

УДК 681.324

О.В. Барабаш

Національна академія оборони України, Київ

АЛГОРИТМ ВИЗНАЧЕННЯ АПОСТЕРІОРНИХ ЙМОВІРНОСТЕЙ СПРАВНОГО СТАНУ ВУЗЛІВ КОМУТАЦІЇ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Розглядається обробка результатів тестових перевірок, отриманих при виконанні самодіагностування вузлів інформаційної системи за принципом блукаючого діагностичного ядра. По розрахованій ймовірності справно стану кожного вузла приймається рішення про його технічний стан. Пропонується алгоритм аналізу результатів перевірок на основі випадкового діагностичного графа.

вузол комутації, інформаційна система, апостеріорна ймовірність

Вступ

З появою розподілених інформаційних систем виникла проблема постійного відстеження технічного стану й коректності роботи їх вузлів комутації та ліній зв'язку. Для вирішення цієї проблеми свого часу було розроблено значну кількість технічних рішень, серед яких перспективною виявилась ідея здійснення самодіагностування окремих вузлів системи іншими. Особливої актуальності ці питання набувають в умовах тривалої автономної роботи інформаційно-керуючих систем, коли звичайні засоби контролю та усунення несправностей є недоцільними або неможливими.

Самодіагностуванням називається процес визначення відмовної ситуації в системі шляхом узагальнення результатів взаємних перевірок вузлів комутації. Самодіагностування складається з декількох процедур: виконання перевірок та накопичення діагностичної інформації в кожному вузлі системи, визначення достатності діагностичної інформації, знаходження апостеріорних ймовірностей справно стану вузлів, прийняття рішення про справний чи несправний стан окремих вузлів.

Вперше ідея самодіагностування була запропонована в роботі Ф. Препарата [1]. У подальшому метод самодіагностування одержав розвиток у роботах П.П. Пархоменка, Є.С. Согомояна, А.Є. Коваленка, В.А. Гуляєва, В.А. Машкова, а також Т. Барсі, Дж. Рассела, К. Кіма та інших. У даних роботах дослідження проводилися в напрямку розвитку діагностичних моделей та удосконалення методів діагностування з централізованим і розподіленим діагностичними ядрами, при яких повинен реалізо-

уватися заданий набір тестових перевірок. У залежності від послідовності виконання перевірок загальний метод поділяється на два види: послідовне і паралельне самодіагностування. Найбільшого поширення набуло паралельне самодіагностування з розподіленим діагностичним ядром [1,2]. В роботі [3] вперше було запропоновано самодіагностування з блукаючим діагностичним ядром при якому перевірки вузлів виконуються випадковим чином.

Актуальність розробки методики самодіагностування з блукаючим діагностичним ядром обумовлена необхідністю підвищення достовірності діагностування і необхідністю виконання фонових діагностування в процесі виконання інформаційною системою основних задач.

Метою даної статті є розробка алгоритму визначення апостеріорних ймовірностей справно стану вузлів комутації інформаційної системи при самодіагностуванні на основі гнучких, випадкових структур перевірочних зв'язків.

Постановка завдання. При виконанні самодіагностування результати перевірок накопичуються в вузлах згідно способу умовної передачі [3]. Вважається, що прийнята система оцінювання Препарата [1], за якою результат перевірки має значення 0 при позитивному результаті, 1 – при негативному та випадковій величині $X \in (0,1)$ з ймовірністю 0,5, якщо перевірку виконував несправний вузол. Множина результатів перевірок отримала назву синдрому R_ϕ . Необхідно визначити апостеріорні ймовірності справно стану кожного вузла з урахуванням отриманого синдрому R_ϕ для прийняття рішення щодо технічного стану вузлів.

Результати досліджень

Суть методики визначення апостеріорних ймовірностей розглянемо на простому прикладі.

Приклад 1. Припустимо, що система має два вузли комутації v_1 і v_2 . Відомо, що апіорно з ймовірністю p_1 і p_2 , відповідно, вони знаходяться в справному стані, а з ймовірністю $q_i=1-p_i$, $i=1,2$, – в несправному стані. В результаті діагностування виконана одна перевірка t_{12} , результат перевірки $r_{12}=0$ (рис. 1).

