

УДК 378.1

М.Ю. Воеводина

*Харьковская национальная академия городского хозяйства***К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ**

*В статье рассмотрены методики определения эффективности обучающих воздействий методом сингулярного спектрального анализа временных рядов. Решается задача повышения значения коэффициента усвоения учебного материала в конце периода обучения.*

*метод сингулярного спектрального анализа временных рядов, обучающие воздействия*

**Введение**

**Формулировка проблемы.** В связи с переходом к кредитно-модульной системе обучения, обусловленным вхождением Украины в Болонский образовательный процесс, учебный процесс становится более структурированным и емким. В настоящее время возможности увеличения сроков обучения и объема учебного материала практически исчерпаны. Следовательно, проблема дифференциации учебного материала может рассматриваться только в единстве с его интеграцией. В этих условиях особую актуальность приобретает оценка эффективности процесса обучения. Возможность численно оценить эффективность учебных планов дает широкое применение математических методов и прогрессивных информационных технологий, без которых проблема оценки качества образования по сути дела не имеет достаточно аргументированной формализации.

**Анализ последних исследований.** Большое количество публикаций в настоящее время посвящено проблеме оценки качества образования [1, 2]. Отличие этой публикации состоит в применении математических методов SSA и прогрессивных информационных технологий (э-метрик) для повышения эффективности обучающих воздействий.

**Цели статьи и формулировка задачи исследования.** Целью статьи является определение эффективности обучающих воздействий. В настоящей работе описано решение задачи методами сингулярного спектрального анализа временных рядов. Рассмотрено соответствие модели запоминания учебного материала временному ряду, восстановленному по методу SSA. Рассмотрены также электронные методики измерений (э-метрики), которые позволяют провести численный анализ эффективности работы образовательного сайта.

**Изложение основного материала исследований**

На процесс осмысленного запоминания влияют такие факторы, как структура материала,

образование ассоциативных связей между понятиями, частота использования понятий [3]. Но не только логичность изложения влияет на запоминание материала. Известно [4], что процесс усвоения и забывания информации можно представить в простейшем случае кривой, изображенной на рис. 1.

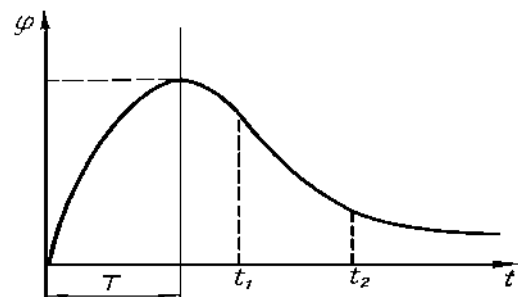


Рис. 1. Процесс усвоения и забывания информации

Восходящая ветвь кривой соответствует процессу восприятия, нисходящая – забывания. Время, соответствующее наибольшему объему информации, находящейся в памяти ( $T$ ) – это время окончания изложения материала. Сразу после этого начинается процесс забывания.

При  $t \rightarrow \infty$  функция  $\varphi \rightarrow 0$ , что соответствует полному забыванию информации по истечении достаточно большого промежутка времени.

Важную роль в запоминании играет периодическое повторение информации. Последнее происходит в ходе самостоятельной работы, на лабораторных и практических занятиях, а также при неоднократных ссылках лекторов на знакомый материал [4]. Для увеличения значения  $\varphi$  в конце семестра обучающие воздействия в течение времени изучения курса следует распределить рационально, т.к. возможности количественного роста их весьма ограничены (обучающие воздействия – это лекции, практические или лабораторные занятия, самостоятельная работа, чтение учебной литературы, т.е. все то, что препятствует процессу «забывания»; прежде всего, интересно влияние активных обу-

чающих факторов – аудиторных занятий).

Для определения эффективности обучающих воздействий предлагается использовать метод *Singular Spectrum Analysis* (SSA), описанный в [5].

Пусть задан временной ряд  $F = \{f_0, f_1, \dots, f_{N-1}\}$ . Требуется выделить отдельные аддитивные составляющие исходного ряда, такие как тренд (гладкая и медленно меняющаяся часть ряда), различные колебательные и периодические компоненты, а также шумовую компоненту. Для одномерного временного ряда базовый метод SSA состоит из следующих шагов:

1. Преобразование исходного одномерного ряда в многомерный, описываемый траекторной матрицей.
2. Сингулярное разложение получившейся траекторной матрицы.
3. Группировке членов разложения.
4. Последующее восстановление (получение тренда).

