УДК 004.05 + 004.415.5

В.Л. Петрик

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

СЖИМАЮЩЕЕ СЕМАНТИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ

Показаны проблемы метода оценки семантической корректности ПО ИУС, связанные со значительными ресурсными затратами. Предложен метод эффективного представления семантической информации, основанный на использовании сжимающего семантического отображения. Доказана возможность построения сжимающего отображения ограниченной области семантического пространства в упорядоченное множество семантических дескрипторов. Сформулированы необходимые условия изоморфизма. Исследованы свойства разработанного отображения. Показана возможность использования семантических дескрипторов для вычисления физической размерности результата.

информационно-управляющие системы, сжимающее семантическое отображение

Введение

Современные информационно-управляющие системы (ИУС) реального времени характеризуются функционально распределенной архитектурой. Основным средством реализации функций обработки информации и управления в ИУС является программное обеспечение (ПО), объем которого нередко измеряется миллионами строк, что значительно повышает уровень требований к его надежности. Достижение необходимой надежности ПО обеспечивается не только верификацией и валидацией разработчиком, но и независимой верификацией при экспертизе ПО в сертификационных центрах (СЦ). Значительный объем вынуждает использовать формальные методы для оценки корректности ПО ИУС критического применения.

Постановка задачи. Известен метод экспертизы ПО, основанный на анализе преобразований размерностей [1, 2], позволяющий посредством статического анализа (СА) идентифицировать до 90% ПД определенных классов. Существенным недостатком метода являются значительные накладные расходы, связанные с подготовкой ПО к экспертизе. Для каждой переменной требуется указать физическую размерность – семантику в некоторой системе единиц (СЕ). Представление семантической информации, как семантических векторов (СВ), требует многократного увеличения объема исходных данных, необходимых для проведения экспертизы, по сравнению с обычным тестом. В [3] было показано, что выбор СЕ влияет не только на ресурсоемкость, но и на достоверность экспертизы. Наиболее достоверной является СИ, применение которой требует использования общего объема дополнительных данных и операций, связанных с контролем семантической корректности, на порядок превышающего объем исходных данных и операций. Это вынуждает для экспертизы ПО ИУС использовать значительные вычислительные мощности. Таким образом, существует проблема реализации формальной верификации ПО в условиях ресурсных ограничений СЦ.

Одно из возможных решений заключается в разработке и использовании компактного представления семантической информации. Для этого требуется доказательство существования специального сжимающего семантического отображения (ССО), исследование его свойств, а также исследование свойств самих объектов – носителей семантической информации. Решению данных задач и посвящена данная работа.

Возможность существования отображения

Докажем возможность построения ССО n-мерного семантического пространства (СП) на упорядоченное множество скалярных числовых элементов, называемых далее *семантическими дескрипторами* (СД):

$$S : P \rightarrow D, \qquad (1)$$

где S – сжимающее отображение; P – СП; D = $\{D_i\}$ – упорядоченное множество СД.

Пусть СП P представлено декартовым произведением: $X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n = Q$, тогда

$$S : \{X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n\} \rightarrow = \{D_i\} ,$$

где $X_1, X_2, \cdots X_n$ – основные единицы выбранной системы единиц [4].

Отображение S множества $\{Q_i\}$ во множество $\{D_i\}$ – соответствие, сопоставляющее каждому элементу $x \in Q$ элемент $S(x) \in D$ – СД, который является значением отображения S на элемент x. Таким образом, ССО существует, если мощность множества СД равна мощности множества элементов СП. Т.к. количество элементов СП и числовой оси совпадают, то возможно построение взаимно-однозначного отображения СП на ось.

Свойства сжимающего семантического отображения

Основная задача данного исследования – разработка и исследование свойств биективного отображения S, обеспечивающего такое взаимно однозначное соответствие элементов множеств Q и D, что каждому элементу множества Q отвечает один и только один элемент множества D, и наоборот. Напомним, что отображение S является биекцией, если оно одновременно является сюръекцией и инъекцией. Таким образом, искомое отображение S должно быть сюръективным и инъективным.

Искомое отображение S есть сюръекция, так как S(Q) = D. Для любых двух различимых элементов x_1 и x_2 из Q их образы $d_1 = S(x_1)$, $d_2 = S(x_2)$ должны быть различны, поэтому S является инъекцией, т.е.

