

УДК 519.15 : 001.57

В.П. Пулятин, А.Б. Элькин

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко

КОМБИНАТОРНЫЕ АППАРАТНЫЕ МОДЕЛИ ЗАДАЧ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Рассмотрены вопросы синтеза специализированных вычислительных устройств для автоматизации исследования математических моделей задачи геометрического проектирования. Предложена обобщенная структура таких устройств. Обсуждаются пути синтеза процессоров для решения прикладных задач оптимизации прокладки коммуникационных соединений с целью обеспечения их функционального назначения и минимизации суммарной стоимости проекта.

математическая модель, комбинаторные задачи, оптимизация, имитационное моделирование, коммуникационные соединения

Введение

Постановка проблемы. Рассмотрим вопросы разработки аппаратных средств для реализации математических моделей задач комбинаторной оптимизации (назначений и коммутационных соединений), применительно к решению прикладных задач геометрического проектирования.

Необходимость в разработке такого специализированного технического обеспечения вызвана тем обстоятельством, что результаты теоретического и численного исследования математических моделей показали их многомерность, нелинейность и большое чис-

ло экстремумов, что требует значительных временных затрат и памяти при их реализации на ПЭВМ.

Анализ литературных источников. Основные идеи и подходы к построению математических моделей задач геометрического проектирования изложены в работе [1]. Дальнейшее развитие они получили в работах [2 – 4] при исследовании вопросов разработки аппаратных средств для моделирования и оптимизации. Разработка оригинального устройства для перебора сочетаний, размещений и перестановок рассмотрена в работе [5]. Комбинаторным аппаратным моделям задач автоматизации проектирования микроэлектронной аппаратуры – посвящена монография [6].

Основная структура аппаратной реализации математических моделей

Комбинаторный характер, многомерность, нелинейность функций цели и ряда ограничений, многоэкстремальность и другие особенности вычислительного характера выделяют рассматриваемые в работе типы задач геометрического проектирования в особый класс трудно решаемых задач.

Анализ численных методов и алгоритмов решения задач геометрического проектирования [1, 2] позволяет сделать следующий вывод. Обобщенная структура аппаратной реализации [2 – 4] математических моделей должна включать следующие основные блоки (рис. 1): блок 1 электронных моделей; блок 2 генерирования (перебора) искомых параметров модели; блок 3 задания ограничений на искомые параметры модели; блок 4 сравнения и выделения области допустимых решений; блок 5 вычисления функции цели и оценки решения; блок 6 ввода – вывода.

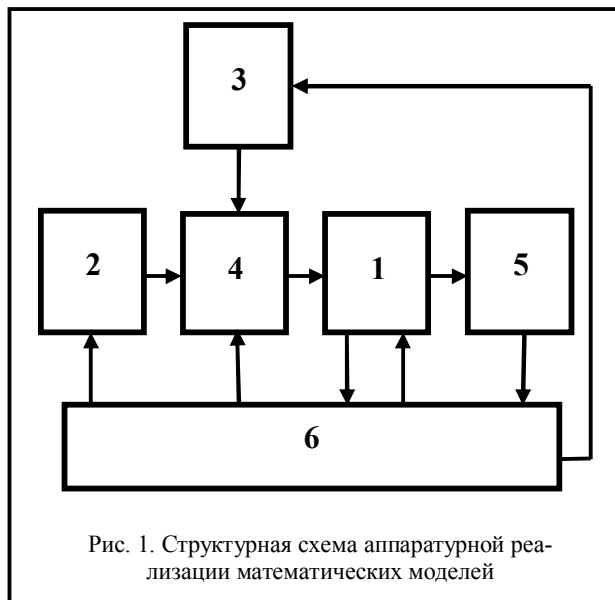


Рис. 1. Структурная схема аппаратной реализации математических моделей

Блок электронных моделей представляет собой набор специализированных аппаратных средств для осуществления реализации спектра математических моделей. Например, аппаратные реализации топологии и моделей графов, их ребер, характеристик (весов) ребер. Модели, реализующие варианты назначений геометрических объектов на посадочные места и генерирующие варианты коммуникационных соединений.

