

УДК 519.15 : 001.57

В.П. Путятин, С.Н. Коваленко

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко

МОДЕЛИ ЗАДАЧ КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В АГРАРНО-ПРОМЫШЛЕННОМ КОМПЛЕКСЕ

Рассмотрена математическая модель задачи комбинаторной оптимизации, реализация которой позволяет организовать процесс имитационного моделирования различных климатических ситуаций в аграрно-промышленном комплексе (АПК) для принятия рациональных проектных решений. Предложена обобщенная структура процесса численной реализации математической модели, обсуждается постановка и пути решения прикладных задач.

математическая модель, комбинаторные задачи, оптимизация, имитационное моделирование, аграрно-промышленный комплекс

Введение

Постановка проблемы. Основной задачей является создание общего подхода к разработке математических моделей задач комбинаторной оптимизации на подмножествах базовых комбинаторных множеств (сочетаний, размещений, перестановок), с учетом заданных ограничений и случайных факторов. К таким задачам, например, приводит необходимость планирования очередности севооборотов сельскохозяйственных культур, формирования комплексов сельхозмашин, назначения сельскохозяйственной техники на выполнение работ, выбора технологии выращивания сельскохозяйственных культур и др. При этом необходимо учитывать предыдущую историю земледелия, например севообороты, за несколько лет назад и агротехнические ограничения.

В качестве таких ограничений, например, при планировании севооборота сельскохозяйственных культур, могут выступать следующие условия: биологические – разное отношение культур к сорнякам и вредным болезням; химические – культуры по-разному усваивают питательные вещества; физические – культуры по-разному влияют на физические свойства почвы; экологические – культуры по-разному реагируют на состояния экологической обстановки; технические – выращивание культур может осуществляться разными технологиями и разными тракторными комплексами.

Эта информация необходима для формирования, как запретных элементов комбинаторного множества, так и их ранжирования по предпочтению. Кроме того, необходимо учитывать динамику агроэкосистемы и климатические условия региона земледелия. Последнее обстоятельство требует включения в математическую модель задачи – случайных факторов, характеризующих климатические усло-

вия. От учета этих факторов зависит как урожайность сельскохозяйственных культур, которую необходимо максимизировать, так и суммарные энергетические затраты на выращивание культур – которые необходимо минимизировать. Кроме того, присутствие случайных факторов в математической модели дает возможность осуществления имитационного моделирования, результаты которого могут быть использованы при долгосрочном планировании деятельности сельхозпредприятий, например, при планировании севооборота и технологии выращивания культур на несколько лет вперед.

Анализ литературных источников. Постановка задач комбинаторной оптимизации с ограничениями на элементы комбинаторных множеств в виде запрета или предпочтения рассматривались, например, в работах [1 – 4].

Вопросы аппаратурной реализации математических моделей задач комбинаторной оптимизации рассматривались в работах [5 – 9].

Непосредственно задачи АПК исследовались в публикациях [3 – 10].

В работе [10] исследовались вопросы учета фактора риска при планировании производства продукции земледелия. Функцией цели является прибыль, а случайные климатические факторы учитываются с помощью обобщенного критерия успешного выращивания сельскохозяйственных культур.

Содержательная постановка основной оптимизационной задачи

Рассматриваемая агроэкосистема (рис. 1) включает следующие основные подсистемы: экологическая подсистема; подсистема сельскохозяйственных культур и земельных угодий; подсистема технологий и технических средств, обеспечивающих выполнение технологического процесса.

Экологическая подсистема характеризуется вектором $f \in \Phi$ климатических факторов, имеющих, в общем случае, вероятностный характер. Ими могут быть [10], например: f_1 – доля дней чрезвычайно благоприятных для выполнения технологического процесса выращивания сельскохозяйственных культур; f_2 – доля дней благоприятных; f_3 – доля дней неблагоприятных; f_4 – доля дней крайне неблагоприятных.

Предполагается также, что размеры рассматриваемой экологической системы (региона земледелия) таковы, что отмеченные климатические факторы одинаковы для всех угодий региона.

