

УДК 330.4 : 519.22/.25 : 330.142.23

В.Ю. Дубницький, Д.В. Юргелевич

Харьковский банковский институт УАБД НБУ

## СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КОРРЕКТНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ГИПОТЕЗЫ СЛУЧАЙНОГО БЛУЖДЕНИЯ ПРИ АНАЛИЗЕ ФИНАНСОВЫХ ПРОЦЕССОВ

*Поставлена задача определения корректности применения гипотезы случайного блуждания при анализе финансовых процессов. Приведены результаты проверки выполнения условий статистической независимости данных и оценки нормальности их распределения.*

*финансовые потоки, финансовые процессы, случайные блуждания, винеровский процесс*

### Введение

**Постановка задачи.** При анализе изменения уровня цен, курсов акций, остатков на счетах, и других финансовых характеристик используют отношение

$$\Delta x_{t+h} = \ln(S_{t+h}/S_t), \quad (1)$$

где  $S_t$  – значение изучаемого показателя в момент времени  $t$ ,  $S_{t+h}$  – значение этого же показателя, но опережающего величину  $S_t$  на  $h$  равных шагов.

В работе [1] показано, что в случае статистической независимости величин  $\Delta x_{t+h}$  ( $h = 1, 2, \dots$ ) и их нормального распределения справедлива схема случайного блуждания. В этом случае появляется возможность прогнозировать изменения изучаемых показателей. Проверку гипотез независимости и нормальности фактических наблюдений авторы данного сообщения в литературе не обнаружили.

**Цель работы.** Проверка статистической независимости последовательности наблюдений вида (1)

и их нормального распределения, т.е. оценка применимости гипотезы случайного блуждания для анализа финансовых процессов.

**Анализ литературы.** В работе [2] приведены гистограммы, свидетельствующие об асимметричном распределении величин вида (1) и отмечено, что применение нормального распределения для их анализа дает не вполне достоверные результаты. Количественная оценка этого утверждения в работе [2] отсутствует.

### Изложение результатов исследования

Источниками данных были сведения, приведенные в работе [3], и информация, полученная авторами в одном из коммерческих банков. Эти сведения приведены в табл. 1. Шаг  $h$  для массивов  $M1 \dots M5$  равен одним суткам, для массива  $M6$  – тридцати суткам. Исходные данные были преобразованы в соответствии с условием (1). Результаты такого преобразования приведены в табл. 2.

Таблица 1

Массивы исходных данных

Массив 1 (дебетовый оборот)	Массив 2 (кредитовый оборот)	Массив 3 (исходный остаток)	Массив 4 (остаток на счете 1)	Массив 5 (остаток на счете 2)	Массив 6 (объем депозитов)
1	2	3	4	5	6
3009055	4880119	10604915	16143231	972322	8032804
8959946	6718071	8363040	14880694	2489447	7585930
13399189	10831702	5795553	13332020	1164913	7232315
11060637	13802830	8537747	15323378	655444	6802378
6947976	8428887	10018658	15320235	460895	6418590
5989092	4310549	8340115	12993654	975010	5936908
5693261	5775890	8422743	12817403	449865	5667390
11566707	12347892	9203929	14636093	449865	5361029
21340020	20332471	8196380	12466254	455846	5340811
12517879	13553903	9232405	14926129	179911	5217623
4185023	2779801	7827182	12918421	277104	5271384
2326532	2279915	7780565	12630048	696894	5111161
7526206	7726595	7980953	13465570	426284	4741181
8074744	10375649	10281858	16162190	188202	4530048
7828541	4379253	6832570	14246423	530148	4690604
3919919	6312186	9224837	13735233	323664	4793701
85307082	81475550	5393305	14782532	197999	3753576
3727741	6357436	8023000	14785155	355815	4632432
11293955	10446697	7175743	16255948	137753	4471890

Окончание табл. 1

1	2	3	4	5	6
8446642	6004765	4733866	13824256	455629	4201723
5224772	6774835	6283929	×	×	4173592
11591946	10075054	4767037	×	×	4047821
5545649	6905420	6126808	×	×	3842336
19524788	18624881	5226901	×	×	3653955