Блок генерирования искомых параметров модели предназначен для направленного перебора параметров моделей и их задания в блоке электронных моделей. В зависимости от условия решаемой задачи, процедура генерирования параметров модели реализуется путем частичного или полного формирования соответствующего комбинаторного множества. Наиболее часто, при решении прикладных задач, необходимо формировать, так называемые, базовые комбинаторные множества: множества сочетаний, размещений и перестановок [5].

Блок сравнения и выделения области допустимых решений предназначен для селекции (отбора допустимых) элементов из того или иного комбинаторного множества по заданным в блоке ограничительным условиям. В качестве таких ограничений могут выступать: запрет на те или иные элементы комбинаторного множества, или заданные условия предпочтения одних элементов комбинаторного множества перед другими.

Блок вычисления значений функции цели служит для оценивания получаемых вариантов решений, реализует процедуру поиска локальных экстремумов и процедуру перебора локальных экстремумов, с целью получения глобального.

Завершение поискового процесса, по определению рационального значения функции цели и соответствующего элемента комбинаторного множества, контролируется заданным критерием, смысл которого определяется условием конкретной решаемой задачи. Это может быть заданное время моделирования, точность моделирования, величина отклонения полученного на модели значения функции цели от заданного и др.

Аппаратурная реализация математических моделей

Рассмотрим один из подходов к разработке специализированных цифровых вычислительных устройств, которые позволяют повысить эффективность (по затратам памяти, затратам времени, по точности) решения комбинаторных задач. Кроме того, такое аппаратное обеспечение позволит повысить уровень автоматизации процесса исследования математических моделей комбинаторного типа и путей их реализаций.

Суть прикладной задачи геометрического проектирования состоит в следующем. Имеется n объектов заданной геометрической формы, которые необходимо назначить (разместить) на m посадочные места заданной геометрической формы и известными стоимостями одной единицы площади каждого места назначения. Причем, назначение осуществляется по одному геометрическому объекту на каждое посадочное место. Возможны следующие соотношения между значениями n и m : $n > m$; $n = m$; $n < m$. Кроме того, имеются посадочные места заданной геометрической формы, куда не всякий геометрический объект может поместиться. Задается также матрица коммуникационных соединений объектов, каждый элемент матрицы указывает на наличие или отсутствие связи между объектами и ее величину, например стоимость единицы длины связи между тем или иным объектом.

Необходимо найти такой вариант назначения геометрических объектов на посадочные места, чтобы: выполнялись условия на их принадлежность областям, где они размещены; обеспечивались необходимые коммуникации между объектами; сум-

марная стоимость затрат на реализацию проекта – была бы минимальной.

Как видно из содержательной формулировки донной задачи, она имеет комбинаторную природу и связано это с тем обстоятельством, что необходимо осуществлять генерирование, селекцию по заданным ограничениям и анализ допустимых элементов базовых комбинаторных множеств сочетаний, размещений и перестановок.

Реализация сформулированной задачи на аппаратном уровне состоит в следующем [10]. На рис. 2 приведена структурная схема устройства, содержащего блок 1 генерирования элементов комбинаторного множества, блок 2 расчета функции цели, блок 3 памяти, блок 4 определения минимального значения функции цели, блок 5 регистрации, блок 6 ввода исходной информации.

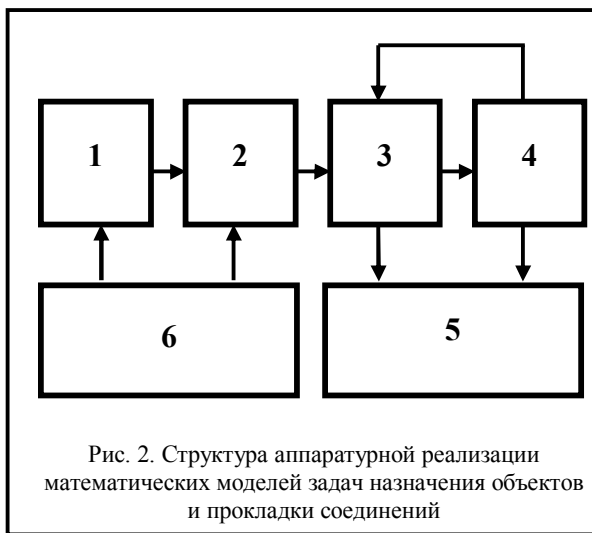


Рис. 2. Структура аппаратной реализации математических моделей задач назначения объектов и прокладки соединений