$\forall\ x_1 \neq x_2$ и $x_1, x_2 \in Q\ \exists\ d_1 = S(x_1),\ d_2 = S(x_2),\ d_1 \neq d_2$.

Отображение S множества Q во множество D однозначно должно определяться множеством $\{(x,S(x)\rangle \in QxD\ |x \in Q\}$ $S{:}Q \rightarrow D$. Это множество и будет отображением S.

Если $\{X_1, X_2, \cdots X_n\}$ – множество основных единиц, то множеством Q всех кортежей $\langle d_1, d_2, \cdots d_n \rangle$, где $d_1 \in X_1, d_2 \in X_2, \cdots d_n \in X_n$ является декартово произведение $X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n = X^n$.

Необходимо обеспечить взаимно однозначное соответствие между множествами Q и D, для этого множества Q и D должны быть эквивалентными. Множество элементов Q счетно, т.к. его элементы можно биективно сопоставить с натуральными числами, т.е. элементы Q можно занумеровать. Множество D также счетно. Два конечных множества эквивалентны тогда и только тогда, когда число элементов у них одинаково.

Множество СД D является частично упорядоченным множеством. Действительно, пусть φ – некоторое бинарное отношение во множестве D, определяемое некоторым множеством $R_\varphi \subset D \times D$.

Отношение φ является частичной упорядоченностью, так как оно удовлетворяет условиям рефлексивности, транзитивности и антисимметричности. Запись $d_1 \le d_2$ означает, что пара $(d_1, d_2) \in R_\varphi$, при этом d_1 не превосходит d_2 или d_1 подчинен d_2.

Отображение S сохраняет порядок. Действительно, пусть Q и D два частично упорядоченных множества и пусть S есть отображение Q в D. Отображение S сохраняет порядок, т.к. из a ≤ b, где a,b ∈ Q следует, что S(a) ≤ S(b) в D.

Отображение S – изоморфизм частично упорядоченных множеств Q и D, т.к. оно биективно, а соотношение S(a) ≤ S(b) выполняется в том и только в том случае, когда a ≤ b. Таким образом, множества Q и D являются изоморфными между собой. Отношение изоморфизма S между частично упорядоченными множествами является отношением эквивалентности (оно симметрично, транзитивно и рефлексивно).

Отображение S семантического пространства Q будем называть сжимающим семантическим отображением (ССО) или сжатием, если существует такое число α < 1, что для любых двух элементов x,y ∈ Q выполняется неравенство $\rho(Ax,Ay) \le \alpha\rho(x,y)$.

Рассмотрим СО S, задаваемое уравнением

$$d = \sum_{j=1}^{n} a_j x_j + b\,, \tag{2}$$

где n – количество основных единиц выбранной СЕ.

Найдем условие, при котором ССО будет сжатием. Для пространства R_+^n метрика определяется следующим образом:

$$\rho(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2}\ .$$

На основании неравенства Коши-Буняковского

$$\rho^2(y', y'') = \left(\sum_j a_j (x_j' - x_j'') \right)^2 \le \left(\sum_j a_j^2 \right) \rho^2(x', x'')\ .$$

Отсюда условие сжимаемости

$$\sum_j a_j^2 \le \alpha \le 1\,. \tag{3}$$

Найдем ССО в виде (2).

Предположим, что существуют L_{maxj} – граничное максимальное по модулю значение j-ой координаты СВ, соответствующей одной из основных единиц выбранной системы, $L_{minj} \neq 0$ – граничное минимальное по модулю значение j-ой координаты СВ. Тогда координаты элементов, принадлежащих ограниченной области СП, могут быть определены как:

$$x_j \in [-L_{max\,j}; -L_{min\,j}] \cup 0 \cup [L_{min\,j}; L_{max\,j}]\,. \tag{4}$$

На основании того, что СД для безразмерной переменной d = S(0) = 0, имеем b = 0 для (2). Далее будем искать ССО в виде:

$$d = \sum_{j=1}^{n} a_j x_j\,. \tag{5}$$

Сформулируем необходимое условие (НУ) изоморфизма ССО для положительных x:

$$\forall j = \overline{1,n}\ \ a_j \cdot L_{min\,j} > \sum_{i=j+1}^{n} L_{max\,i} \cdot a_i\,. \tag{6}$$

В случае, когда *x* может принимать как положительные, так и отрицательные значения , необходимо выполнение более сильного НУ изоморфизма:

$$a_j \cdot L_{min\,j+1} > \sum_{i=j+2}^{n} L_{max\,i} a_i\,,\ \ \forall j = \overline{1,n}\,. \tag{7}$$

Полагаем, что $\sum_j a_j^2 \le 1$ и $\forall j = \overline{1,n}\ \ a_j > 0$.