Таблица 2

Массивы преобразованных данных

Массив 1П	Массив 2П	Массив 3П	Массив 4П	Массив 5П	Массив 6П
1,0911	0,3196	-0,2375	-0,0814	0,9401	-0,0572
0,4024	0,4777	-0,3667	-0,1099	-0,7594	-0,0477
-0,1918	0,2424	0,3874	0,1392	-0,5751	-0,0613
-0,4649	-0,4932	0,1600	-0,0002	-0,3521	-0,0581
-0,1485	-0,6706	-0,1834	-0,1647	0,7493	-0,0780
-0,0507	0,2926	0,0099	-0,0137	-0,7735	-0,0465
0,7088	0,7598	0,0887	0,1327	0,0000	-0,0556
0,6125	0,4987	-0,1159	-0,1605	0,0132	-0,0038
-0,5334	-0,4055	0,1190	0,1801	-0,9297	-0,0233
-1,0956	-1,5843	-0,1651	-0,1445	0,4319	0,0103
-0,5871	-0,1982	-0,0060	-0,0226	0,9222	-0,0309
1,1740	1,2205	0,0254	0,0641	-0,4915	-0,0751
0,0704	0,2948	0,2533	0,1825	-0,8176	-0,0456
-0,0310	-0,8626	-0,4087	-0,1262	1,0356	0,0348
-0,6917	0,3656	0,3002	-0,0365	-0,4935	0,0217
3,0802	2,5578	-0,5367	0,0735	-0,4914	-0,2446
-3,1305	-2,5507	0,3972	0,0002	0,5861	0,2104
1,1085	0,4967	-0,1116	0,0948	-0,9489	-0,0353
-0,2905	-0,5537	-0,4160	-0,1620	1,1962	-0,0623
-0,4804	0,1207	0,2833	×	×	-0,0067
0,7969	0,3968	-0,2763	×	×	-0,0306
-0,7373	-0,3778	0,2509	×	×	-0,0521
1,2587	0,9922	-0,1589	×	×	-0,0503

В этой таблице приведены значения натуральных логарифмов последовательных отношений данных для каждого из исходных массивов.

Для проверки гипотезы статистической независимости этих последовательностей использованы такие критерии: критерий, основанный на медиане выборки; критерий восходящих и нисходящих серий и критерий квадратов последовательных отношений. Критерий, основанный на медиане выборки, сравнивает количество и длину серий, т.е. подряд идущих значений ряда больших и меньших его медианы, с критическими значениями для данного критерия. Критерий восходящих и нисходящих серий сравнивает количество и длину серий, полученных из знаков последовательных разностей значений ряда с соответствующими критическими значениями. Критерий квадратов последовательных отношений сравнивает отношение средней суммы квадратов последовательных разностей к среднеквадратическому отклонению данного ряда. Алгоритмы для применения каждого из этих критериев описаны в работе [4]. Для рядов, приведенных в табл. 2, вычисленные фактические и критические значения соответствующих параметров критериев отображены в табл. 3.

Результат сравнения фактических и критических значений параметров этих трех критериев в соответствии с их условиями их выполнения

для оригинальных массивов (М1...М6) и массивов вида (1) позволили сделать выводы, которые в обобщенном виде приведены в табл. 4.

Таким образом, гипотеза подтверждается лишь в 41% случаев (в 15 случаях из 36 расчётов) для обоих видов рядов. Для массивов вида (1) результаты свидетельствуют о наличии статистической зависимости в 44% случаев, при этом медианный критерий указывает на зависимость пяти рядов из шести (кроме М3П), критерий восходящих и нисходящих серий полностью подтверждает гипотезу, а критерий квадратов последовательных отношений дает самый противоречивый результат – половина рядов зависимы (М2П, М4П, М5П), половина независимы. Такой результат свидетельствует том, что прогнозирование финансовых процессов, основанное на предположении о статистической независимости данных, требует предварительной проверки этой гипотезы ввиду крайне нерегулярного ее подтверждения.

При анализе исходных данных с целью определения наиболее подходящего для них распределения, в двух случаях наилучшим оказалось логлогистическое распределение (массивы М1 и М2), в одном – трехпараметрическое распределение Вейбулла (М3), в трех случаях – обратное Гауссово распределение (М4...М6). Вид этих распределений приведен в работе [5].

