УДК 681.3

А.П. Волобуев, М.Ю. Яковлев

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба

К ВОПРОСУ О СВЯЗАННОСТИ ПРОСТРАНСТВА ФАКТОРОВ, СОПУТСТВУЮЩИХ ИЗМЕРЕНИЯМ НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

В статье проводятся исследование локальных свойств меры точности и анализ связанности пространства факторов, сопутствующих измерениям навигационных параметров.

навигация, навигационные параметры, летательные аппараты, мера точности, связанность пространства факторов, квазисвязанность, метрическая транзитивность

Введение

Постановка проблемы. При решении задач безопасности навигации летательных аппаратов возникает проблема оценивания измеренных значений навигационных параметров с учетом динамики нормированной меры точности. Её разрешение не возможно без детального исследования локальных свойств меры и анализа связанности пространства факторов, сопутствующих измерениям.

Анализ публикаций. В известных подходах к оцениванию измеренных значений навигационных параметров [1 – 6] связанность пространства факторов, сопутствующих измерениям, считается сама собой разумеющейся и даже не оговаривается как при разработке математического аппарата, так и при выработке рекомендаций по выбору стандартов оценивания. Гипотетическое представление о связанности пространства сопутствующих факторов довольно часто сталкивается с явным физическим несоответствием. Так, например, сопутствующий измерениям фактор с физической точки зрения может быть представлен как дискретная группа, каждый элемент которой обладает строго индивидуальными свойствами [2, 4]. Поэтому, при формировании математического понятия, такую группу целесообразно наделить свойством, удовлетворяющем первой аксиоме отделимости [7]. Однако в навигации такой факт полностью игнорируется, а группа считается определенной на непрерывном топологическом пространстве, что, снижает степень корректности решаемых задач. Следовательно, очевидна объективная необходимость в устранении данной некорректности и в иллюстрации того, что при некоторых дополнительных условиях отказ от применения первой аксиомы отделимости и использование представления о группе как непрерывной может иметь место.

Цель статьи. Исследовать локальные свойства меры точности и провести анализ связанности пространства факторов, сопутствующих измерениям навигационных параметров.

Основной материал

Пусть в процессе управления летательным аппаратом по заданной траектории выполнен ряд измерений навигационного параметра X с мерой точности, равной:

$$M = \theta_1 M_1 + \theta_2 M_2 , \qquad (1)$$

где M_1, M_2 – меры точности, обладающие свойствами инвариантности и транзитивности по множеству факторов Φ, сопутствующих измерениям при $\phi_i \in \Phi, i = \overline{1, I}$; θ_1, θ_2 – существенно положительные числа, сумма которых равна единице.

Для простоты дальнейших рассуждений выделим из множества Φ фактор $\phi_j \in \Phi_j$, $j \in I$, не обладающий свойством связанности и имеющий одну особую точку на $\Phi_j \subset \Phi$, которая делит множество Φ на два множества, удовлетворяющих первой аксиоме отделимости. Примем, что данный фактор удовлетворяет следующим условиям [7]:

$$\begin{aligned} M_1(t) &= \int_{\phi_1} M_1(\phi_1, t) d\phi_1 ; \\ M_2(t) &= \int_{\phi_2} M_2(\phi_2, t) d\phi_2 , \end{aligned} \qquad (2)$$

где $M_1(t) \in M_1$, $M_2(t) \in M_2$ – множества мер точности, определенных над соответствующими множествами сопутствующих факторов Φ_1, Φ_2.