Сжимающее отображение и свойства дескрипторов

Реализация ССО в условиях ограниченных вычислительных ресурсов требует ограничения мощности множества элементов СП. Анализ физических размерностей величин для нескольких СЕ позволил определить диапазоны основных единиц, представленные в табл. 1.

Ввиду того, что СИ обеспечивает наибольшую достоверность экспертизы ПО ИУС, исследуем возможность построения ССО для СИ. Примем порядок основных единиц, приведенный в табл. 2.

Таблица 1

Диапазоны основных единиц

Система единиц	L_{minj}	L_{maxj}
СИ	1	7
СГС	½	3
МКГСС	1	6

Таблица 2

Порядок основных единиц сжимающего отображения

№	Величина	Размерность	Наименование основной единицы	
			наименование	обозначение
1.	Длина	L	метр	м
2.	Масса	M	килограмм	кг
3.	Время	T	секунда	с
4.	Сила электрическоготока	I	Ампер	А
5.	Термодинамическая температура	Θ	Кельвин	К
6.	Сила света	J	кандела	Кд
7.	Количество вещества	–	моль	Моль
8.	Плоский угол	–	радиан	Рад
9.	Телесный угол	–	стерадиан	Ср

На основании необходимого условия изоморфизма ССО, выбранного порядка основных единиц, приведенного в табл. 2, и диапазона допустимых значений основных единиц, приведенного в табл. 1, определим значения коэффициентов ССО a_j. Значения искомых коэффициентов будем искать в двоичной форме. Старший, знаковый разряд, – нулевой. Значения каждого из последующих разрядов в два раза меньше предыдущего. Для представления размерностей каждая из основных единиц имеет три двоичных разряда. Выполнения ну изоморфизма потребовало введения дополнительных разделительных разрядов. Коэффициенты ССО, а также разряды СД, имеющие максимальные значения, представлены в табл. 3. При построении табл. 3 подразумевается, что максимальное значение степеней каждой из основных единиц ограничено семью, что обусловило выделение трех двоичных разрядов. При этом «длина», измеряемая в [м], представляется единицей в третьем разряде СД, остальные разряды имеют нулевые значения. «Площадь», измеряемая в [$м^2$], имеет единицу во втором разряде, остальные разряды имеют нулевые значения. «Объем», измеряемый в [$м^3$], имеет только во втором и третьем разрядах СД единицу. Аналогично представляется размерность остальных физических единиц {время}, {масса} и т.п. В последней колонке табл. 3 приведены коэффициенты ССО, значения которых совпадают с минимальным порядком разряда соответствующей единицы, который содержится в предпоследней колонке. Значение СД определяются как сумма произведений степеней порядков разрядов на соответствующий коэффициент a_j ССО. Например, для «длины» СД имеет значение 1/8, для «объема» значение СД 3/8.

Таблица 3

Коэффициенты ССО и структура СД

№ разряда	Основная единица	Степень основной единицы		Порядок разряда	a_j
		x_j	размерность		
0	Знаковый разряд			1	
1	Длина [м]	4	$м^4$	1/2	1/8
2		2	$м^2$	1/4	
3		1	$м^1$	1/8	
4	Разделительный			1/16	
5	Масса [кг]	4	$кг^4$	1/32	1/128
6		2	$кг^2$	1/64	
7		1	$кг^1$	1/128	
8	Разделительный			1/256	
9	Время [сек]	4	$сек^4$	1/512	1/2048
10		2	$сек^2$	1/1024	
11		1	$сек^1$	1/2048	
12	Разделительный			1/4096	
13	Сила электрического тока [А]	4	$а^4$	1/8192	1/32768
14		2	$а^2$	1/16384	
15		1	$а^1$	1/32768	

Введение «разделительных» разрядов обусловлено необходимостью обеспечения изоморфизма ССО как для положительных, так и для отрицательных степеней размерностей основных единиц.