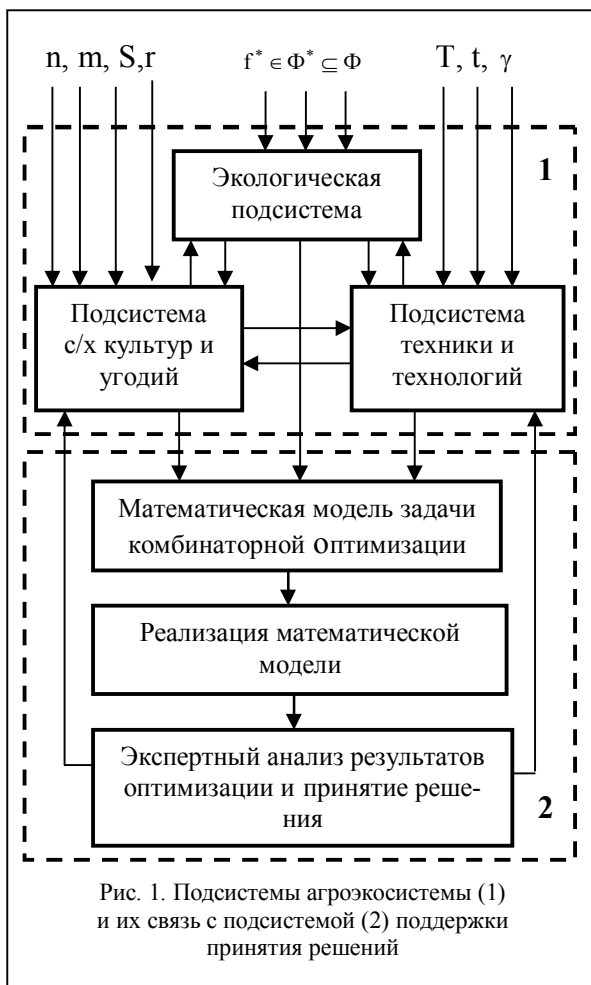


Рис. 1. Подсистемы агроэкосистемы (1) и их связь с подсистемой (2) поддержки принятия решений

Подсистема сельскохозяйственных культур и угодий характеризуется: перечнем и количеством n культур, которые планируется выращивать; вектором r урожайности той или иной культуры в данном регионе; количеством m и площадями S_i ($i = 1, 2, \dots, m$) сельскохозяйственных угодий; вариантами севооборотов предыдущих лет; агротехническими рекомендациями на планируемые варианты севооборотов.

Подсистема технологий выращивания сельскохозяйственных культур и технических средств,

обеспечивающих выполнение технологического процесса, характеризуется векторами: имеющихся технологий T выращивания той или иной культуры; перечнем t сельскохозяйственных агрегатов и энергетических затрат γ для обеспечения выполнения соответствующей технологии.

Характеристикой эффективности Q функционирования системы (рис. 1) может быть рентабельность выращивания сельскохозяйственных культур. Могут задаваться несколько частных критериев (вектор $k \in K$). Например: k_1 – критерий биопотенциала растений, который необходимо максимизировать; k_2 – критерий затрат энергоресурсов, который нужно минимизировать; k_3 – критерий отрицательного воздействия на экосистему при выполнении технологического процесса, который необходимо минимизировать.

Математическая модель основной оптимизационной задачи

Задан общий критерий Q оптимизации системы. Его значение зависит от вектора частных критериев $k \in K$, которые, в свою очередь, зависят от элементов π комбинаторного множества Π и вектора значений климатических параметров $f \in \Phi$, задаваемых экспертом, или являющихся измеряемыми, наблюдаемыми, прогнозируемыми. На элементы комбинаторного множества $\pi \in \Pi$ наложена система ограничений G_1 , выделяющая подмножество $\Pi^* \subset \Pi$. Область допустимых значений параметров f описывается системой ограничений G_2 , которая выделяет подмножество $\Phi^* \subset \Phi$.