Опишем шаги подробнее.

**Шаг 1.** Выполним процедуру вложения, т.е. преобразование исходного одномерного ряда  $F$  в последовательность  $L$ -мерных векторов, число которых равно  $K = N - L + 1$ :

$$X_i = (f_{i-1}, \dots, f_{i+L-2})^T, \quad 1 \leq i \leq K.$$

Эти вектора образуют траекторную (ханкелеву) матрицу  $X = [X_1 : \dots : X_K]$  ряда  $F$ :

$$X = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \dots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_K \\ f_2 & f_3 & f_4 & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \dots & f_{N-1} \end{pmatrix}.$$

**Шаг 2.** Получим сингулярное разложение траекторной матрицы ряда. Рассмотрим матрицу  $S = XX^T$ . Поскольку  $S$  положительно полуопределена, ее собственные числа неотрицательны. Обозначим через  $\lambda_1, \dots, \lambda_L$  собственные числа матрицы  $S$ , взятые в порядке убывания ( $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$ ) и через  $U_1, \dots, U_L$  ортонормированную систему собственных векторов матрицы  $S = XX^T$ , соответствующих этим собственным числам.

Обозначим  $V_i = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} X^T U_i$  ( $i = 1, \dots, d$ ), где  $d = \max\{i, \text{таких, что } \lambda_i > 0\}$ . Ортонормированные вектора  $V_i$  (т.н. факторные) являются собственными векторами матрицы  $X^T X$ , соответствующими тем же собственным числам  $\lambda_i$ .

$\sqrt{\lambda_i}$  – сингулярные числа;  $U_i$  и  $V_i$  – левые и

правые сингулярные вектора матрицы  $X$  соответственно. Получим сингулярное разложение траекторной матрицы:

$$X = X_1 + \dots + X_d, \quad \text{где } X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T \quad (1).$$

Каждая из матриц  $X_i$  имеет ранг 1. Поэтому их можно назвать элементарными матрицами. Набор  $(\sqrt{\lambda_i}, U_i, V_i)$  мы будем называть  $i$ -й собственной тройкой сингулярного разложения.

**Шаг 3.** На основе разложения (1) процедура группировки делит все множество индексов  $\{1, \dots, d\}$  на  $m$  непересекающихся подмножеств  $I_1, \dots, I_m$ .

Пусть  $I = \{i_1, \dots, i_p\}$ . Тогда результирующая матрица  $X_I$ , соответствующая группе  $I$ , определяется как  $X_I = X_{i_1} + \dots + X_{i_p}$ . Такие матрицы вычисляются для  $I = I_1, \dots, I_m$ , тем самым разложение (1) может быть записано в сгруппированном виде:

$$X = X_{I_1} + \dots + X_{I_m} \quad (2).$$

Процедура выбора множеств  $I_1, \dots, I_m$  и называется группировкой собственных троек  $(\sqrt{\lambda_i}, U_i, V_i)$ .

**Шаг 4.** На последнем шаге базового алгоритма каждая матрица сгруппированного разложения переводится в новый ряд длины  $N$ .

Пусть  $Y$  – матрица размера  $L \times K$  с элементами  $y_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq L$ ,  $1 \leq j \leq K$ . Положим  $L^* = \min(L, K)$ ,  $K^* = \max(L, K)$  и  $N = L + K - 1$ . Пусть  $z_{ij} = y_{ij}$ , если  $L < K$ , и  $z_{ij} = y_{ji}$  – в остальных случаях.

Диагональное усреднение переводит матрицу  $Y$  в ряд  $(g_0, \dots, g_{N-1})$  по формуле

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{k+1} \sum_{j=1}^{k+1} z_{j, k-j+2} & \text{для } 0 \leq k < L^* - 1; \\ \frac{1}{L^*} \sum_{j=1}^{L^*} z_{j, k-j+2} & \text{для } L^* - 1 \leq k < K^*; \\ \frac{1}{N-k} \sum_{j=k-K^*+2}^{N-K^*+1} z_{j, k-j+2} & \text{для } K^* \leq k < N, \end{cases} \quad (3)$$

т.е. элементы матрицы усредняются вдоль «диагонали»  $i + j = k + 2$ . Применив диагональное усреднение к матрицам  $X_{I_k}$ , полученным на этапе группировки, приходим к разложению исходного ряда в сумму  $m$  рядов.