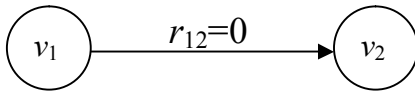


Рис.1. Елементарна перевірка з позитивним результатом

До виконання перевірки в системі можливі такі гіпотези: H_1 – v_1 і v_2 справні; H_2 – v_1 несправний, v_2 справний; H_3 – v_1 справний, v_2 несправний; H_4 – v_1, v_2 несправні, ймовірність яких має такі значення:

$$P(H_1)=p_1p_2; P(H_2)=q_1p_2; P(H_3)=p_1q_2; P(H_4)=q_1q_2.$$

Оскільки гіпотези H_1, \dots, H_4 утворюють повну групу подій, то сума їх ймовірності рівна 1:

$$\sum_{i=1}^4 P(H_i) = 1.$$

Позначимо через A подію, що полягає в тому, що в системі виконана перевірка t_{12} та її результат $r_{12}=0$. Виходячи з системи оцінювання Препарату [1], можна визначити умовну ймовірність появи події A за умови прийняття гіпотези H_i , $i = \overline{1,4}$:

$$P(A/H_1)=1; P(A/H_2)=p_r; P(A/H_3)=0; P(A/H_4)=p_r,$$

де $p_r=0,5$ – ймовірність отримання нульового результату перевірки, виконаної несправним вузлом.

За формулою повної ймовірності обчислимо ймовірність події A :

$$P(A) = \sum_{i=1}^4 P(H_i) \cdot P(A/H_i) = p_1p_2 + p_rq_1p_2 + p_rq_1q_2 = p_1p_2 + p_rq_1. \tag{1}$$

На підставі теореми Байеса можна визначити умовну ймовірність прийняття гіпотез H_i за умови виконання події A :

$$\begin{aligned} P(H_1/A) &= \frac{P(H_1) \cdot P(A/H_1)}{P(A)} = \frac{p_1p_2}{p_1p_2 + q_1p_r}; \\ P(H_3/A) &= \frac{P(H_3) \cdot P(A/H_3)}{P(A)} = \frac{p_1q_2 \cdot 0}{p_1p_2 + q_1p_r} = 0; \\ P(H_2/A) &= \frac{P(H_2) \cdot P(A/H_2)}{P(A)} = \frac{q_1p_2p_r}{p_1p_2 + q_1p_r}; \\ P(H_4/A) &= \frac{P(H_4) \cdot P(A/H_4)}{P(A)} = \frac{q_1q_2p_r}{p_1p_2 + q_1p_r}. \end{aligned} \tag{2}$$

Вузол v_2 може бути визнаний справним при ухваленні гіпотези H_1 або H_2 , які є незалежними, що дає можливість застосування теореми складання

ймовірностей. Апостеріорна ймовірність справного стану v_2 , з урахуванням виконання події A :

$$p_2^* = P(H_1/A) + P(H_2/A) = \frac{p_1p_2 + q_1p_2p_r}{p_1p_2 + q_1p_r}. \tag{3}$$

Якщо прийняти, що апіорні ймовірності справного стану вузлів v_1 та v_2 однакові і дорівнюють $p_1 = p_2 = 0,8$, то апостеріорна ймовірність $p_2^* = 0,973$. За формулою (3) побудована залежність $p_2^* = f(p_2)$ (рис. 2, крива $P_a(p)$). Аналіз даної залежності показує, що виконання однієї перевірки з результатом 0 підвищує ймовірність справного стану вузлів.

З розрахунків, зведених до табл. 1, обчислюється апостеріорна ймовірність справного стану v_2 :

$$p_2^* = p(H_1/A) + p(H_2/A) = 0,308. \tag{4}$$

Таблиця 1

Розрахунок апостеріорної ймовірності справного стану v_2 при $R\phi = \{r_{12} = 1\}$ і $p_1 = p_2 = 0,8$

$p(H_i)$	$p(A/H_i)$	$p(H_i/A)$
$p(H_1) = p_1 \cdot p_2$	$p(A/H_1) = 0$	$p(H_1/A) = \frac{p_1 \cdot p_2 \cdot 0}{q_1 \cdot p_r + p_1 \cdot q_2} = 0$
$p(H_2) = q_1 \cdot p_2$	$p(A/H_2) = p_r$	$p(H_2/A) = \frac{q_1 \cdot p_2 \cdot p_r}{q_1 \cdot p_r + p_1 \cdot q_2} = 0,308$
$p(H_3) = p_1 \cdot q_2$	$p(A/H_3) = 1$	$p(H_3/A) = \frac{p_1 \cdot q_2 \cdot 1}{q_1 \cdot p_r + p_1 \cdot q_2} = 0,615$
$p(H_4) = q_1 \cdot q_2$	$p(A/H_4) = p_r$	$p(H_4/A) = \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot p_r}{q_1 \cdot p_r + p_1 \cdot q_2} = 0,077$

Аналіз результатів розрахунків (табл. 1) показує, що виконання перевірки з результатом 1 знижує апостеріорну ймовірність. За формулою (4.51) побудована залежність $p_2^* = f(p_2)$ (рис. 2, крива $P_b(p)$). Аналіз даної залежності показує, що виконання однієї перевірки з результатом $r_{ij}=1$ знижує ймовірність справного стану вузлів.

