УДК 681.326.7

А.Н. Рысованый, В.В. Гоготов

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

ОБНАРУЖЕНИЕ ОДНОКРАТНЫХ ОШИБОК НЕЛИНЕЙНЫМ СИГНАТУРНЫМ АНАЛИЗАТОРОМ

Показан подход к обнаружению однократных ошибок нелинейным сигнатурным анализатором

нелинейный сигнатурный анализатор, полином, однократные ошибки, поля Галуа

Введение

Постановка проблемы. При диагностировании некоторых типов цифровой техники, например при отказах и сбоях запоминающих элементов, наиболее часто возникают однократные ошибки [1]. Для обнаружения таких ошибок в основном применяют контроль по mod2, который обнаруживает (но не локализовывает) ошибки нечетной (четной) кратности. Для обнаружения и локализации однократных ошибок применяют, как правило, коды Хэмминга с минимальным кодовым расстоянием $d = 3$, исправляющие все однократные ошибки, а также коды с минимальным кодовым расстоянием $d = 4$, исправляющие все однократные и обнаруживающие все двухкратные ошибки; модифицированные коды Хэмминга; БЧХ коды; коды Рида-Соломона; коды Файра. Все эти коды являются корректирующими, что предполагает наличие избыточности в кодовой комбинации, что не всегда приемлемо из-за возникающих при этом трудностей (управления, усложнения оборудования).

Известно, что метод сигнатурного анализа, который относится к диагностическим методам, позволяет обнаруживать однократные ошибки, однако при этом не приводятся математические выражения, позволяющие определять такие ошибки. Класс нелинейных сигнатурных анализаторов гораздо шире линейных, однако вопросам их анализа и практического применения уделяется недостаточное внимание. Практическое применение могут найти нелинейные сигнатурные анализаторы, построенные на основе полиномов из конечного поля GF(3), коэффициенты которых могут выбираться из множества {0, 1, 2}. Они могут применяться для диагностирования линий передачи данных (имеющие три уровня сигнала: +, –, 0), элементов с тремя состояниями, а также некоторых классов цифровых схем (таких как программируемые логические матрицы). Для таких схем оказывается неэффективным псевдослучайный тест с линейного регистра сдвига с обратными связями, который связан с большим числом сходящихся разветвлений и специальным видом неисправностей в таких схемах [1].

Таким образом, возникает необходимость в исследовании возможностей обнаружения однократных ошибок нелинейным сигнатурным анализатором, построенным по правилам выбранного полинома из конечного поля $GF(p^n)$.

Анализ литературы. Как показал анализ литературы, для построения нелинейных регистров сдвига с обратными связями применяют полиномы, которые не только не генерируют последовательность максимальной длины [2], что приводит к ограничению диагностического теста, но и вообще не рассматриваются проблемы их выбора с подконтрольными разработчику свойствами, рассчитанными на индивидуального потребителя [3 – 8]. Это свидетельствует о том [9 с. 3], что "… разрыв между практикой и математической теорией недвоичного помехоустойчивого кодирования не сокращается или сокращается недостаточно быстрыми темпами". Таким образом [10, с. 61], "… в настоящее время мы располагаем весьма скудной информацией о построении нелинейных кодеров".

Целью статьи является практическое рассмотрение возможности обнаружения однократных ошибок нелинейным сигнатурным анализатором, построенным по правилам выбранного полинома из конечного поля $GF(p^n)$.

Основная часть

Диагностирование цифровой техники методом сигнатурного анализа имеет много общего с осциллографическим методом, при котором в определенных точках схемы с помощью осциллографа наблюдаются форма и уровни сигналов. Сигнатурный анализатор преобразует цифровую последовательность произвольной длины $n \le S^r$, где S – основание системы счисления, r – число разрядов регистра сдвига с обратными связями.

