УДК 535.317.1

Е.Д. Прилепский

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

УЛУЧШЕНИЕ КОНТРАСТА ИЗОБРАЖЕНИЯ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С АБЕРРАЦИЯМИ

Решена задача максимизации интегрального контраста оптической системы при заданной аберрации общего вида. Получены выражения для оптимальных функций зрачка (ФЗ) в классе вещественных функций (амплитудно-фазовые фильтры) и в классе положительных функций (амплитудные фильтры).

контраст изображения, аберрации, вещественные фильтры

Введение

Среди методов, используемых для компенсации аберраций оптической системы, большое внимание уделяется аподизации – улучшению изображения путем введения в оптическую систему фильтра [1 – 5]. При этом рассматриваются как вопросы анализа влияния аберраций на работу различных аподизирующих фильтров [3 – 5], так и вопросы синтеза оптимальных фильтров для оптических систем с аберрациями различного вида [3 – 5]. Вопросы синтеза оптимальных фильтров для оптических систем с аберрациями различного вида изучены недостаточно полно.

Целью настоящей статьи является решение задачи определения оптимальной функции зрачка, которая при заданной аберрации оптической системы доставляет наибольшее значение интегральному контрасту в полосе пропускания оптической системы. Интегральный контраст достаточно широко используется как критерий качества некогерентной оптической системы с аберрациями [1, 2].

Величина интегрального контраста Г [1, 2] выражается через число Штреля S [1] и интенсивность света E, прошедшего через оптическую систему

$$\Gamma = S/E, \tag{1}$$

где
$$S = \left|\int P(\rho,\varphi)\exp[iW(\rho,\varphi)]d\sigma\right|^2, \tag{2}$$

$$E = \int \left|P(\rho,\varphi)\right|^2 d\sigma, \tag{3}$$

$P(\rho,\varphi)$ – функция зрачка (ФЗ); (ρ,φ) – координаты в апертуре зрачка; $d\sigma$ – нормированный элемент апертуры зрачка: $\int d\sigma = 1$; $W(\rho,\varphi)$ – волновая аберрация.

Требование пассивности оптической системы накладывает на ФЗ ограничение $|P(\rho,\varphi)| \le 1$. Очевидно, что в классе комплексных ФЗ оптимальной будет $P(\rho,\varphi) = \exp[-iW(\rho,\varphi)]$, для которой величина Г принимает наибольшее возможное значение $\Gamma = 1$. Однако реализация таких фазовых фильтров достаточно сложна [3, 4]. Поэтому значительный интерес представляют вещественные ФЗ, у которых фаза может принимать лишь значения 0 и π [5].При этом требование пассивности оптической системы (т.е. системы без усиления светового потока) имеет вид

(A) $$-1 \le P(\rho,\varphi) \le 1. \tag{4}$$

В тех случаях, когда допустимо использовать только амплитудные фильтры, на ФЗ накладывается более жесткое ограничение

(B) $$0 \le P(\rho,\varphi) \le 1. \tag{5}$$

Для вещественных ФЗ число Штреля S равно

$$S = \iint K(\rho,\varphi;\rho',\varphi')P(\rho,\varphi)P(\rho',\varphi')d\sigma d\sigma', \tag{6}$$

где $K(\rho,\varphi;\rho',\varphi')$ – вырожденное ядро:

$$K(\rho,\varphi;\rho',\varphi') = \psi_1(\rho,\varphi)\psi_1(\rho',\varphi') + \\ +\psi_2(\rho,\varphi)\psi_2(\rho',\varphi'), \tag{7}$$

$$\begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} [W]. \qquad (8)$$

Если ограничиться радиально-симметричными ФЗ $P(\rho,\varphi) = P(\rho)$, то выполняя интегрирование по угловым переменным, приходим к ядру, не зависящему от угловых координат

$$K(\rho,\rho') = \psi_1(\rho)\psi_1(\rho') + \psi_2(\rho)\psi_2(\rho'), \qquad (9)$$

где $\psi_{1,2}(\rho) = (2\pi)^{-1}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\psi_{1,2}(\rho,\varphi)d\varphi$.

В дальнейшем для унификации и сокращения записи будем обозначать переменные в апертуре зрачка через σ как при ФЗ $P(\rho,\varphi)$, так и для ФЗ $P(\rho)$.

Постановка и решение задачи

Задача максимизации интегрального частотного контраста в классе вещественных ФЗ является вариационной задачей определения оптимальной ФЗ, доставляющей наибольшее значение функционалу Г (1) при дополнительных локальных ограничениях на ФЗ: условии (4) (задача А) или условии (5) (задача В).

В общем случае максимизация интегрального контраста приводит к уменьшению интенсивности света E, прошедшего через оптическую систему, по сравнению с неаподизированным зрачком, для которого величина E = 1.Контролировать уменьшение E можно с помощью добавочного интегрального ограничения на ФЗ, в котором величина E считается фиксированной. Отметим, что это интегральное ограничение "работает" при E, превышающем некоторое граничное значение, определенное дальше.