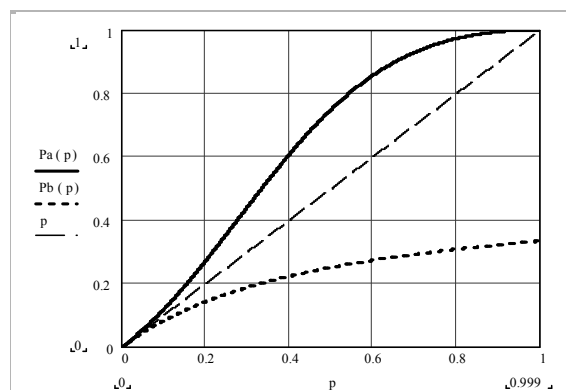


Рис. 2. Залежність апостеріорної ймовірності p_2^* від апіорної ймовірності справного стану p при $r_{ij}=0$ (крива $P_a(p)$) та при $r_{ij}=1$ (крива $P_b(p)$)

Приклад 2. Припустимо, що на деякий момент часу при діагностуванні системи з $N = 6$ вузлів, виконані перевірки, які створили діагностичний граф (рис. 3). Результати перевірок виділені кольором ребер на графі. Априорна ймовірність справного стану вузлів $p_i = p$, $q_i = 1 - p$, $i = \overline{1,6}$. Використовуючи байєсівське оцінювання одержимо апостеріорну ймовірність справного стану вузлів.

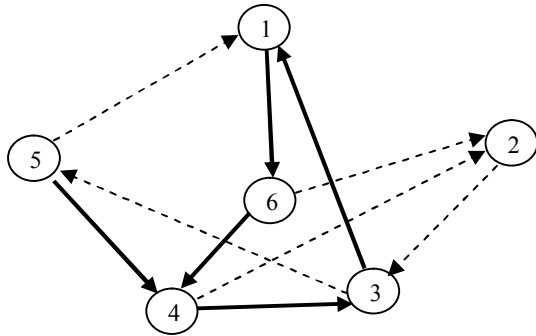


Рис. 3. Поточна структура перевірочних зв'язків

Припустимо, що в системі було виконано 10 перевірок, і один з вузлів накопичив таку діагностичну інформацію:

$$R_{\Phi} = \left\{ \begin{array}{l} r_{16} = 0, r_{23} = 1, r_{31} = 0, r_{35} = 1, r_{42} = 1, \\ r_{43} = 0, r_{51} = 1, r_{54} = 0, r_{62} = 1, r_{64} = 0 \end{array} \right\}$$

Матриця синдрому має вигляд:

$$R_{\Phi} = \begin{pmatrix} - & - & - & - & - & 0 \\ - & - & 1 & - & - & - \\ 0 & - & - & - & 1 & - \\ - & 1 & 0 & - & - & - \\ 1 & - & - & - & 0 & - \\ - & 1 & - & 0 & - & - \end{pmatrix}. \quad (5)$$

З урахуванням одержаного синдрому R_{Φ} можливі тільки три гіпотези. Їх априорна ймовірність $p(H_i)$ та умовні ймовірності $p(A/H_i)$ отримання R_{Φ} при ухваленні гіпотези H_i :

$$\begin{aligned} p(H_1) &= p_1 \cdot q_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot q_5 \cdot p_6 = p^4 \cdot q^2; \\ p(H_2) &= q_1 \cdot p_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot q_5 \cdot q_6 = p \cdot q^5; \\ p(H_3) &= q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 \cdot q_5 \cdot q_6 = q^6; \end{aligned} \quad (6)$$

де $p_r = 0,5$ – ймовірність отримання результату перевірки, виконаної несправним вузлом, згідно системі оцінювання [1]; p_i – ймовірність справного стану вузла v_i .