Для проведения исследований был выбран курс «Техника использования ЭВМ», читается на факультете Инженерной экологии городов в Харьковской национальной академии городского хозяйства. Тестирование проводилось 2 раза в неделю в течение

семестра. Всего тест сдавали 35 раз. Можно считать, что интервалы времени между тестами одинаковые, поэтому будем рассматривать время от 1 до 35. Исследования с помощью метода SSA показали, что типичный ряд оценок можно разделить на тренд и шум, причем тренд образуют две первые компоненты (значимость 95-98%), а шум – остальные (периодические составляющие также отнесены к шуму).

На рис. 2 приведен исходный ряд оценок. Исследуем этот временной ряд с помощью метода SSA.

Получаем разложение ряда на три компоненты (рис. 3). Можно выделить в ряду участки «запоминания» и «забывания».

Отметим, что на участке «забывания» 2-я компонента практически равна нулю. Убирая шум, получим тренд (аппроксимацию) исходного ряда как временной ряд, восстановленный по методу SSA (рис. 2).

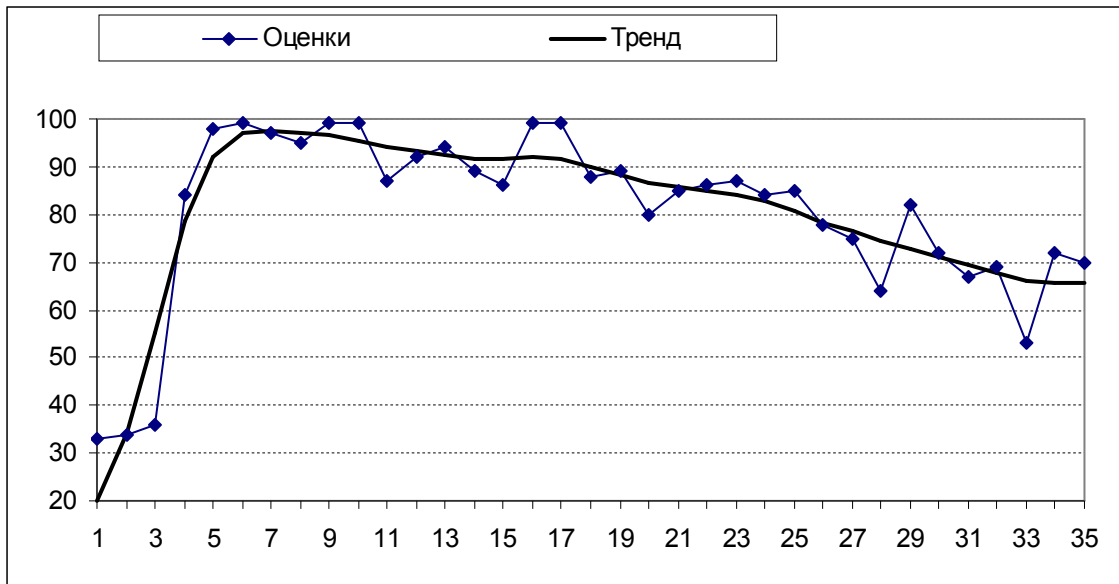


Рис. 2. Исходный ряд оценок и его аппроксимация

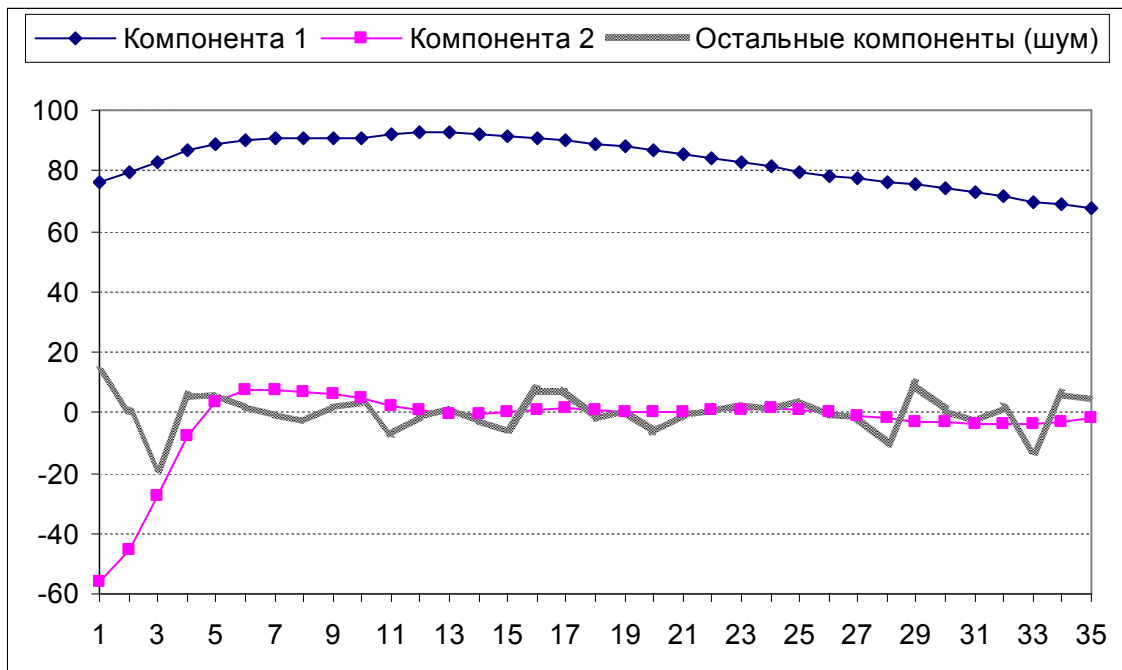


Рис. 3. Компоненты ряда

В течение первых 4-х недель семестра студенты изучают 2 модуля. Каждый из модулей состоит из 2-х обучающих воздействий (т.о. студенты подвергаются 4-м обучающим воздействиям):

	Модуль 1		Модуль 2	
	ОВ1	ОВ2	ОВ3	ОВ4
Время начала	1	4	5	8

Нас интересует, как ОВ3 и ОВ4 влияют на знания по модулю 1. Для этого мы сделали выборку из студентов:

- множество {1,2,3,4} (83 человека) – студенты, которые присутствовали на всех занятиях;
- множество {1,2,3} (34 человека) – студенты,

которые присутствовали на всех занятиях, кроме 4-го;

- множество {1,2,4} (27 человек) – студенты, которые присутствовали на всех занятиях, кроме 3-го.

Усредним оценки для всех трех множеств. Эффект усреднения – шум нивелируется, точность аппроксимации увеличивается (рис. 4).