Тогда, при различных задаваемых значениях климатических параметров $f^* \in \Phi^* \subset \Phi$, определить

$$\text{extr}_{\pi \in \Pi^* \subset \Pi} Q[\pi, f^* k(\pi, f^*)]; \quad (1)$$

$$\pi^* = \arg \text{extr}_{\pi \in \Pi^* \subset \Pi} Q[\pi, f^*, k(\pi, f^*)]. \quad (2)$$

Отметим что, задавая в модели (1 – 2) различные значения вектора $f^* \in \Phi^* \subset \Phi$, а затем решая серию соответствующих задач, появляется возможность имитации различных климатических ситуаций в экологической подсистеме (рис. 1) и оценки результатов земледелия.

Решением задачи (1) – (2) будет кортеж $\langle \pi^*, Q^*, k^*, f^* \rangle$, куда входят: элемент комбинаторного множества π^* ; значение критерия Q^* ; вектор значений частных критериев k^* ; вектор f^* зна-

чений климатических параметров, ранее заданных в модели (1) – (2).

Иногда необходимо получить не только наилучшее решение, но и некоторое подмножество $\Pi^{**} \subset \Pi^* \subset \Pi$ «близких» решений, на множестве которых эксперт принимает окончательное решение. Для введения критерия близости элементов комбинаторного множества, необходимо задать метрику (транспозиционную, лексикографическую, цепную, алфавитную, инверсную и др.) на множестве Π . В этом случае необходимо, чтобы рациональные элементы $\pi^{**} \in \Pi^{**}$ принадлежали окрестности заданного радиуса R с центром в точке π^* . То есть $\rho(\pi^*, \pi^{**}) \leq R$, где ρ метрика на комбинаторном множестве Π .

При принятии экспертом окончательного решения могут приниматься во внимание как формализованные, так и не формализуемые дополнительные критерии и ограничения.

Так в качестве окончательного решения, например, может быть принято значение элемента π^{**} , для которого $|\psi(\pi^{**}) - \psi(\pi^*)| \leq \varepsilon$, где ψ – дополнительный критерий, задаваемый экспертом, а ε – заданная величина.

Математические модели частных задач оптимизации

Рассмотрим конкретизацию основной модели (1) – (2) для случая различных соотношений между числом культур n и числом m полей т.е. осуществим формирование комбинаторного подмножества $\Pi^* \subset \Pi$, описываемого ограничениями G_1 .

Модель 1. Пусть $m = n$ и на поле с номером j назначается культура с номером i_j .

Введем перестановку

$$\pi = (i_1, i_2, \dots, i_m); i_q \neq i_p \quad \forall q \neq p; q, p, i_q, i_p \in J_m, \quad (3)$$

где $J_m = (1, 2, \dots, m)$ – множество натуральных чисел.

Перестановка π определяет варианты назначения культур на поля. При этом критерий Q эффективности функционирования системы рассматривается, как функционал, заданный на множестве Π перестановок $\pi \in \Pi$.

Поскольку одна культура назначается на одно поле, а каждому полю отводится только одна культура, то необходимо выполнение следующих ограничений

$$i_q \neq i_p \quad \forall q \neq p (q, p = 1, 2, \dots, m). \quad (4)$$

Кроме того, учет севооборотов прежних лет требует исключения из множества Π тех перестановок

новок $\pi_z (z = 1, 2, \dots, v)$, которые являются недопустимыми с точки зрения аграрной науки. Эти условия могут задаваться следующими ограничениями

$$\pi \neq \pi_z (z = 1, 2, \dots, v). \quad (5)$$

На элементы области допустимых решений могут задаваться дополнительные условия в виде предпочтения одних элементов комбинаторного множества над другими. В этом случае

$$\pi \succ \pi_t (t = 1, 2, \dots, b), \text{ если } \psi(\pi) \succ \psi(\pi_t), \quad (6)$$

где ψ – критерий предпочтения; \succ – операция предпочтения.

Таким образом, для рассматриваемого случая область допустимых решений в основной модели (1) – (2) описывается системой ограничений (4 – 6).

Модель 2. Пусть $m > n$. Элементами комбинаторного множества являются элементы

$$\pi = (i_1, i_2, \dots, i_n); i_q \neq i_p \quad \forall q \neq p; i_q \in J_m; p, q \in J_n \quad (7)$$

множества размещений A_m^n . Аналогично изложенному в предыдущем подразделе, записываются ограничения (4) на принадлежность одной культуры одному полю, ограничения (5) на недопустимость некоторых элементов комбинаторного множества, а также условия (6) предпочтения одних элементов над другими. Таким образом, формируется система ограничений G_1 , описывающая область допустимых решений основной модели (1) – (2) для рассмотренной в этом подразделе задачи.

Заметим, что если ввести $s = m - n$ «фиктивных» культур, то эта модель сводится к модели 1 о поиске рациональной перестановки. При этом назначение «фиктивных» культур на поля можно трактовать, как перебор вариантов назначения культур на поля с учетом планирования паров.

Отметим также, что приведенные постановки частных задач и подходы к построению соответствующих математических моделей иллюстрируют общность такого подхода к многочисленным прикладным задачам комбинаторной оптимизации с ограничениями.

Модель 3. Требуется, например, максимизировать разность между прибылью от реализации произведенной продукции земледелия и затратами на обеспечение технологического процесса возделывания культур. В этом случае задача поиска варианта назначения культур на поля с учетом предшественников в общем виде сводится к поиску

$$\max [Q_1(\pi, S, s) \gamma F_1(f) - Q_2(\pi, S) \gamma F_2(f)], \quad (8)$$

где Q_1 – прибыль от реализации продукции земледелия; Q_2 – расходы на технологический процесс выращивания культур; S – вектор площадей полей; γ – вектор максимально возможных урожайностей

культур в данном регионе; $0 \leq F_1 \leq 1$ – поправочный коэффициент компонент вектора урожайности s культур в зависимости от значений вектора f климатических факторов; $0 \leq F_2 \leq 1$ – поправочный коэффициент компонент вектора γ энергетических затрат от значений вектора f климатических факторов.

При заданных значениях S, s и экспертном оценивании параметров F_1, F_2, γ , математическая модель имеет следующий вид

$$\max_{\pi \in \Pi^*} [Q_1(\pi) - Q_2(\pi, \gamma)] = \max_{\pi \in \Pi^*} Q(\pi), \quad (9)$$

где π – элемент комбинаторного множества Π^* , описываемого системой ограничений подобной (4) – (6).

Таким образом, постановка задачи в виде (9) приводит к частным моделям 1 и 2.

Особенности математической модели (1) – (2) и ее численной реализации

Размерность пространства параметров, в котором определяется экстремум критерия Q , зависит в основном от природы комбинаторного множества (сочетания, размещения, перестановки и др.) и числа его элементов.

Число ограничений G_1 , описывающих область допустимых решений Π^* , зависит от: количества v заданных запрещенных элементов $\pi_z (z = 1, 2, \dots, v)$ комбинаторного множества; количества b условий предпочтения одних элементов над другими; природы комбинаторного множества (сочетания, размещения, перестановки и др.), что определяет количество ограничений (4).

Критерий $Q[\pi, f^*k(\pi, f^*)]$ оптимизации системы, в общем случае, является нелинейным. Поэтому рассматриваемая математическая модель (1) – (2) относится к многомерным нелинейным задачам математического программирования. Число локальных экстремумов в основном зависит от природы комбинаторного множества и числа его элементов.

Для определенности рассмотрим упрощение модели (1) – (2). Пусть $Q(\pi)$ и $n = m$, то есть комбинаторное множество состоит из $n!$ перестановок. В практических задачах $n \approx 10, 20$. То есть, для полного перебора значений $Q(\pi)$ необходимо рассмотреть $20!$ перестановок. Основываясь на результатах [1, с.73] подсчета и оценки временных затрат в предположении, что на вычисление значения критерия $Q(\pi)$ необходима всего лишь одна операция ПЭВМ, то временные затраты метода полного перебора исчисляются несколькими десятками лет.