Для определения оптимальной ФЗ в соответствии с методом Лагранжа составим функционал

$$\Gamma' = \lambda\iint K(\sigma,\sigma')P(\sigma)P(\sigma')d\sigma d\sigma' - \int P^2(\sigma)d\sigma, \qquad (10)$$

где λ – множитель Лагранжа. Чтобы учесть локальные ограничения (4) или (5), введем функцию $v(\sigma)$ с областью изменения $-\infty < v < \infty$: $P = f(v)$. Функция $f(v)$ – произвольная монотонно растущая функция, такая, что $f(\infty) = 1, f(-\infty) = -1$ (задача А) и $f(-\infty) = 0$ (задача В).

Вычисляя вариационную производную функционала Γ' по $v(\sigma)$, найдем

$$\frac{\delta\Gamma'}{\delta v} = 2[\lambda\int K(\sigma,\sigma')P(\sigma')d\sigma' - P(\sigma)]\frac{df}{dv}. \qquad (11)$$

Из соотношения (11) следует, что наибольшее значение функционала Γ' в задаче А обеспечивается либо в стационарных точках (при $\delta\Gamma'/\delta v = 0$), либо при $v = \infty$, т.е. $P = 1$ $(\delta\Gamma'/\delta v > 0)$, либо при $v = -\infty$ т.е. $P = -1$ $(\delta\Gamma'/\delta v < 0)$.

Таким образом, получаем уравнение для оптимальной функции

$$P_A(\sigma) = R_A[\lambda_A\int K(\sigma,\sigma')P_A(\sigma')d\sigma'], \qquad (12)$$

где
$$R_A[x] = \begin{Bmatrix} x, |x| < 1 \\ \mathrm{sign}x, |x| > 1 \end{Bmatrix}. \qquad (13)$$

Анализ уравнения (11) для задачи В показывает, что оптимальная функция определяется соотношением

$$P_B(\sigma) = R_B[\lambda_B\{\int K(\sigma,\sigma')P_B(\sigma')d\sigma' + \lambda'_B\}], \qquad (14)$$

где

$$R_B[x] = \begin{Bmatrix} 0, x < 0 \\ x, 0 < x < 1 \\ 1, x > 1 \end{Bmatrix}. \qquad (15)$$

Если $E < E' = \int 1[\int K(\sigma,\sigma')P_B(\sigma')d\sigma']d\sigma$, то λ'_B=0; при $E' < E < 1$ величина $\lambda_B \to \infty$ и

$$P_B(\sigma) = 1[\int K(\sigma,\sigma')P_B(\sigma')d\sigma' + \lambda'_B],$$

где
$$1[x] = \begin{Bmatrix} 0, x < 0 \\ 1, x > 0 \end{Bmatrix}. \qquad (16)$$

Заметим, что величина E однозначно связана с коэффициентами λ_A (задача А) или λ_B, λ'_B (задача В).

При определении оптимальных функций можно задать значения этих коэффициентов, а затем находить соответствующую им величину E.

Для решения уравнений (12) и (14) учтем вырождение ядра и введем функции

$$\begin{Bmatrix} u_1(\sigma) = \psi_1(\sigma)\cos\alpha + \psi_2(\sigma)\sin\alpha \\ u_2(\sigma) = -\psi_1(\sigma)\sin\alpha + \psi_2(\sigma)\cos\alpha \end{Bmatrix}, \qquad (17)$$

где α – подлежащий определению параметр.

Ядро (9) при этом будет

$$K(\sigma,\sigma') = u_1(\sigma)u_1(\sigma') + u_2(\sigma)u_2(\sigma').$$

Параметр α определяется из условия

$$\int P(\sigma)u_2(\sigma)d\sigma = 0. \qquad (18)$$

Для оптимальных функций $P_A^0(\sigma)$ и $P_B^0(\sigma)$ получим выражения

$$P_A^0(\sigma) = R_A[K_A u_1(\sigma)], \qquad (19)$$

$$P_B^0(\sigma) = R_B[K_B\{u_1(\sigma) + K'_B\}], \qquad (20)$$

где коэффициенты K_A, K_B, K'_B пропорциональны λ_A, λ_B и λ'_B соответственно. Уравнение, определяющее параметр α, получится после подстановки (19) и (20) в условие (18):

$$\alpha = \mathrm{arctg}\left[\frac{\int P^0(\sigma)\psi_2(\sigma)d\sigma}{\int P^0(\sigma)\psi_1(\sigma)d\sigma}\right]. \qquad (21)$$

Для решения уравнения (21) целесообразно применить метод последовательных приближений. Значение оптимизированного интегрального контраста дается формулой

$$\Gamma^0 = \frac{\left[\int P^0(\sigma)u_1(\sigma)d\sigma\right]^2}{\int [P^0(\sigma)]^2 d\sigma}. \qquad (22)$$