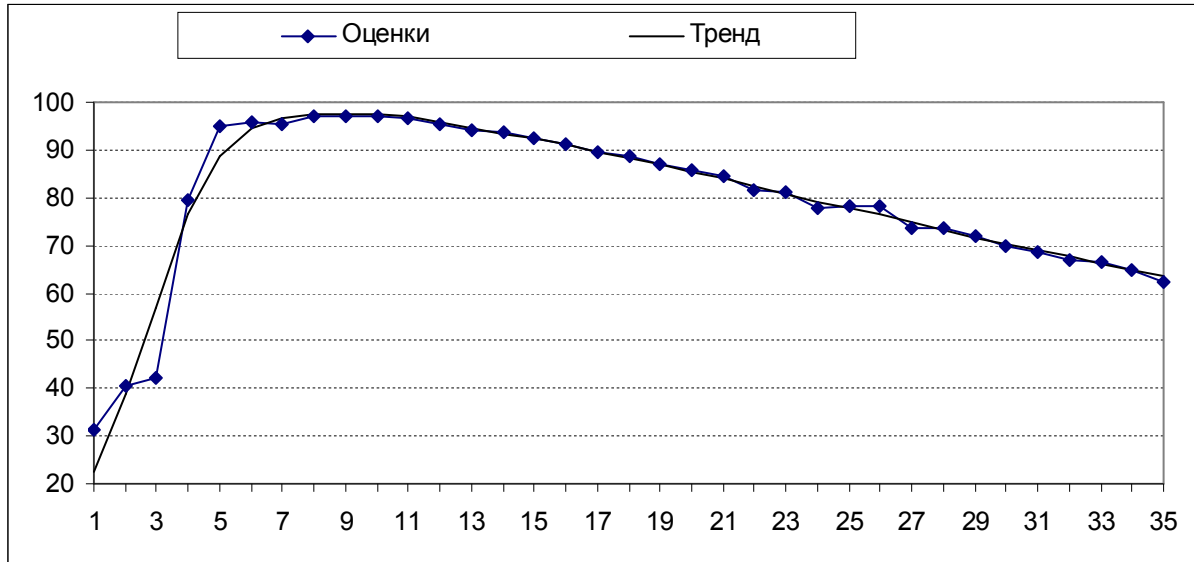


Рис. 4. Средние оценки для множества {1,2,3,4}

Будем исследовать разницу в оценках для множеств. Временной ряд, характеризующих эффективность ОВ3 – разность средних оценок множеств {1,2,3,4} и {1,2,4} (рис. 5), а временной ряд, характеризующих эффективность ОВ4 – разность средних оценок множеств {1,2,3,4} и {1,2,3} (рис. 6).

Для разностей не удастся точно выделить участок «запоминания». Поэтому тренд ряда определяет только 1-я компонента.

В качестве оценки эффективности предлагается

использовать коэффициенты уравнения линейной аппроксимации тренда, полученного с помощью метода SSA.

Для ОВ4 уравнение тренда:

$$y = -0,054x + 13,656, \text{ а для ОВ3 } y = -0,17x + 9,78.$$

В уравнении  $y = ax + b$  коэффициент  $a$  может характеризовать эффективность «запоминания», а  $b$  – скорость запоминания. В нашем примере ОВ4 эффективнее ОВ3, так как  $a_4 < a_3$  и  $b_4 > b_3$ .

