качества некогерентной оптической системы с aberrациями [1, 2].

Величина интегрального контраста Γ [1, 2] выражается через число Штреля S [1] и интенсивность света E , прошедшего через оптическую систему

$$\Gamma = S/E, \quad (1)$$

$$\text{где } S = \left| \int P(\rho, \varphi) \exp[iW(\rho, \varphi)] d\sigma \right|^2, \quad (2)$$

$$E = \int |P(\rho, \varphi)|^2 d\sigma, \quad (3)$$

$P(\rho, \varphi)$ – функция зрачка (ФЗ); (ρ, φ) – координаты в апертуре зрачка; $d\sigma$ – нормированный элемент апертуры зрачка: $\int d\sigma = 1$; $W(\rho, \varphi)$ – волновая aberrация.

Требование пассивности оптической системы накладывает на ФЗ ограничение $|P(\rho, \varphi)| \leq 1$. Очевидно, что в классе комплексных ФЗ оптимальной будет $P(\rho, \varphi) = \exp[-iW(\rho, \varphi)]$, для которой величина Γ принимает наибольшее возможное значение $\Gamma = 1$. Однако реализация таких фазовых фильтров достаточно сложна [3, 4]. Поэтому значительный интерес представляют вещественные ФЗ, у которых фаза может принимать лишь значения 0 и π [5]. При этом требование пассивности оптической системы (т.е. системы без усиления светового потока) имеет вид

$$(A) \quad -1 \leq P(\rho, \varphi) \leq 1. \quad (4)$$

В тех случаях, когда допустимо использовать только амплитудные фильтры, на ФЗ накладывається более жесткое ограничение

$$(B) \quad 0 \leq P(\rho, \varphi) \leq 1. \quad (5)$$

Для вещественных ФЗ число Штреля S равно

$$S = \iint K(\rho, \varphi; \rho', \varphi') P(\rho, \varphi) P(\rho', \varphi') d\sigma d\sigma', \quad (6)$$

где $K(\rho, \varphi; \rho', \varphi')$ – вырожденное ядро:

$$K(\rho, \varphi; \rho', \varphi') = \psi_1(\rho, \varphi) \psi_1(\rho', \varphi') + \psi_2(\rho, \varphi) \psi_2(\rho', \varphi'), \quad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} [W]. \quad (8)$$

Если ограничиться радиально-симметричными ФЗ $P(\rho, \varphi) = P(\rho)$, то выполняя интегрирование по угловым переменным, приходим к ядру, не зависящему от угловых координат

$$K(\rho, \rho') = \psi_1(\rho)\psi_1(\rho') + \psi_2(\rho)\psi_2(\rho'), \quad (9)$$

где $\psi_{1,2}(\rho) = (2\pi)^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \psi_{1,2}(\rho, \varphi) d\varphi$.

В дальнейшем для унификации и сокращения записи будем обозначать переменные в апертуре зрачка через σ как при ФЗ $P(\rho, \varphi)$, так и для ФЗ $P(\rho)$.

Постановка и решение задачи

Задача максимизации интегрального частотно-го контраста в классе вещественных ФЗ является вариационной задачей определения оптимальной ФЗ, доставляющей наибольшее значение функционалу Γ (1) при дополнительных локальных ограничениях на ФЗ: условия (4) (задача А) или условия (5) (задача В).

В общем случае максимизация интегрального контраста приводит к уменьшению интенсивности света E , прошедшего через оптическую систему, по сравнению с неподизированным зрачком, для которого величина $E = 1$. Контролировать уменьшение E можно с помощью добавочного интегрального ограничения на ФЗ, в котором величина E считается фиксированной. Отметим, что это интегральное ограничение “работает” при E , превышающем некоторое граничное значение, определенное дальше.

Для определения оптимальной ФЗ в соответствии с методом Лагранжа составим функционал

$$\Gamma' = \lambda \iint K(\sigma, \sigma') P(\sigma) P(\sigma') d\sigma d\sigma' - \int P^2(\sigma) d\sigma, \quad (10)$$

где λ – множитель Лагранжа. Чтобы учесть локальные ограничения (4) или (5), введем функцию $v(\sigma)$ с областью изменения $-\infty < v < \infty$: $P = f(v)$. Функция $f(v)$ – произвольная монотонно растущая функция, такая, что $f(\infty) = 1, f(-\infty) = -1$ (задача А) и $f(-\infty) = 0$ (задача В).