Вид оптимальных ФЗ, определяемых формулами (19), (20), существенно зависит от значений коэффициентов K_A, K_B, K'_B, т.е. от величины Е. При $E < E_0$, когда $K_A|u_1(\sigma)|_{max} < 1, K_B u_1(\sigma) < 1$, (значение $K'_B = 0$), оптимальные ФЗ равны

$$P_A^0(\sigma) = K_A u_1(\sigma),$$

$$P_B^0(\sigma) = K_B u_1(\sigma) 1[u_1(\sigma)]. \qquad (23)$$

В этом случае значения интегрального контраста

$$\Gamma_A^0 = \int u_1^2(\sigma)d\sigma, \quad \Gamma_B^0 = \int u_1^2(\sigma) 1[u_1(\sigma)]d\sigma \quad (24)$$

не зависят от величины Е, а число Штреля S пропорционально Е;

$$E_{0A} = \frac{\int u_1^2(\sigma)d\sigma}{\left\{|u_1(\sigma)|_{max}\right\}^2};$$

$$E_{0B} = \frac{\int u_1^2(\sigma) 1[u_1(\sigma)]d\sigma}{\left\{u_1(\sigma)_{max}\right\}^2}.$$

При дальнейшем увеличении Е (т.е. увеличении K_A, K_B) начинает срабатывать локальное ограничение на ФЗ ($|P_A(\sigma)| < 1, P_B(\sigma) < 1$) и происходит частичное усечение, ограничение ФЗ в соответствии с формулами (19), (20). При изменении K_A в пределах от $[|u_1(\sigma)|_{max}]^{-1}$ до ∞ величина Е заключена в пределах $E_{0A} < E < 1$.

В задаче В в этом случае

$$[u_1(\sigma)_{max}]^{-1} < K_B < \infty; K'_B = 0,$$

а Е меняется в пределах $E_{0B} < E < E' = \int 1[u_1(\sigma)]d\sigma$. Число Штреля при этом растет, а интегральный контраст уменьшается.

При $K_A = K_B = \infty$ оптимальные ФЗ становятся равными

$$P_A^0(\sigma) = \mathrm{sign}[u_1(\sigma)], \quad P_B^0(\sigma) = 1[u_1(\sigma)] \qquad (25)$$

и являются решением задачи о максимизации числа Штреля при условиях (4) или (5). ФЗ $P_A^0(\sigma)$ соответствует фазовому фильтру с возможными значениями фазы 0 и π, а ФЗ $P_B^0(\sigma)$ – зрачку с возможными областями экранирования. Интегральный контраст в этом случае равен:

$$\Gamma_A^0 = \left\{\int |u_1(\sigma)| d\sigma\right\}^2; \quad \Gamma_B^0 = \frac{\left\{\int u_1(\sigma) 1[u_1(\sigma)]d\sigma\right\}^2}{\int 1[u_1(\sigma)]d\sigma}. \qquad (26)$$

В задаче А при этом достигается наибольшее возможное значение Е.

В задаче В при дальнейшем увеличении Е: $E' < E \le 1$, ФЗ равна

$$P_B^0(\sigma) = 1[u_1(\sigma) + K'_B],$$

с увеличением K'_B области непрозрачности начинают сужаться, и при $E \to 1$ оптимальная ФЗ задачи В приближается к ФЗ $P(\sigma) = 1$. В этой области с ростом Е число Штреля и интегральный контраст Г уменьшаются.

На рис. 1 схематично показан характер зависимости интегрального контраста от величины

$$E = \int P^2(\sigma)d\sigma.$$

Кривые А и В соответствуют задачам А и В, штриховая прямая 1 соответствует неаподизированной системе.

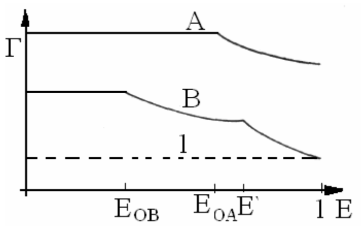

Рис. 1. Зависимость интегрального контраста Г от величины Е

Выводы

Введение целенаправленных искажений волнового фронта в зрачке аберрированной оптической системы позволяет компенсировать аберрации общего вида и представляет практический интерес.

Список литературы

1. *Борн М., Вольф Э. Основы оптики: Пер.с англ. / Под ред. Г.П. Мотулевич. – М.: Мир, 1970. – 885 с.*
2. *Itoh Y. Diffraction – Based Merit Functions as a Quadratic Form of Aberration Coefficients // Journal of the Optical Society of America. – 1971. – №3, V. 61. – P. 302-307.*
3. *Tsujiuchi J. Correction of Optical Images by Compensation of Aberrations and by Spatial Frequency Filtering / In Progress in Optics, II, ed. by Wolf, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1963. – P.133-180.*
4. *Грейсух Г.И., Ефименко И.М., Степанов С.А. Оптика градиентных и дифракционных элементов. – М.: Радио и связь, 1990. – 136 с.*
5. *Минц М.Я., Прилепский Е.Д. Улучшение контраста изображения оптической системы с аберрациями с помощью аподизации // Оптика и спектроскопия. – 1982. – Вып. 5, Т. 53. – С. 893-899.*

Поступила в редколлегию 1.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.И. Стрелков, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.