Отсутствие общей точки между Φ_1 и Φ_2 позволяет описывать динамику мер точности $M_1(t)$ и $M_2(t)$ с единых позиций. В качестве общего, объединяющего принципа, который может быть положен в основу исследования динамики мер точности, примем тот факт, что эта динамика подчиняется процессу рождения и гибели, искаженному стохастическими вариациями, возникающими за счет эмпирического определения меры точности [9]. Опираясь на этот факт, модель динамики мер точности над множествами Φ_1 и Φ_2, соответственно, запишем в виде:

$$\begin{cases} \dfrac{dM_1}{dt} = \left(\dfrac{dM_1}{dt}\right)_p + \left(\dfrac{dM_1}{dt}\right)_y + \left(\dfrac{dM_1}{dt}\right)_c ; \\ \dfrac{dM_2}{dt} = \left(\dfrac{dM_2}{dt}\right)_p + \left(\dfrac{dM_2}{dt}\right)_y + \left(\dfrac{dM_2}{dt}\right)_c , \end{cases} \qquad (3)$$

где $\left(\dfrac{dM_к}{dt}\right)_p, \left(\dfrac{dM_к}{dt}\right)_y, \left(\dfrac{dM_к}{dt}\right)_c$ – скорости движения мер точности по своим орбитам в процессе их увеличения, уменьшения и случайного изменения при эмпирическом определении, соответственно $к = \overline{1,2}$.

Наличие особой точки на Φ_j не позволяет рассматривать систему (3) как единую динамическую, поскольку эволюция мер точности над Φ_1 и Φ_2 осуществляется независимо друг от друга. Но, если ввести дополнительное условие совместимости, эту трудность можно исключить. Таким дополнительным условием может служить некоторая структура связи, исключающая влияние особой точки на Φ_j, так, что между подмножествами Φ_1 и Φ_2 появляется хотя бы одна общая искусственно внесенная точка. Множество Φ_j с искусственно внесенной точкой уже не является несвязанным, а вполне может быть отнесено к классу квазисвязанных [7]. Поэтому дальнейшие рассуждения направим на поиск возможности использования структуры связи и интерпретацию ее действия.

Для поиска возможности использования и интерпретирования структуры связи примем, что изменение фактора $\phi_2 \in \Phi_2$ способствует сохранению приемлемой для решения навигационных задач меры точности, а изменение фактора $\phi_1 \in \Phi_1$ приводит к повышению меры точности до установленного уровня. В этих предположениях выберем наиболее простую структуру связи, имеющую вид функции $S(\phi_1, \phi_2)$, определенной на $S \in [0,1]$. Такая структура связи, как $S(\phi_1, \phi_2)$ обеспечивает, во-первых, стационарность движения меры точности по своей орбите, а во-вторых, выделение условий, при которых динамика меры будет свидетельствовать о связанности пространства Φ_j.

Поэтому обратимся к искажениям процессов рождения и гибели, условившись относительно их характера. В навигации летательных аппаратов общепринято, что погрешности наблюдений и, в том числе погрешности в определении мер точности, носят Марковский характер [4 – 6]. Опираясь на эту гипотезу, и, представляя стохастические составляющие в равенствах (3) приближением Фоккера-Планка [8] при постоянстве средних смещений, получим модель динамики мер точности над множеством Φ_j, отнесенным к классу квазисвязанных:

$$\begin{cases} \dfrac{dM_1}{dt} = \alpha M_1 - \theta_1 + \varphi_1 \dfrac{d^2 M_1}{d\phi_1^2}; \\ \dfrac{dM_2}{dt} = -\beta M_2 + \theta_2 + \varphi_2 \dfrac{d^2 M_2}{d\phi_2^2}, \end{cases} \qquad (4)$$

где α, β – постоянные динамики мер точности без учета стохастичности; φ_1, φ_2 – среднеквадратические смещения приближений Фокерра-Планка; θ_1, θ_2 – функционалы, определяемые из соотношений:

$$\theta_1 = \gamma_1 M_1 \int S(\phi_1, \phi_2) M_2(\phi_2, t) d\phi_2\ ; \qquad (5)$$

$$\theta_2 = \gamma_2 M_2 \int S(\phi_1, \phi_2) M_1(\phi_1, t) d\phi_1\ , \qquad (6)$$

γ_1, γ_2 – скорости, с которыми над множествами Φ_1 и Φ_2 мера достигает установленного уровня.