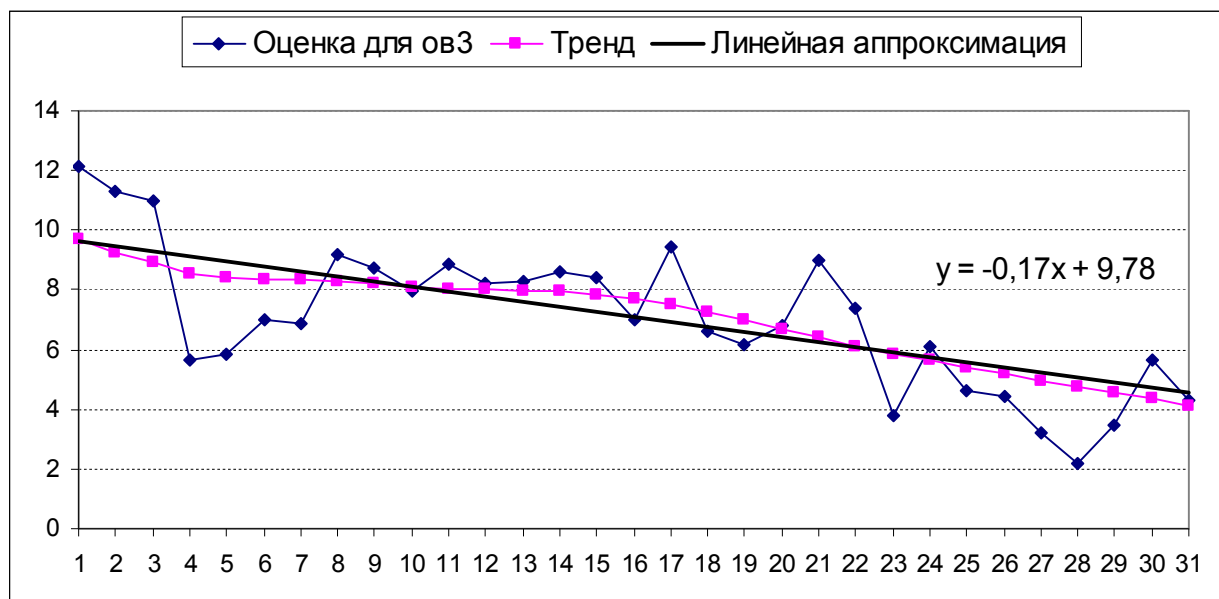


Рис. 5. Оценка эффективности ОВ3

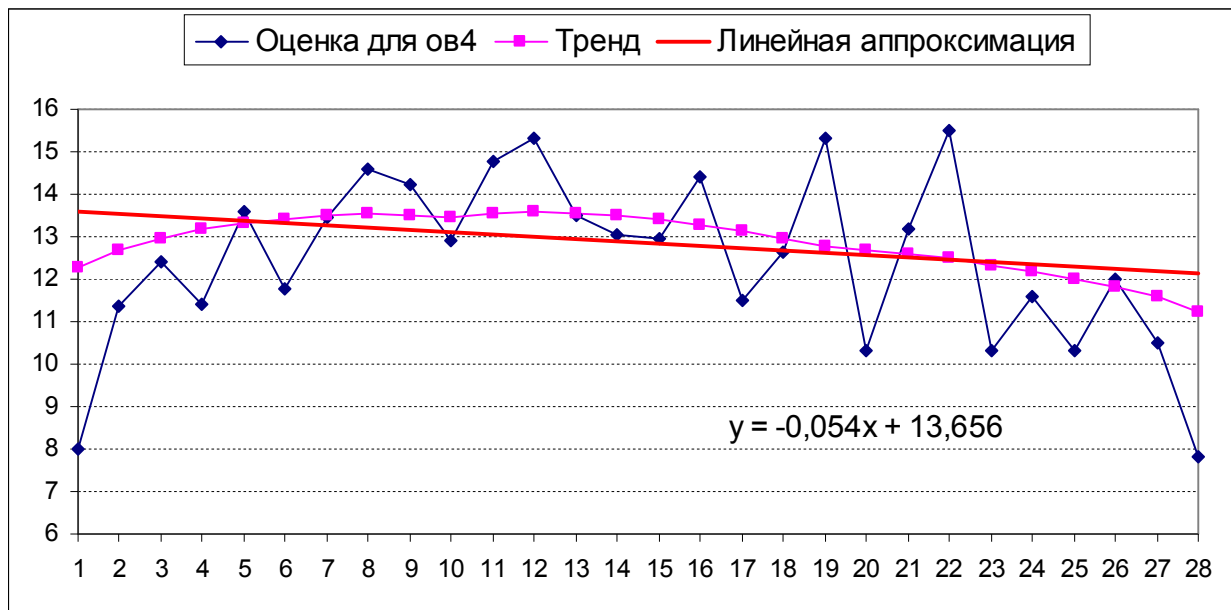


Рис. 6. Оценка эффективности ОВ4

При организации дистанционного образования получение оценок эффективности обучающих воздействий может быть реализовано с помощью э-метрик [6].

Это позволит произвести рациональное распределение обучающих воздействий в течение периода изучения курса и увеличить значение усвоения материала  $\phi$  в конце периода.

### Выводы исследования и перспективы дальнейших исследований в данном направлении

Предложенный метод позволяет сравнивать эффективность обучающих воздействий для ССПР и повысить качество принимаемых решений при долговременном и оперативном управлении РАОС.

Дальнейшие исследования в данном направлении связаны с интегрированием модуля, реализующего описанный метод исследования временных рядов в сайт дистанционного образования для рационализации распределения обучающих воздействий во времени.

Наряду с этим можно использовать в э-метриках коэффициент усвоения материала  $\phi$ , что позволит повысить эффективность образовательного сайта.

### Список литературы

1. Иродов М.И., Разумов С.В. Создание системы управления качеством подготовки специалистов в вузе // Унив. упр.: практика и анализ. – 2003. – № 2. – С. 90-95. – (Конф. ЮНЕСКО).
2. Костенко К.И., Некрасов С.Д. Моделирование информационной системы оценки качества образования // Унив. упр.: практика и анализ. – 2003. – № 3. – С. 77-83. – Библиогр.: с. 83.
3. Оре О. Графы и их применение. – М.: Мир, 1965. – 174 с.
4. Михеев В.И. Моделирование и методы теории измерений в педагогике. – М.: ВШ, 1987. – 200 с.
5. Голяндина Н.Э., Некруткин В.В., Степанов Д.В. Варианты метода «Гусеница»-SSA для анализа многомерных временных рядов // Труды II Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'03, Москва, 29-31 января 2003. – М.: Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН. – 2003. – С. 2139-2168.
6. Уайт Эндрю, Джива Камаль Эрик. Статистические методы работы с электронными документами в библиотечной сфере, или Э-метрики. – М.: Омега-Л, 2006. – 395 с.

Поступила в редколлегию 8.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.П. Авраменко, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.