При построении корректирующих кодов для обнаружения и исправления ошибок к информационным разрядам слов добавляются контрольные разряды. Сигнатурный анализ не относится к корректирующим кодам. Однако, в связи с тем, что его основой является регистр сдвига с обратными связями, выбранными по правилу образующего полинома, то под его описание подходит математический аппарат циклического кодирования с некоторыми допущениями. Например, при использовании циклических кодов хранимое n-разрядное слово представляется в виде многочлена B(x) степени, коэффициенты которого равны значениям соответствующих разрядов слова. Обратные же связи регистра сдвига подсоединяются к триггеру (триггерам) первого разряда регистра в соответствии со значащими разрядами образующего полинома. Наличие ненулевого остатка от деления B(x) на образующий многочлен свидетельствует о наличии ошибки в слове.

Число ошибок, которое может быть обнаружено и исправлено корректирующим кодом, определяется минимальным кодовым расстоянием d кода. В корректирующих кодах используется расстояние Хэмминга – кодовое расстояние $d(B_i, B_j)$ между кодовыми комбинациями B_i и B_j, равное числу разрядов, в которых одна кодовая комбинация отличается от другой [11].

При сигнатурном анализе расстояни*е* $d(B_i, B_j)$ между кодовыми комбинациями B_i и B_j, $d \geq 2$. Это свидетельствует о том, что сигнатурный анализатор должен обнаруживать все однократные и двухкратные ошибки. Покажем возможность обнаружения однократных ошибок.

НСА в конечном поле GF(3) с полиномом $P(x) = x^4 \oplus_3 x^3 \oplus_3 2x^2 \oplus_3 2x \oplus_3 1$ имеет матрицу состояний H (назовем ее проверочной матрицей):

2	1	1	2	2	2	0	0	1	1	0	2	0	0	2	0	2	0	1	1
0	1	2	2	1	1	1	0	0	2	2	0	1	0	0	1	0	1	0	2
0	0	1	2	2	1	1	1	0	0	2	2	0	1	0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	2	2	1	1	1	0	0	2	2	0	1	0	0	1	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

2	0	1	2	1	2	2	0	2	2	2	2	1	2	0	2	1	0	0	0
2	1	0	2	1	2	1	1	0	1	1	1	1	2	1	0	1	2	0	0
2	2	1	0	2	1	2	1	1	0	1	1	1	1	2	1	0	1	2	0
0	2	2	1	0	2	1	2	1	1	0	1	1	1	1	2	1	0	1	2
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

1	2	2	1	1	1	0	0	2	2	0	1	0	0	1	0	1	0	2	2
0	2	1	1	2	2	2	0	0	1	1	0	2	0	0	2	0	2	0	1
0	0	2	1	1	2	2	2	0	0	1	1	0	2	0	0	2	0	2	0
0	0	0	2	1	1	2	2	2	0	0	1	1	0	2	0	0	2	0	2
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

1	0	2	1	2	1	1	0	1	1	1	1	2	1	0	1	2	0	0	0
1	2	0	1	2	1	2	2	0	2	2	2	2	1	2	0	2	1	0	0
1	1	2	0	1	2	1	2	2	0	2	2	2	2	1	2	0	2	1	0
0	1	1	2	0	1	2	1	2	2	0	2	2	2	2	1	2	0	2	1
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

Функциональная схема такого НСА с $P(x) = x^4 \oplus_3 x^3 \oplus_3 2x^2 \oplus_3 2x \oplus_3 1$ в конечном поле GF(3) приведена на рис. 1. На этой схеме используется максимальное количество обратных связей через схему mod3 в соответствии с максимальным числом используемых разрядов (degP(x)).

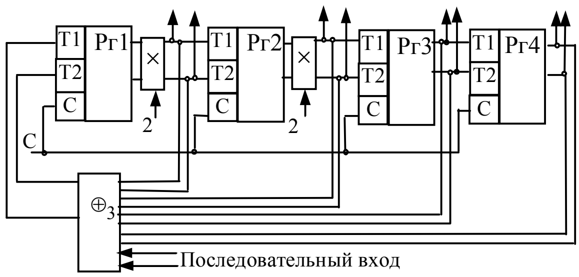

Рис. 1. Функциональная схема НСА
с $P(x) = x^4 \oplus_3 x^3 \oplus_3 2x^2 \oplus_3 2x \oplus_3 1$

Этот полином генерирует последовательность максимальной длины. Коэффициент 2 при степени полинома указывает на то, что информация, передаваемая и записываемая в соответствующий регистр сдвига должна быть умножена по правилам арифметики конечного поля GF(3).