В модели (4) приведено формальное отождествление факторов на множества Φ_1 и Φ_2, что не противоречит физическому смыслу задачи, поскольку они имеют единую физическую природу. Условия, с которыми система (4) при отождествлении факторов имеет стационарный режим, и которые должны быть взяты за основу принятия окончательного решения относительно квазисвязанности пространства Φ_j, будут иметь следующий вид:

$$M_1(\phi_1) = M_2(\phi_2)\ . \qquad (7)$$

Выражение (7) по определению меры может существовать лишь при $\phi_j \in \Phi_j; \phi_j \subset \Phi$, что дает право на окончательный вывод о квазисвязанности выделенного из пространства Φ множества Φ_j.

В данном случае проинтерпретировать действие структуры связи $S(\phi_1, \phi_2)$ можно, если в рассуждениях опираться на элементы теории измерений [10]. Метрическая транзитивность топологии и измеримость по Лебегу для множества Φ_j дает право на определение такого множества, как эмпирической структуры с отношением [7], на котором устанавливается гомоморфное соответствие между слабым порядком и числовой структурой с отношением. В свою очередь, эмпирическую структуру с отношением можно классифицировать, как структуру бинарной принадлежности. Следовательно, структура связи $S(\phi_1, \phi_2)$, вводимая в систему, обеспечивает при метрической транзитивности топологии и измеримости по Лебегу на пространстве Φ симметричность соотношения слабого порядка и его транзитивность, что в конечном итоге дает отношение эквивалентности. Структура связи $S(\phi_1, \phi_2)$ может внести свойство квазисвязанности, если на выделенном подпространстве Φ_j соблюдаются условия метрической транзитивности топологии и измеримости по Лебегу. Квазисвязанность, а следовательно, и связанность пространства, обеспечивает инвариантность и транзитивность меры точности, не требуя дополнительного условия эргодичности орбит на нем, сопутствующих измерениям факторов, и исключает необходимость использовать в практике оценивания инвариантного квазистандарта. Оценка точности навигационного параметра, измеренного для условий квазисвязанной группы сопутствующих факторов должна выполняться единой инвариантной и транзитивной мерой точности – стандартом.

Выводы

Таким образом, дальнейшее изучение локальных свойств меры точности и их корректное внедрение в практику навигации целесообразно вести в направлении упорядочивания системы взглядов на локальные свойства меры и конструирования структуры в виде метрологического пространства, отражающего основные свойства этой локальности.

Список литературы

1. Павлов А.М. Принципы организации бортовых вычислительных систем перспективных летательных аппаратов // Мир компьютерной автоматизации. – 2001. – № 4. – С. 25-35.

2. Канащенков А.И., Меркулов В.И. Авиационные системы радиоуправления: в 3-х т. // Радиотехника. – М., 2003. – Т. 2. – 390 с.

3. Анцев Г.В. и др. Принципы построения бортовых информационно-управляющих систем высокоточного оружия нового поколения // Радиотехника. – 2001. – № 8. – С. 81-86.

4. Ярлыков М.С., Болдин В.А., Богачев А.С. Авиационные радионавигационные устройства и системы. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1980. – 383 с.

5. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / В.С. Шебшаевич, П.П. Дмитриев и др.; Под ред. В.С. Шебшаевича. – М.: Радио и связь, 1993. – 408 с.

6. Одинцов В.А. Радионавигация летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1968. – 405 с.

7. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1972. – 496 с.

8. Гринберг С.И. Прикладная математика. Теория вероятностей: Учебное пособие / Под ред. И.В. Сухаревского. – Х.: ВИРТА, 1986. – 243 с.

9. Иванова И.Л., Гринберг С.И. Прикладная математика: Лекции по теории случайных процессов. – Х.: ВИРТА, 1992. – 56 с.

10. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 302 с.

Поступила в редколлегию 6.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.В. Худов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.