Вычисляя вариационную производную функционала Γ' по $v(\sigma)$, найдем

$$\frac{\delta \Gamma'}{\delta v} = 2[\lambda \int K(\sigma, \sigma') P(\sigma') d\sigma' - P(\sigma)] \frac{df}{dv}. \quad (11)$$

Из соотношения (11) следует, что наибольшее значение функционала Γ' в задаче А обеспечивается либо в стационарных точках (при $\delta \Gamma' / \delta v = 0$), либо при $v = \infty$, т.е. $P = 1$ ($\delta \Gamma' / \delta v > 0$), либо при $v = -\infty$ т.е. $P = -1$ ($\delta \Gamma' / \delta v < 0$).

Таким образом, получаем уравнение для оптимальной функции

$$P_A(\sigma) = R_A[\lambda_A \int K(\sigma, \sigma') P_A(\sigma') d\sigma'], \quad (12)$$

где $R_A[x] = \begin{cases} x, & |x| < 1 \\ \text{sign} x, & |x| > 1 \end{cases}$. (13)

Анализ уравнения (11) для задачи В показывает, что оптимальная функция определяется соотношением

$$P_B(\sigma) = R_B[\lambda_B \{ \int K(\sigma, \sigma') P_B(\sigma') d\sigma' + \lambda'_B \}], \quad (14)$$

где

$$R_B[x] = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 < x < 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}. \quad (15)$$

Если $E < E' = \int [\int K(\sigma, \sigma') P_B(\sigma') d\sigma'] d\sigma$, то $\lambda'_B = 0$; при $E' < E < 1$ величина $\lambda_B \rightarrow \infty$ и

$$P_B(\sigma) = I [\int K(\sigma, \sigma') P_B(\sigma') d\sigma' + \lambda'_B],$$

где $I[x] = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$. (16)

Заметим, что величина E однозначно связана с коэффициентами λ_A (задача А) или λ_B, λ'_B (задача В).

При определении оптимальных функций можно задать значения этих коэффициентов, а затем находить соответствующую им величину E .

Для решения уравнений (12) и (14) учтем вырождение ядра и введем функции

$$\begin{cases} u_1(\sigma) = \psi_1(\sigma) \cos \alpha + \psi_2(\sigma) \sin \alpha \\ u_2(\sigma) = -\psi_1(\sigma) \sin \alpha + \psi_2(\sigma) \cos \alpha \end{cases}, \quad (17)$$

где α – подлежащий определению параметр.

Ядро (9) при этом будет

$$K(\sigma, \sigma') = u_1(\sigma)u_1(\sigma') + u_2(\sigma)u_2(\sigma').$$

Параметр α определяется из условия

$$\int P(\sigma) u_2(\sigma) d\sigma = 0. \quad (18)$$

Для оптимальных функций $P_A^0(\sigma)$ и $P_B^0(\sigma)$ получим выражения

$$P_A^0(\sigma) = R_A[K_A u_1(\sigma)], \quad (19)$$

$$P_B^0(\sigma) = R_B[K_B \{ u_1(\sigma) + K'_B \}], \quad (20)$$

где коэффициенты K_A, K_B, K'_B пропорциональны λ_A, λ_B и λ'_B соответственно. Уравнение, определяющее параметр α , получится после подстановки (19) и (20) в условие (18):

$$\alpha = \arctg \left[\frac{\int P^0(\sigma) \psi_2(\sigma) d\sigma}{\int P^0(\sigma) \psi_1(\sigma) d\sigma} \right]. \quad (21)$$

Для решения уравнения (21) целесообразно применить метод последовательных приближений. Значение оптимизированного интегрального контраста дается формулой

$$\Gamma^0 = \frac{\left[\int P^0(\sigma) u_1(\sigma) d\sigma \right]^2}{\int [P^0(\sigma)]^2 d\sigma}. \quad (22)$$

Вид оптимальных ФЗ, определяемых формулами (19), (20), существенно зависит от значений коэффициентов K_A, K_B, K'_B , т.е. от величины E . При $E < E_0$, когда $K_A |u_1(\sigma)|_{\max} < 1, K_B u_1(\sigma) < 1$, (значение $K'_B = 0$), оптимальные ФЗ равны

$$\begin{aligned} P_A^0(\sigma) &= K_A u_1(\sigma), \\ P_B^0(\sigma) &= K_B u_1(\sigma) |u_1(\sigma)|. \end{aligned} \quad (23)$$

В этом случае значения интегрального контраста

$$\Gamma_A^0 = \int u_1^2(\sigma) d\sigma, \quad \Gamma_B^0 = \int u_1^2(\sigma) |u_1(\sigma)| d\sigma \quad (24)$$