В качестве блока 1 генерирования элементов комбинаторного множества (сочетаний, размещений и перестановок) возможно использовать специализированное устройство [5], остальные блоки являются стандартными.

Предварительно к блокам 1 и 2 с блока 6 вводится исходная информация о количестве n геометрических объектов, подлежащих назначению на посадочные места, количестве m мест возможного назначения объектов, причем по одному на каждое место. задается также матрица соединения объектов, каждый элемент которой указывает на наличие или отсутствие связи между объектами [6]. Задаются коэффициенты для оценки общей стоимости площадей, занимаемых назначаемыми объектами, коэффициенты для оценки общей стоимости соответствующих трасс соединения объектов.

Далее осуществляется генерирование элементов комбинаторного множества назначений объектов на посадочные места. Блок 1 генерирования элементов комбинаторного множества генерирует или сочетания, или размещения, или перестановки (в зависимости от постановки задачи, а именно от числа n назначаемых объектов и числа m посадоч-

ных мест). Это реализуется на базе коммутатору [5]. Каждый элемент этого множества анализируется блоком 2 расчета функции цели, путем подсчета в блоке 2 общей стоимости варианта назначения объектов и стоимости соответствующих трасс.

Эти значения стоимости для каждого элемента комбинаторного множества запоминаются блоком 3. После чего в блоке 4 определяется минимальное значение общей стоимости, а в блоке памяти 3 – соответствующий элемент комбинаторного множества, который указывает на наилучший вариант назначения объектов и прокладки соответствующих трасс между ними. Эта информация фиксируется блоком 5 регистрации.

Применение описанного устройства для решения, например, таких прикладных оптимизационных задач геометрического проектирования, как задачи землеустройства, прокладки дорог, коммуникаций общего назначения, телекоммуникаций, даст возможность найти оптимальный вариант проекта, который обеспечит минимальные расходы на его реализацию.

Аппаратурная реализация математических моделей задач оптимизации коммуникационных соединений

Рассмотрим устройство, позволяющее сократить временные затраты на реализацию математических моделей за счет параллельности выполнения некоторых этапов алгоритма решения задач геометрического проектирования.

На рис. 3 приведена структурная схема устройства для реализации рассматриваемых задач, где: блок 1 задания исходной информации; блок 2 перебора сочетаний, размещений и перестановок; блок 3 вычисления функции цели по варианту назначения геометрических объектов; блок 4 вычисления функции цели по варианту коммуникационных соединений; блок 5 вычисления общего значения функции цели; блок 6 памяти; блок 7 выделения минимального значения функции цели; блок 8 регистрации.

Поясним работу устройства (рис. 3). Предварительно с блока 1 задания исходной информации к блоку 2 перебора сочетаний, размещений и перестановок вводится информация относительно количества n объектов, и количества m мест возможного назначения объектов, причем по одному на каждое место. С блока 1 задания исходной информации к блоку 4 вычисления функции цели (по варианту трасс) задается матрица соединения объектов. Кроме того задаются коэффициенты для оценки общей стоимости соответствующих трасс соединения объектов. С блока 1 задания исходной информации к блоку 3 вычисления функции цели (по варианту назначения объектов) задаются коэффициенты для оценки общей стоимости варианта назначения объектов. Далее блоком 2 перебора сочетаний, размещений и перестановок осуществляется генерирова-