Рассмотрим представление единицы, имеющей размерность [м $кг^7$]. Значение СД «длины» составляет 1/8. Значение СД «площади» составляет 1/4. Значение СД ($кг^7$) составляет 1/32 + 1/64 + 1/128 = 7/128. Таким образом, значение дескриптора результата 1/8 + 7/128 = 23/128. Так как выполняется условие: d($м^2$) > d(м $кг^7$) >d(м), то для положительных степеней основных единиц НУ изоморфизма соблюдается. Проверим выполнение условия для отрицательных степеней основных единиц. Рассмотрим представление единицы, имеющей размерность [м $кг^{-7}$]. Значение СД ($кг^{-7}$) составляет –(1/32 + 1/64 + 1/128) = –7/128. Таким образом, значение дескриптора результата 1/8 – 7/128 = 9/128. Эта величина меньше d(м) = 1/8 и больше 7/128 – максимального значения дескриптора для «массы». Значит, для отрицательных степеней основных единиц соблюдается НУ изоморфизма.

Предложенное ССО позволяет находить СД функции по СД ее аргументов. При этом СД частного определяется как разность СД делимого и делителя. СД произведения определяется как сумма СД сомножителей. СД функции возведения в целую степень определяется как произведение СД аргумента на константу – показатель степени.

Например, функции

$$\left[\text{скорость}\right]=\left[\frac{\text{расстояние}}{\text{время}}\right]$$ соответствует СД;

d(скорость) = d(расстояние) – d(время);

d(скорость) = 1/8 – 1/2048 =

= 256/2048 – 1/2048 = 255/2048, или $\left[м/сек\right]$.

Аналогично, функции

$$\left[\text{ускорение}\right]=\left[\frac{\text{скорость}}{\text{время}}\right]$$ соответствует СД;

d(ускорение) = d(скорость) – d(время), имеющий значение d(ускорение) = 255/2048 – 1/1024 = 253/2048, или $\left[\text{м/сек}^2\right]$.

Аналогично, функции

$\left[\text{путь}\right] = \left[\text{скорость} \cdot \text{время}\right]$ соответствует СД;

d(скорость · время) = d(скорость) + d(время) = 255/2048 + 1/2048 = 1/8, или [м].

Функции $\left[\text{сила}\right] = \left[\text{масса} \cdot \text{ускорение}\right]$ соответствует СД ;

d(сила) = d(масса) + d(ускорение) =

= 1/128 + 253/2048 = 269/2048, или $\left[\text{кг} \cdot \text{м/сек}^2\right]$.

Известно, что ускорение можно найти как частное от деления силы на массу, поэтому

d(ускорение) = d(сила) – d(масса) =

= 269/2048 – 1/128 = 253/2048, или $\left[\text{м/сек}^2\right]$,

что полностью совпадает с предыдущим результатом.

Заключение

В работе показаны проблемы метода оценки семантической корректности ПО ИУС, связанные со значительными ресурсными затратами. Предложен метод эффективного представления семантической информации, основанный на использовании сжимающего семантического отображения.

Доказана возможность построения сжимающего отображения ограниченной области семантического пространства в упорядоченное множество семантических дескрипторов. Сформулированы необходимые условия изоморфизма. Исследованы свойства разработанного отображения. Показана возможность использования семантических дескрипторов для вычисления физической размерности результата.

Дальнейшие исследования необходимо проводить в направлении разработки алгебраических основ контроля семантической корректности, основанного на использовании семантических дескрипторов, а также дальнейшего снижения ресурсоемкости посредством разработки и использования целочисленных дескрипторов.

Список литературы

1. *Харченко В.С., Манжос Ю.С., Петрик В.Л. Статистический анализ программного обеспечения системы управления космическим аппаратом и оценка проверяющей способности семантического контроля // Технология приборостроения. – 2002. – № 2. – С. 52-59.*

2. *Манжос Ю.С. Оценка эффективности независимой верификации программного обеспечения // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2004. – № 7. – С. 210-214.*

3. *Конорев Б.М., Петрик В.Л. Обоснование выбора системы физических единиц для формальной верификации ПО // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2006. – № 33. – С. 116-120.*

4. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1989. – 624 с.*

5. *Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1977. – 744 с.*

6. *Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1979. – 944 с.*

Поступила в редколлегию 7.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.М. Конорев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского«ХАИ» , Харьков.