Что касается применения метода Монте-Карло, то для случая задания критерий Q в аналитическом виде, существует возможность получения дополнительной вычислительной информации о свойствах критерия Q . Однако, получаемая на базе вычислительного эксперимента информация только частично улучшает ситуацию, а «проклятие размерности» сохраняется.

В силу дискретности комбинаторного множества Π и, естественно, дискретности пространства искомых параметров, применение градиентных методов в «чистом виде» не представляется возможным.

На основе анализа особенностей модели (1) – (2), наиболее приемлемыми методами решения таких задач являются методы поисковой оптимизации. Учитывая опыт решения подобных комбинаторных задач оптимизации [1, 2], целесообразно воспользоваться методом сужающихся окрестностей (МСО) [1].

На рис. 2 приведена обобщенная структура организации вычислительного процесса для численной реализации математической модели (1) – (2).

Остановимся на особенностях одного из основных блоков – блока оптимизации, приведенного на рис. 1.

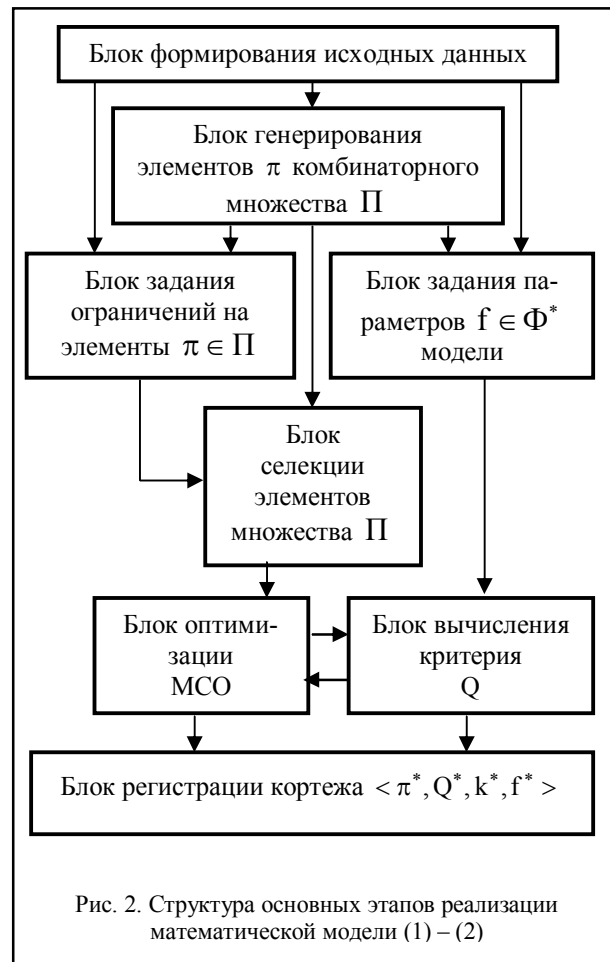


Рис. 2. Структура основных этапов реализации математической модели (1) – (2)

На первом этапе оптимизации, для поиска первого приближения, применяется метод Монте-Карло. Для этого осуществляется моделирование случайного процесса, в результате чего выделяется лучшее значение критерия Q и соответствующего элемента π^* комбинаторного множества Π^* .

На втором этапе применяется метод сужающихся окрестностей [1], дающий возможность формирования вокруг π^* окрестности $O(\pi^*, R) \subset \Pi^*$ заданного радиуса R . Затем осуществляется генерирование элементов $\pi \in O(\pi^*, R) \subset \Pi^*$ и вычисления значений критерия Q . После чего выделяется лучшее значение Q^* критерия и соответствующего элемента π^* комбинаторного множества Π^* . Если поиск в окрестности $O(\pi^*, R)$ перспективен, то центр окрестности переносится в новую точку и поиск повторяется. Уменьшение радиуса R окрестности $O(\pi^*, R) \subset \Pi^*$ происходит после выполнения условия $N > N^*$, где N^* заданное число испытаний в серии. Этот этап решения задачи заканчивается поиском пары $\langle \pi^*, Q^* \rangle$, то есть лучшего значения π^* и соответствующего ему значения критерия Q^* .