ние элементов комбинаторного множества назначенных объектов. Каждый элемент этого комбинаторного множества анализируется блоком 3 вычисления функции цели по варианту назначения объектов и блоком 4 вычисления функции цели по варианту коммуникационных соединений. Далее в блоке 5 вычисления общего значения функции цели – осуществляется оценка общих расходов. Эти значения общей стоимости расходов на реализацию проекта для каждого элемента комбинаторного множества запоминаются блоком 6 памяти. После чего в блоке 7 определяется минимальное значение общей стоимости, а в блоке памяти 6 соответствующий элемент комбинаторного множества, который указывает на наилучший вариант проекта назначения объектов и прокладки соответствующих трасс между ними. Эта информация фиксируется блоком 8 регистрации.

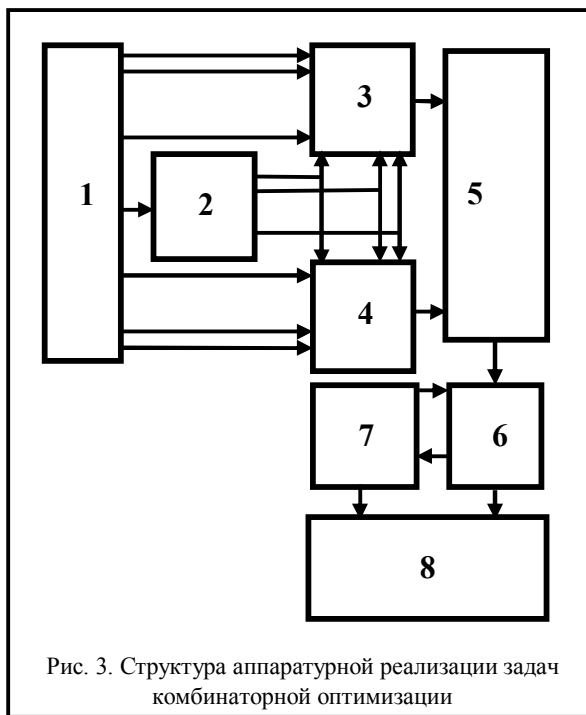


Рис. 3. Структура аппаратной реализации задач комбинаторной оптимизации

Аппаратурная реализация математических моделей задач оптимизации на графе

Предлагаемое ниже устройство (рис. 4) предназначено для поиска оптимального по нескольким критериям маршрута (трассы) на графе, который отображает топологические и геодезические характеристики сети дорог, телекоммуникаций, коммуникаций общего назначения и тому подобное, и имеет начальную А и конечную В точки движения по трассе (рис. 4). Каждое ребро графа имеет нелинейные физические и геометрические характеристики по длине и характеризуется многими критериями. Причем, одни характеристики трассы желательно свести к минимуму (стоимость земли под строительство трассы, длина трассы, затраты топлива, амортизация техники при движении по трассе), а

другие к максимуму (скорость движения, приоритетность по дополнительному бизнесу и развитию схемы дорог). Последнее требует сведения характеристик каждого ребра графа к одним единицам измерения, например, стоимостному или энергетическому, и осуществления свертки этих характеристик к одному обобщенному значению.