Оскільки інші $(2^6 - 3)$ гіпотез, які доповнюють вищевказані до повної групи подій, мають $p(A/H_i) = 0$, то їх можна не враховувати. Повна ймовірність події A – отримання R_{Φ} :

$$\begin{aligned} p(A) &= \sum_{i=1}^3 p(H_i) \cdot p(A/H_i) = \\ &= p^4 \cdot q^2 \cdot p_r^3 + p \cdot q^5 \cdot p_r^9 + q^6 \cdot p_r^{10}. \end{aligned} \quad (7)$$

Апостеріорні ймовірності прийняття гіпотез:

$$\begin{aligned} p(H_1/A) &= \frac{p^4 \cdot q^2 \cdot p_r^3}{p(A)}; \\ p(H_2/A) &= \frac{p \cdot q^5 \cdot p_r^9}{p(A)}; \\ p(H_3/A) &= \frac{q^6 \cdot p_r^{10}}{p(A)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Апостеріорні ймовірності справного стану вузлів:

$$p_1^* = p_3^* = p_4^* = p_6^* = p(H_1/A); \quad p_2^* = p(H_2/A); \quad p_5^* = 0. \quad (9)$$

На підставі виразів (6) – (9) побудовані графіки залежностей p_i^* від p для $i=1, 2, 5$ (рис. 4).

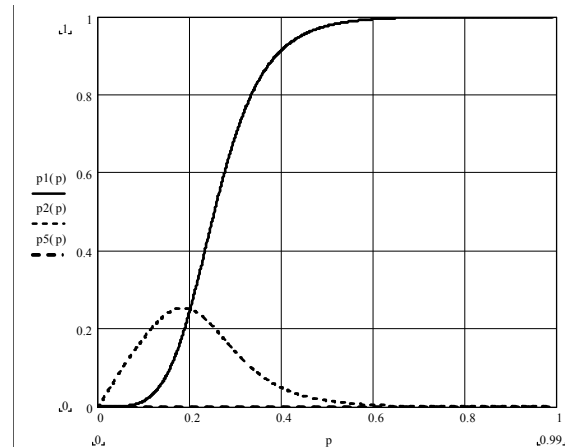


Рис. 4. Графіки залежностей апостеріорних ймовірностей справного стану вузлів для діагностичного графа (рис. 3)

Числові значення p_i^* для $p=0,8$:

$$\begin{aligned} p_1^* = p_3^* = p_4^* = p_6^* &= 0,99951; \quad p_2^* = 0,00024; \\ p_5^* &= 0; \quad p_5^* = 0. \end{aligned}$$

Аналіз отриманих значень дозволяє зробити висновок, що справними є вузли v_1, v_3, v_4, v_6 , а несправними v_2, v_5 . Таким чином, по знайденій апостеріорній ймовірності можна робити висновок про справність або несправність вузлів тієї або іншої підмножини [4]. Слід зазначити, що, взагалі, виконані перевірки не можуть змінити (підвищити або знизити) надійність вузла (ймовірність справного стану). Тому дана ймовірність має сенс достовірності прийняття рішення, за яким можна судити про справність вузла.

Оцінюючи кількісні значення p_i^* можна зробити такі висновки.

1. Чим вища априорна ймовірність справного стану вузла, тим вища його апостеріорна ймовірність, і навпаки.

2. Найбільш підвищує апостеріорну ймовірність справного стану вузлів циклічна структура, в якій вузли утворюють замкнутий контур з нульовими результатами перевірок. Наявність такого замкнутого контуру в поточній структурі дає можливість з достовірністю 0,9998 (при $p = 0,8$ і $N = 3$)

стверджувати, що всі вузли в замкнутому "нульовому" контурі справні.

3. У структурах з "нульовими" перевірками збільшення числа перевіряючих вузлів приводить до помітного підвищення ймовірності p_i^* справних вузлів. В структурах з "одичними" перевірками це приводить до пониження значення p_i^* несправних вузлів. Це дозволяє підвищити достовірність прийняття тієї або іншої відмовної ситуації.

4. Розрахунок значень p_i^* по розробленій методиці дає можливість оцінювати достовірність діагностування.

На підставі викладеної методики розроблений алгоритм визначення p_i^* для поточних структур перевірок зв'язків.

Особливістю даного алгоритму є використання ідеї відсікання невірних гіпотез в процесі визначення ймовірності $p(A/H_i)$ з метою скорочення трудомісткості алгоритму, яка дорівнює $O(2^N)$, де N – число вузлів системи.

Алгоритм визначення апостеріорної ймовірності справного стану вузлів на основі одержаного Rф.

Позначення в алгоритмі: N – число вузлів системи, M – число виконаних перевірок в системі $m = \overline{1, M}$; K – число перспективних гіпотез $k = \overline{1, K}$; $S = \{s_n\}$, $s_n = 0 \vee 1$ – булевий вектор, що позначає поточну гіпотезу: $s_n = 0$ – справний стан v_n , $s_n = 1$ – несправний стан v_n ; $H = \{H_{kn}\}$ – матриця перспективних гіпотез, для яких $p(A/H_k) \neq 0$; $p_r = 0,5$ – ймовірність правильного результату перевірки, виконаної несправним вузлом.