На третьем этапе пара $\langle \pi^*, Q^* \rangle$ является исходной для применения метода вектора спада. Дальнейшая оптимизация осуществляется в окрестности $O(\pi^*, 1) \subset \Pi^*$, то есть в окрестности единичного радиуса.

Отметим, что специфика математических моделей рассматриваемых задач (многомерность, комбинаторный характер, нелинейность, многоэкстремальность) такова, что необходимо создание общего подхода к разработке специализированных цифровых вычислительных устройств для повышения эффективности (по затратам памяти, затратам времени и по точности) решения комбинаторных задач с ограничениями [1 – 9]. Это обусловлено тем обстоятельством, что при численной реализации на ПЭВМ задач комбинаторной оптимизации с ограничениями требуются значительные временные затраты.

В работах [5 – 7] предложена, обоснована и запатентована структура и состав основных цифровых блоков для аппаратурной реализации рассматриваемых математических моделей.

Выводы

Предложена математическая модель задачи комбинаторной оптимизации с учетом специфических ограничений.

Исследованы ее особенности и особенности частных моделей.

Предложен метод численной реализации на базе метода Монте-Карло, метода сужающихся окрестностей и метода вектора спада.

Список литературы

1. Стоян Ю.Г., Соколовский В.З. Решение некоторых многоэкстремальных задач методом сужающихся окрестностей. – К.: Наук. думка. – 1980. – 208 с.
2. Стоян Ю.Г., Пуятин В.П. Оптимизация технических систем с источниками физических полей. – К.: Наук. думка. – 1988. – 192 с.
3. Коваленко С.Н. Комбинаторные задачи принятия решений о рациональном севообороте // Матер. 10-го юбилейного Международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке». – Х.: ХНУРЭ, 2006. – С. 418.
4. Коваленко С.М., Пастухов В.І., Пуятин В.П. Комп'ютерні комбінаторні моделі в САПР АПК // Управління розвитком. Зб. наук. ст. – Х.: ХНЕУ, 2006. – № 6. – С. 73-74.
5. Патент. № и 200610634. Україна, МКИ G 06 F 15/20. Спосіб виділення допустимих елементів комбінаторних множин / С.М. Коваленко, В.П. Пуятин (Україна). – Заявл. 09.10.06; Пріор. 25.12.06. – 6 с.
6. Патент. № и 200611118. Україна, МКИ G 06 F 15/20. Селектор елементів комбінаторних множин. / С.М. Коваленко, В.П. Пуятин, І.О. Фурман (Україна). – Заявл. 23.10.06; Пріор. 22.12.06. – 6 с.
7. Патент. №. и 200610634. Україна, МКИ G 06 F 15/20. Пристрій для комбінаторної оптимізації / С.М. Коваленко, В.П. Пуятин (Україна). Заявл. 09.10.06; Пріор. 25.12.06. – 6 с.
8. Патент. № 47901 А. Україна, МКИ А 01 В 49/00. Спосіб визначення раціонального складу агрегатів для польових робіт / В.І. Пастухов, В.П. Пуятин (Україна). – Заявл. 22.10.2001; Опубл. 15.07.2002. Бюл. № 7. – 3 с.
9. Патент. № 48638 А. Україна, МКИ G 06 F 15/00. Пристрій для моделювання графа агротехнологічного процесу / В.І. Пастухов, В.П. Пуятин (Україна). – Заявл. 30.10.2001; Опубл. 15.08.2002. Бюл. № 8. – 3 с.
10. Раскин Л.Г., Карпенко В.В. Рациональное распределение посевной площади при возделывании сельскохозяйственных культур в условиях риска. // Вестник НТУ «ХПИ». Системный анализ, управление и информационные технологии. – Х.: НТУ «ХПИ». – 2004. – № 36. – С. 27-32.

Поступила в редколлегию 13.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Левыкин, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.