не зависят от величины E , а число Штреля S пропорционально E ;

$$\begin{aligned} E_{0A} &= \frac{\int u_1^2(\sigma) d\sigma}{\{ |u_1(\sigma)|_{\max} \}^2}; \\ E_{0B} &= \frac{\int u_1^2(\sigma) |u_1(\sigma)| d\sigma}{\{ |u_1(\sigma)|_{\max} \}^2}. \end{aligned}$$

При дальнейшем увеличении E (т.е. увеличении K_A, K_B) начинает срабатывать локальное ограничение на ФЗ ($|P_A(\sigma)| < 1, P_B(\sigma) < 1$) и происходит частичное усечение, ограничение ФЗ в соответствии с формулами (19), (20). При изменении K_A в пределах от $[|u_1(\sigma)|_{\max}]^{-1}$ до ∞ величина E заключена в пределах $E_{0A} < E < 1$.

В задаче В в этом случае

$$[|u_1(\sigma)|_{\max}]^{-1} < K_B < \infty; K'_B = 0,$$

а E меняется в пределах $E_{0B} < E < E' = \int |u_1(\sigma)| d\sigma$. Число Штреля при этом растет, а интегральный контраст уменьшается.

При $K_A = K_B = \infty$ оптимальные ФЗ становятся равными

$$P_A^0(\sigma) = \text{sign}[u_1(\sigma)], \quad P_B^0(\sigma) = |u_1(\sigma)| \quad (25)$$

и являются решением задачи о максимизации числа Штреля при условиях (4) или (5). ФЗ $P_A^0(\sigma)$ соответствует фазовому фильтру с возможными значениями фазы 0 и π , а ФЗ $P_B^0(\sigma)$ – зрачку с возможными областями экранирования. Интегральный контраст в этом случае равен:

$$\Gamma_A^0 = \left\{ \int |u_1(\sigma)| d\sigma \right\}^2; \quad \Gamma_B^0 = \frac{\left\{ \int u_1(\sigma) |u_1(\sigma)| d\sigma \right\}^2}{\int |u_1(\sigma)| d\sigma}. \quad (26)$$

В задаче А при этом достигается наибольшее возможное значение E .

В задаче В при дальнейшем увеличении E : $E' < E \leq 1$, ФЗ равна

$$P_B^0(\sigma) = |u_1(\sigma) + K'_B|,$$

с увеличением K'_B области непрозрачности начинают сужаться, и при $E \rightarrow 1$ оптимальная ФЗ задачи В приближается к ФЗ $P(\sigma) = 1$. В этой области с ростом E число Штреля и интегральный контраст Γ уменьшаются.

На рис. 1 схематично показан характер зависимости интегрального контраста от величины

$$E = \int P^2(\sigma) d\sigma.$$

Кривые А и В соответствуют задачам А и В, штриховая прямая 1 соответствует неаподизированной системе.

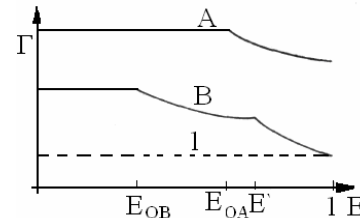


Рис. 1. Зависимость интегрального контраста Γ от величины E

Выводы

Введение целенаправленных искажений волнового фронта в зрачке aberrированной оптической системы позволяет компенсировать aberrации общего вида и представляет практический интерес.

Список литературы

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики: Пер. с англ. / Под ред. Г.П. Мотулевич. – М.: Мир, 1970. – 885 с.
2. Itoh Y. Diffraction – Based Merit Functions as a Quadratic Form of Aberration Coefficients // Journal of the Optical Society of America. – 1971. – №3, V. 61. – P. 302-307.
3. Tsujiuchi J. Correction of Optical Images by Compensation of Aberrations and by Spatial Frequency Filtering / In Progress in Optics, II, ed. by Wolf, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1963. – P.133-180.
4. Грейсх Г.И., Ефименко И.М., Степанов С.А. Оптика градиентных и дифракционных элементов. – М.: Радио и связь, 1990. – 136 с.
5. Миц М.Я., Прилепский Е.Д. Улучшение контраста изображения оптической системы с aberrациями с помощью аподизации // Оптика и спектроскопия. – 1982. – Вып. 5, Т. 53. – С. 893-899.

Поступила в редколлегию 1.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.И. Стрелков, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.