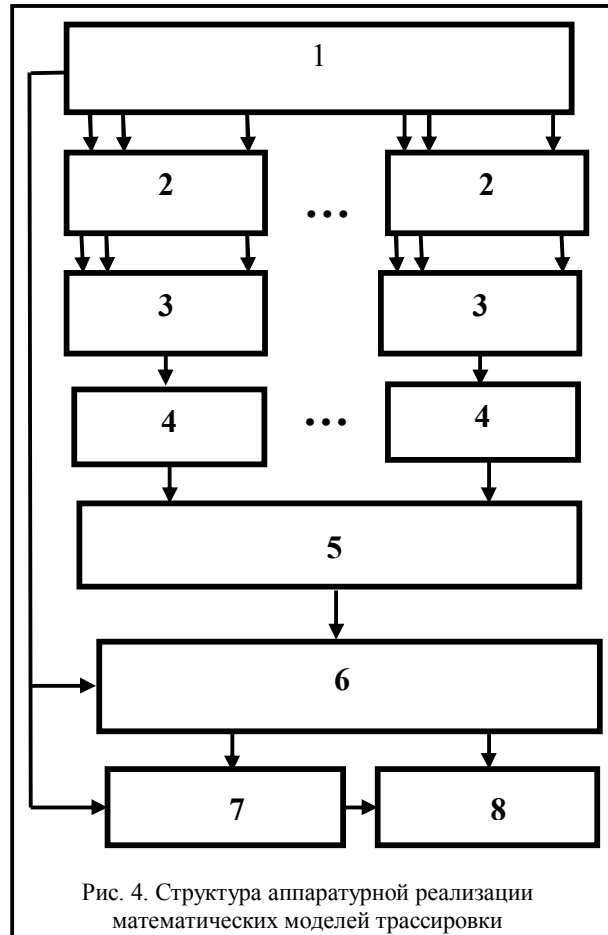


Рис. 4. Структура аппаратной реализации математических моделей трассировки

Отметим, что известна цифровая электронная модель графа, которая базируется на элементах И, причем каждый элемент И отображает ребро графа, а вершины графа отображаются контактными площадками, соединенными в соответствии с заданной топологией графа и с определенными входами элементов И [6, стр. 27].

Недостатком этого устройства является то, что во-первых для каждого нового графа необходимо синтезировать соответствующую цифровую электронную модель графа, а во-вторых электронная модель графа не позволяет осуществить оптимизацию трассы по нескольким критериям, которые имеют разный физический и геометрический смысл и противоположны по цели оптимизации.

Рассмотрим структуру и состав блоков устройства (рис. 4), реализующего решение приведенной задачи. Оно состоит из следующих блоков: блока 1 ввода информации; однотипных блоков 2 вычисления; однотипных блоков 3 вычисления; цифроаналоговых преобразователей 4; электронной моде-

ли графа 5; дешифратора 6; блока 7 расчета функции цели; блока 8 регистрации.

Блоки 2 и 3 вычисления реализуют стандартную процедуру приведения к одной шкале измерения коэффициентов веса каждого ребра графа, их нормирования и свертывания к одному общему значению веса каждого ребра.

Поясним работу устройства. Пусть целью решения задачи является поиск оптимальной трассы, которая соединит заданные точки А и В начала и конца трассы. В качестве общего критерия поиска такой трассы, из множества возможных, является, например, минимизация расходов на построение или эксплуатацию трассы. Каждое ребро i, j графа характеризует кортеж коэффициентов $\langle k_{ij}^1, k_{ij}^2, \dots, k_{ij}^n \rangle$ веса ребра. Причем коэффициенты имеют разную физическую природу, например, длина ребра, стоимость земли под строительство трассы, стоимость прокладки трассы, скорость и расходы топлива при движении по ребру трассы, амортизация техники при движении по ребру трассы, приоритетность по дополнительному бизнесу и развитию схемы дорог и т.п. Эта информация вводится блоком 1 ввода информации в блоки 2 вычисления, которые осуществляют переход к одинаковым единицам измерения и нормированию коэффициентов веса каждого ребра графа. Далее информация поступает к блокам 3 вычисления, которые осуществляют свертывание коэффициентов веса ребер графа к одному. После этого цифроаналоговые преобразователи 4 ставят в соответствие обобщенным весам ребер графа – аналоговые величины, которые поступают в аналоговую модель 5 графа, а именно к соответствующим регулируемым источникам электродвижущей силы [6]. Благодаря регулируемым источникам электродвижущей силы, диодам и источнику тока [6], получаем перераспределение электрических величин в модели 5 графа. При этом ток пройдет по тем ребрам графа, сумма значений напряжения источников электродвижущей силы которых будет минимальна. По дополнительной информации с блока 1 ввода информации об общей структуре графа, дешифратор 6 устанавливает эти оптимальные ребра и соответствующую трассу. После чего блоком 7 расчета функции цели рассчитывается оптимальное значение функции цели, которое регистрируется блоком 8 регистрации, а с дешифратора 6 регистрируется соответствующая оптимальная трасса.

За счет предложенной аппаратурной реализации алгоритма решения задачи поиска оптимальной трассы, затраты времени, по сравнению с затратами времени на ПЭВМ, сокращаются в связи с отсутствием этапа создания соответствующего программного обеспечения.

Сокращение времени решения задач оптимизации на устройстве также обеспечивается параллель-

ным выполнением отдельных этапов алгоритма. Например, нормирование и переход к одинаковым единицам измерения коэффициентов веса каждого ребра графа (блок 2) и свертывание коэффициентов веса ребер графа к одному значению (блок 4) выполняется параллельно для каждого ребра графа.

Общее время решения задач оптимизации, по сравнению с ПЭВМ, сокращается за счет применения аналоговых блоков (аналоговой модели), где моделирование процессов в графе осуществляется практически мгновенно, а расходы памяти в основном зависят от количества ребер графа и количества компонент в кортеже, характеризующем вес ребра.

Точность решения задач оптимизации на устройстве зависит от точности аналоговых блоков, точности исходных данных и точности выполнения вычислительных операций цифровыми блоками 2 и 3.

Выводы

1. Обоснована основная структура и состав блоков аппаратурной реализации математических моделей многомерных и многоэкстремальных задач комбинаторной оптимизации. Это позволило, за счет применения функционально – ориентированных блоков для реализации подзадач, повысить эффективность (по затратам времени, памяти и по точности) решения прикладных задач геометрического проектирования (назначений, размещений, трассировки).

2. Предложены и обоснованы структуры и состав блоков для аппаратурных реализаций математических моделей задач оптимизации назначения (размещения) геометрических объектов сложной геометрической формы на посадочные места и прокладки коммуникационных соединений между ними, когда характеристиками ребер графа являются кортежи, содержащие различные по физическому и геометрическому смыслу веса ребер графа.

3. Это позволило: расширить круг решаемых комбинаторных задач с ограничениями на специализированных вычислительных устройствах; предложить пути автоматизации процесса проведения исследований математических моделей и методов их реализаций.

4. Сокращение временных затрат, по сравнению с ПЭВМ, обеспечивается за счет: отсутствия этапа создания соответствующего программного обеспечения; параллельности выполнения отдельных этапов алгоритма (нормирование, переход к одинаковым единицам измерения и свертывание коэффициентов весов ребер графа); применения аналоговых блоков (электронных аналоговых моделей), которые практически мгновенно моделируют процессы, протекающие в графе.

Список литературы

1. Стоян Ю.Г. *Основная задача геометрического проектирования*. – Х.: ИПМаш АН УССР, Препринт № 181. – 1983. – 36 с.

2. Стоян Ю.Г., Пуцятин В.П. Оптимизация технических систем с источниками физических полей. – К.: Наукова думка, 1988. – 192 с.

3. Патент. № и 200610634. Україна, МКІ G 06 F 15/20. Спосіб виділення допустимих елементів комбінаторних множин / С.М. Коваленко, В.П. Пуцятин (Україна). – Заявл. 09.10.06; Пріор. 25.12.06. – 6 с.

4. Патент. № и 200611118. Україна, МКІ G 06 F 15/20. Селектор елементів комбінаторних множин. / С.М. Коваленко, В.П. Пуцятин, І.О. Фурман (Україна). – Заявл. 23.10.06; Пріор. 22.12.06. – 6 с.

5. Устройство для перебора сочетаний, размещений и перестановок: Авт. св. № 643883. СССР, МКІ G 06

F 15/20. / Левин Г.И. (СССР) – № 2439332/18-24; Заявл. 10.01.1977; Опубл. 25.01.1979. Бюл. № 3 – 4 с.

6. Курейчик В.М., Глушань В.М., Щербаков Л.И. Комбинаторные аппаратные модели и алгоритмы в САПР. – М.: Радио и связь, 1990. – 120 с.

Поступила в редколлегию 02.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Левыкин, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.