Крок 0. Згенерувати нульову гіпотезу $S = \{0, 0, \dots, 0\}$. Якщо, $\sum_{i,j} r_{ij} = 0$ то всі вузли справні,

перейти до кроку 10. Інакше – перейти до кроку 1.

Крок 1. Згенерувати чергову гіпотезу S шляхом інкрементації двійкового числа: $S_{(2)} := S_{(2)} + 1$.

Крок 2. Визначення $p(A/S)$. Привласнити $m := 0$; $p(A/S) := 1$.

Крок 3. Привласнити $m := m + 1$. Проаналізувати m -тий результат перевірки $r_{ij} \in R_{\phi}$. Поки $m \leq M$ для індексів i та j виконати крок 4.

Крок 4. Якщо $(s_i = 1)$, то $p(A/S) := p(A/S) \cdot p_r$ і перейти до кроку 3. Якщо $[(s_i = 0) \& (s_j = 0) \& (r_{ij} = 0)]$, то $p(A/S) := p(A/S) \cdot 1$ і перейти до кроку 3. Якщо $[(s_i = 0) \& (s_j = 1) \& (r_{ij} = 0)]$, то перейти до кроку 1. Якщо $[(s_i = 0) \& (s_j = 0) \& (r_{ij} = 1)]$, то перейти до кроку 1. Якщо $[(s_i = 0) \& (s_j = 1) \& (r_{ij} = 1)]$, то $p(A/S) := p(A/S) \cdot 1$ і перейти до кроку 3.

Крок 5. Привласнити $k := k + 1$. Запам'ятати перспективну гіпотезу $H(k, n) := S$. Запам'ятати її умовну

ймовірність $p(A/H_k) := p(A/S)$. Обчислити $p(H_k)$: $p(H_k) := 1$. Для $n = \overline{1, N}$ виконати

$$p(H_k) := p(H_k) \cdot p^{(s_n + 1) \bmod 2} \cdot q^{s_n}.$$

Крок 6. Якщо $S = \{1, 1, \dots, 1\}$, то перейти до кроку 7, інакше – до кроку 1.

Крок 7. Визначення $p(A)$. Привласнити $p(A) := 0$; $K := k$. Для $k = \overline{1, K}$: $p(A) := p(A) + p(H_k) \cdot p(A/H_k)$.

Крок 8. Визначення $p(H_k/A)$. Для $k = \overline{1, K}$: $p(H_k/A) := p(H_k) \cdot p(A/H_k) / p(A)$.

Крок 9. Визначення p_i^* . Для $i = \overline{1, N}$ виконати: $p_i^* := 0$, для $k = \overline{1, K}$ виконати: Якщо $H(k, i) = 0$, то $p_i^* := p_i^* + p(H_k/A)$.

Крок 10. Виведення p_i^* . Кінець алгоритму.

Таким чином, внаслідок виконання алгоритму, визначається апостеріорна ймовірність справного стану кожного вузла системи. Після цього, на підставі знайденої ймовірності, необхідно визначити, яка з підмножин вузлів є підмножиною справних вузлів, а яка – підмножиною несправних.

Висновки. У статті запропоновано алгоритм визначення апостеріорних ймовірностей справного стану вузлів інформаційної системи в процесі виконання самодіагностування на основі випадкового діагностичного графа. Алгоритм заснований на байєсівському оцінюванні, що гарантує його збіжність. Трудомісткість алгоритму складає $O(2^N)$, де N – число вузлів системи. Це накладає обмеження по обчислювальній продуктивності на використання алгоритму. Перевагою запропонованого алгоритму є можливість виконання самодіагностування із достовірністю не нижче заданої, що обумовлено постійним відстеженням структури перевірок зв'язків і поточного синдрому.

Список літератури

1. Preperata F.P., Metzger G., Chien H.T. On the connection assignment problem of diagnosable systems // *IEEE Trans. Electron. Comput.* – 1967. – EC-16, № 12. – P. 848–854.
2. Коваленко А.Е., Гула В.В. Отказоустойчивые микропроцессорные системы. – К.: Техніка, 1986. – 150 с.
3. Машков В.А., Барабаш О.В. Организация самоконтроля многомодульных систем на основе оптимальных структур проверочных связей // *Электронное моделирование.* – 1995. – № 3, т 17. – С. 68–75.
4. Барабаш О.В., Построение функционально устойчивых распределенных информационных систем. – К.: НАОУ, 2004. – 226 с.

Надійшла до редколегії 5.03.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Машков, Національна академія оборони України, Київ.