Таблица 3

Значения параметров критериев для рядов логарифмов последовательных отношений\*)

Массив	Критерий									
	Медианный				Восходящих и нисходящих серий				Квадратов последовательных отношений	
	v		τ		δ		η		γ	
	факт	крит	факт	крит	факт	крит	факт	крит	факт	крит
M1	13	16,597	3	4,555	12	13,718	3	5	1,501	1,336
M2	13	16,597	3	4,555	13	13,718	3	5	1,274	1,336
M3	17	16,597	3	4,555	17	13,718	3	5	1,576	1,336
M4	11	14,158	3	4,293	13	11,180	3	5	1,350	1,368
M5	13	14,158	2	4,293	12	11,180	3	5	1,293	1,368
M6	10	17,200	7	4,142	17	14,355	2	5	1,458	1,329

\*)Примечание: τ, v, δ, η, γ – параметры критериев; факт – фактическое значение параметра; крит – критическое значение параметра.

Таблица 4

Результаты проверки гипотезы о статистической независимости\*)

Критерий	Медианный		Восходящих и нисходящих серий		Квадратов последовательных отношений	
	Оригинальный ряд	Ряд $\ln(S_{t+1}/S_t)$	Оригинальный ряд	Ряд $\ln(S_{t+1}/S_t)$	Оригинальный ряд	Ряд $\ln(S_{t+1}/S_t)$
M1	+*	+	-**	-	+	-
M2	+	+	-	-	+	+
M3	+	-	-	-	+	-
M4	+	+	-	-	+	+
M5	+	+	-	-	+	+
M6	+	+	+	-	+	-

\*)+ – данные зависимы; \*\*) – данные независимы.

Второе базовое предположение схемы случайного блуждания – о нормальности распределения рядов вида (1) – проверялось с помощью критериев  $\omega^2$  и Шапиро, являющихся встроенными функциями системы «STATGRPHICS». Вычисленные значения параметра P-Value, на основании которого делался вывод о принятии или отклонении гипотезы, приведены в табл. 5.

Таблица 5

Проверка на нормальность и параметры распределения (при  $\alpha = 0,95$ )

Мас-сив	Критерий		Параметры нормального распределения	
	$\omega^2$	Шапиро	Математическое ожидание	Среднеквадратическое отклонение
	P-Value			
M1	$\geq 10$	0,083	0,081	1,161
M2	$\geq 10$	0,165	0,058	0,999
M3	$\geq 10$	0,555	-0,031	0,273
M4	$\geq 10$	0,144	-0,008	0,119
M5	$\geq 10$	0,028	-0,04	0,748
M6	$\geq 10$	0,00017	-0,031	0,075

Очевидно, что гипотеза принимается в большинстве случаев (кроме M5П и M6П). При этом стоит отметить, что математическое ожидание во всех случаях стремится к нулю, а ряды M1П и M2П близки к нормальному распределению с математическим ожиданием, равным нулю, и среднеквадратическом отклонении, равном единице.

Что касается массивов M5П и M6П, то разницу выводов (критерий  $\omega^2$  подтверждает гипотезу о нормальности, критерий Шапиро – опровергает) можно объяснить: для M5П – недостаточным объемом выборки, для M6П – тем фактом, что интервал h между отсчетами слишком велик (тридцать суток).

### Выводы

1. Предположение о том, что преобразование вида (1) порождает схему случайного блуждания, не является универсальным.
2. На отклонение от схемы случайного блуждания оказывает влияние интервал времени между двумя последовательными отсчетами.
3. При практическом применении схемы случайного блуждания для прогноза финансовых показателей необходима статистическая проверка выполнения ее (схемы) основных предположений.

### Литература

1. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 1. Факты. Модели. – М.: ФАЗИС, 1998. – 512 с.
2. Гриценко К.Г. Нечітко-множинний підхід до оцінки ризику ліквідності комерційного банку в умовах невизначеності // Восточно-Европейський журнал передових технологій. – 2006. – № 20. – С. 11-15.
3. Волошин И.В. Оценка банковских рисков: новые подходы. – К.: Эльга, 2004. – 216 с.

4. Айвазян С.А. Статистическое исследование зависимостей. – М.: Металлургия, 1968. – 227 с.

5. Переверзев Е.С. Случайные сигналы в задачах оценки состояния технических систем. – К.: Наукова думка, 1992. – 252 с.

Поступила в редколлегию 17.01.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Г. Михайленко, Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков.