

УДК 681.326.7

А.Н. Рысованый, В.В. Гоготов

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

## ОБНАРУЖЕНИЕ ОДНОКРАТНЫХ ОШИБОК НЕЛИНЕЙНЫМ СИГНАТУРНЫМ АНАЛИЗАТОРОМ

*Показан подход к обнаружению однократных ошибок нелинейным сигнатурным анализатором  
нелинейный сигнатурный анализатор, полином, однократные ошибки, поля Галуа*

### Введение

**Постановка проблемы.** При диагностировании некоторых типов цифровой техники, например при отказах и сбоях запоминающих элементов, наиболее часто возникают однократные ошибки [1]. Для обнаружения таких ошибок в основном применяют контроль по  $\text{mod}2$ , который обнаруживает (но не локализовывает) ошибки нечетной (четной) кратности. Для обнаружения и локализации однократных ошибок применяют, как правило, коды Хэмминга с минимальным кодовым расстоянием  $d = 3$ , исправляющие все однократные ошибки, а также коды с минимальным кодовым расстоянием  $d = 4$ , исправляющие все однократные и обнаруживающие все двухкратные ошибки; модифицированные коды Хэмминга; БЧХ коды; коды Рида-Соломона; коды Файра. Все эти коды являются корректирующими, что предполагает наличие избыточности в кодовой комбинации, что не всегда приемлемо из-за возникающих при этом трудностей (управления, усложнения оборудования).

Известно, что метод сигнатурного анализа, который относится к диагностическим методам, позволяет обнаруживать однократные ошибки, однако при этом не приводятся математические выражения, позволяющие определять такие ошибки. Класс нелинейных сигнатурных анализаторов гораздо шире линейных, однако вопросам их анализа и практического применения уделяется недостаточное внимание. Практическое применение могут найти нелинейные сигнатурные анализаторы, построенные на основе полиномов из конечного поля  $GF(3)$ , коэффициенты которых могут выбираться из множества  $\{0, 1, 2\}$ . Они могут применяться для диагностирования линий передачи данных (имеющие три уровня сигнала:  $+$ ,  $-$ ,  $0$ ), элементов с тремя состояниями, а также некоторых классов цифровых схем (таких как программируемые логические матрицы). Для таких схем оказывается неэффективным псевдослучайный тест с линейного регистра сдвига с обратными связями, который связан с большим числом сходящихся разветвлений и специальным видом неисправностей в таких схемах [1].

Таким образом, возникает необходимость в исследовании возможностей обнаружения однократных ошибок нелинейным сигнатурным анализатором, построенным по правилам выбранного полинома из конечного поля  $GF(p^n)$ .

**Анализ литературы.** Как показал анализ литературы, для построения нелинейных регистров сдвига с обратными связями применяют полиномы, которые не только не генерируют последовательность максимальной длины [2], что приводит к ограничению диагностического теста, но и вообще не рассматриваются проблемы их выбора с подконтрольными разработчику свойствами, рассчитанными на индивидуального потребителя [3 – 8]. Это свидетельствует о том [9 с. 3], что "... разрыв между практикой и математической теорией недвоичного помехоустойчивого кодирования не сокращается или сокращается недостаточно быстрыми темпами". Таким образом [10, с. 61], "... в настоящее время мы располагаем весьма скудной информацией о построении нелинейных кодеров".

**Целью статьи** является практическое рассмотрение возможности обнаружения однократных ошибок нелинейным сигнатурным анализатором, построенным по правилам выбранного полинома из конечного поля  $GF(p^n)$ .

### Основная часть

Диагностирование цифровой техники методом сигнатурного анализа имеет много общего с осциллографическим методом, при котором в определенных точках схемы с помощью осциллографа наблюдаются форма и уровни сигналов. Сигнатурный анализатор преобразует цифровую последовательность произвольной длины  $n \leq S^r$ , где  $S$  – основание системы счисления,  $r$  – число разрядов регистра сдвига с обратными связями.

При построении корректирующих кодов для обнаружения и исправления ошибок к информационным разрядам слов добавляются контрольные разряды. Сигнатурный анализ не относится к корректирующим кодам. Однако, в связи с тем, что его основой является регистр сдвига с обратными свя-

зьями, выбранными по правилу образующего полинома, то под его описание подходит математический аппарат циклического кодирования с некоторыми допущениями. Например, при использовании циклических кодов хранимое n-разрядное слово представляется в виде многочлена  $V(x)$  степени, коэффициенты которого равны значениям соответствующих разрядов слова. Обратные же связи регистра сдвига подсоединяются к триггеру (триггерам) первого разряда регистра в соответствии со значениями разрядами образующего полинома. Наличие ненулевого остатка от деления  $V(x)$  на образующий многочлен свидетельствует о наличии ошибки в слове.

Число ошибок, которое может быть обнаружено и исправлено корректирующим кодом, определяется минимальным кодовым расстоянием  $d$  кода. В корректирующих кодах используется расстояние Хэмминга – кодовое расстояние  $d(V_i, V_j)$  между кодовыми комбинациями  $V_i$  и  $V_j$ , равное числу разрядов, в которых одна кодовая комбинация отличается от другой [11].

При сигнатурном анализе расстояние  $d(V_i, V_j)$  между кодовыми комбинациями  $V_i$  и  $V_j$ ,  $d \geq 2$ . Это свидетельствует о том, что сигнатурный анализатор должен обнаруживать все однократные и двухкратные ошибки. Покажем возможность обнаружения однократных ошибок.

НСА в конечном поле  $GF(3)$  с полиномом  $P(x) = x^4 \oplus_3 x^3 \oplus_3 2x^2 \oplus_3 2x \oplus_3 1$  имеет матрицу состояний  $H$  (назовем ее проверочной матрицей):

2	1	1	2	2	2	0	0	1	1	0	2	0	0	2	0	2	0	1	1
0	1	2	2	1	1	1	0	0	2	2	0	1	0	0	1	0	1	0	2
0	0	1	2	2	1	1	1	0	0	2	2	0	1	0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	2	2	1	1	1	0	0	2	2	0	1	0	0	1	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

2	0	1	2	1	2	2	0	2	2	2	1	2	0	2	1	0	0	0	0
2	1	0	2	1	2	1	1	0	1	1	1	1	2	1	0	1	2	0	0
2	2	1	0	2	1	2	1	1	0	1	1	1	1	2	1	0	1	2	0
0	2	2	1	0	2	1	2	1	1	0	1	1	1	1	2	1	0	1	2
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

1	2	2	1	1	1	0	0	2	2	0	1	0	0	1	0	1	0	2	2
0	2	1	1	2	2	2	0	0	1	1	0	2	0	0	2	0	2	0	1
0	0	2	1	1	2	2	2	0	0	1	1	0	2	0	0	2	0	2	0
0	0	0	2	1	1	2	2	2	0	0	1	1	0	2	0	0	2	0	2
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

1	0	2	1	2	1	1	0	1	1	1	1	2	1	0	1	2	0	0	0
1	2	0	1	2	1	2	2	0	2	2	2	2	1	2	0	2	1	0	0
1	1	2	0	1	2	1	2	2	0	2	2	2	2	1	2	0	2	1	0
0	1	1	2	0	1	2	1	2	2	0	2	2	2	2	1	2	0	2	1
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

Функциональная схема такого НСА с  $P(x) = x^4 \oplus_3 x^3 \oplus_3 2x^2 \oplus_3 2x \oplus_3 1$  в конечном поле  $GF(3)$  приведена на рис. 1. На этой схеме используется максимальное количество обратных связей через схему  $\text{mod}3$  в соответствии с максимальным числом используемых разрядов ( $\text{deg}P(x)$ ).

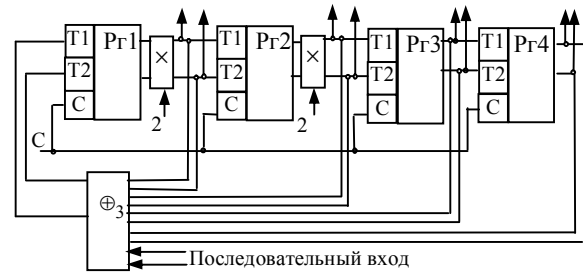


Рис. 1. Функциональная схема НСА с  $P(x) = x^4 \oplus_3 x^3 \oplus_3 2x^2 \oplus_3 2x \oplus_3 1$

Этот полином генерирует последовательность максимальной длины. Коэффициент 2 при степени полинома указывает на то, что информация, передаваемая и записываемая в соответствующий регистр сдвига должна быть умножена по правилам арифметики конечного поля  $GF(3)$ .

Проверочная матрица  $H$  состоит из столбцов состояний  $h_i$ :

$$H = |h_1 h_2 \dots h_n|, \quad n \leq S^r$$

Для получения сигнатуры входной последовательности необходимо умножить по модулю  $S$  значения столбцов проверочной матрицы и соответствующие им разряды входной последовательности  $V$ , а затем сложить по этому модулю одноименные разряды, например:

$$A = H \times V = \begin{vmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dots \\ h_n \end{vmatrix} \times_S \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h_1 v_1 \\ h_2 v_2 \\ \dots \\ h_n v_n \end{vmatrix}, \quad i = 1 \div n, \quad n \leq S^r - 1;$$

$$\text{sig } V = \sum_{i=1}^n \oplus_S \cdot h_i v_i$$

Для определения разряда однократной ошибки введем понятие синдрома ошибки  $\text{sid}$  сигнатурного анализа, под которым будем понимать сумму по модулю поля значений эталонных и ошибочных сигнатур, например:

$$\text{sid } V = \text{sig}^3 V \oplus_3 \text{sig}^{\text{onr}} V$$

Пусть входная последовательность имеет вид:  $V = |100200|$ . Покажем возможность определения однократных ошибок на примере НСА в конечном поле  $GF(3)$  с  $P(x) = x^4 \oplus_3 x^3 \oplus_3 2x^2 \oplus_3 2x \oplus_3 1$ . Для этой последовательности эталонная сигнатура определяется следующим образом:

$$\text{sig}^3 V = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \oplus_3 \times_3 2 \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \oplus_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

$h_1 \quad h_4 \quad h_4 \quad h_7$

Пусть произошло однократное искажение разряда входной последовательности и эта последовательность с ошибкой имеет вид:

$$V^{\text{orig}} = |1000001|,$$

1 2 3 4 5 6 7

в котором разряды входной последовательности пронумерованы.

Тогда сигнатура ошибки определяется как

$$\text{sig}^3 V = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \oplus_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

$h_1 \quad h_7$

В связи с тем, что сигнатуры

$$\text{sig}^3 V = |0220|^\tau \neq \text{sig}^{\text{orig}} V = |2111|^\tau$$

не равны друг другу, то принимается решение, что однократная ошибка обнаружена.

Это состояние подтверждает и синдром ошибки:

$$\text{sid } V = \text{sig}^3 V \oplus_3 \text{sig}^{\text{orig}} V = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} \oplus_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = h_{15}.$$

Если бы синдром ошибки  $\text{sid } V = 0$ , то ошибка была бы не обнаружена.

**Утверждение.** Любой полином  $P(X)$  в конечном поле  $GF(3)$  обнаруживает все однократные ошибки во входной последовательности, если длина входной последовательности не превышает длины цикла генерации полинома.

**Доказательство.** Для  $P(X)$  в пределах  $l \leq l_m$  все состояния  $h_i$  регистра СА отличаются друг от друга. Это отличие можно записать в виде:

$$h_i \neq h_j, i \neq j \in \{1 \div l\}.$$

Следовательно, в каком бы разряде не произошла однократная ошибка, ей соответствующий столбец состояний отличается от всех других в пределах своего цикла генерации. Даже если выбран полином, который не генерирует максимальный цикл, то он также будет обнаруживать все однократные ошибки, т.к. и в его цикле генерации не существует двух одинаковых состояний.

В работе [12] для локализации ошибок в поле Галуа  $GF(2)$  предложено использовать две сигнатуры, одна из которых определяется из последовательности со сдвинутыми на один такт разрядами.

Для расширенных и конечных полей эта проблема пока остается не решенной.

### Выводы

В результате проведенных исследований приведены математического выражения для обнаружения однократных ошибок нелинейным сигнатурным анализатором, построенным по правилам выбранного полинома из конечных полей  $GF(p^n)$ . Эти выражения могут в дальнейшем быть использованы для локализации такого класса ошибок.

В дальнейших исследованиях желательно разработать методики локализации ошибок различных кратностей для расширенных и конечных полей Галуа.

### Список литературы

1. Огнев И.В., Сарычев К.Ф. Надежность запоминающих устройств. – М.: Радио и связь, 1988. – 224 с.
2. А.с. 1264180 СССР. Сигнатурный анализатор. Иванов М.А., Кл. G 06 F 11/00.
3. Науменко М.И., Стасев Ю.В., Кузнецов О.О. Теоретичні основи та методи побудови алгебраїчних блокових кодів: Монографія. – Х.: ХУПС, 2005. – 267 с.
4. Иванов М.А., Кларин А.П., Тышкевич В.Г. Об одном способе получения сигнатур двоичных последовательностей // Вопросы надежности и технического диагностирования вычислительных устройств. Сб. науч. трудов МИФИ. – М.: Энергоатомиздат. – 1986. – С. 82-85.
5. Иванов М.А. О достоверности сигнатурного анализа параллельного потока данных // Вопросы надежности и технического диагностирования вычислительных устройств. Сб. науч. трудов МИФИ. – М.: Энергоатомиздат. – 1986. – С. 78-82.
6. Латыпов Р.Х. Воспроизведение тестовых наборов и сжатие данных нелинейными регистрами сдвига // Автоматика и телемеханика. – М.: Наука. – 1989. – № 10. – С. 167-172.
7. Барашко А. С. Характеристическая функция нелинейного сигнатурного анализатора // Электронное моделирование. – 2000. – Т. 22, № 6. – С. 59-65.
8. Барашко А. С. Об одной гипотезе, касающейся нелинейных аналогов примитивных сигнатурных анализаторов // Электронное моделирование. – 2000. – Т. 22, № 6. – С. 84-89.
9. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующей ошибки: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 576 с.
10. Муттер В.М. Основы помехоустойчивой телепередачи информации. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 288 с.
11. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки. – М.: Мир, 1976. – 594 с.
12. А.с. 1481769 СССР. Сигнатурный анализатор. Сафаров С.И., Кл. G 06 F 11/26, Бюл. №19, 1989.

Поступила в редколлегию 7.03.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. И.И. Обод, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.