Проверочная матрица H состоит из столбцов состояний h_i:

$$H = |\, h_1 h_2 \ldots h_n |, \quad n \leq S^r.$$

Для получения сигнатуры входной последовательности необходимо умножить по модулю *S* значения столбцов проверочной матрицы и соответствующие им разряды входной последовательности *V*, а затем сложить по этому модулю одноименные разряды, например:

$$A = H \times V = \begin{vmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \ldots \\ h_n \end{vmatrix} \times_S \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \ldots \\ v_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h_1 v_1 \\ h_2 v_2 \\ \ldots \\ h_n v_n \end{vmatrix}, i = 1 \div n,\ n \leq S^r - 1;$$

$$\text{sig } V = \sum_{i=1}^{n} \oplus_S \cdot h_i v_i \ .$$

Для определения разряда однократной ошибки введем понятие синдрома ошибки sid сигнатурного анализа, под которым будем понимать сумму по модулю поля значений эталонных и ошибочных сигнатур, например:

$$\text{sid } V = \text{sig}^{э} V \oplus_3 \text{sig}^{\text{опт}} V .$$

Пусть входная последовательность имеет вид: $V = |\, 1002001 |$. Покажем возможность определения однократных ошибок на примере НСА в конечном поле GF(3) с $P(x) = x^4 \oplus_3 x^3 \oplus_3 2x^2 \oplus_3 2x \oplus_3 1$. Для этой последовательности эталонная сигнатура определяется следующим образом:

$$\begin{array}{c} \mathrm{sig}^{э}V = \begin{vmatrix}2\\0\\0\\0\end{vmatrix} \oplus_3 \begin{matrix}2\\2\\2\\1\end{matrix} \times_3 2 \to \begin{vmatrix}1\\1\\1\\2\end{vmatrix} \oplus_3 \begin{vmatrix}0\\1\\1\\1\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0\\2\\2\\0\end{vmatrix}. \\ h_1 \quad h_4 \qquad h_4 \quad h_7 \end{array}$$

Пусть произошло однократное искажение разряда входной последовательности и эта последовательность с ошибкой имеет вид:

$$\begin{array}{c} V^{onr} = \left|1\,0\,0\,0\,0\,0\,1\right|, \\ 1\,2\,3\,4\,5\,6\,7 \end{array}$$

в котором разряды входной последовательности пронумерованы.

Тогда сигнатура ошибки определяется как

$$\begin{array}{c} \mathrm{sig}^{э}V = \begin{vmatrix}2\\0\\0\\0\end{vmatrix} \oplus_3 \begin{vmatrix}0\\1\\1\\1\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}2\\1\\1\\1\end{vmatrix}. \\ h_1 \quad h_7 \end{array}$$

В связи с тем, что сигнатуры

$$\mathrm{sig}^{э}V = \left|\,0220\,\right|^{т} \neq \mathrm{sig}^{ош}V = \left|\,2111\,\right|^{т}$$

не равны друг другу, то принимается решение, что однократная ошибка обнаружена.

Это состояние подтверждает и синдром ошибки:

$$\mathrm{sid}\,V = \mathrm{sig}^{э}V \oplus_3 \mathrm{sig}^{onr}V =$$

$$= \begin{vmatrix}0\\2\\2\\0\end{vmatrix} \oplus_3 \begin{vmatrix}2\\1\\1\\1\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}2\\0\\0\\1\end{vmatrix} = h_{15}.$$

Если бы синдром ошибки $\mathrm{sid}\,V = 0$, то ошибка была бы не обнаружена.

Утверждение. Любой полином P(X) в конечном поле GF(3) обнаруживает все однократные ошибки во входной последовательности, если длина входной последовательности не превышает длины цикла генерации полинома.

Доказательство. Для P(X) в пределах $l \le l_м$ все состояния h_i регистра СА отличаются друг от друга. Это отличие можно записать в виде:

$$h_i \neq h_j,\ i \neq j \in \{1 \div l\}.$$

Следовательно, в каком бы разряде не произошла однократная ошибка, ей соответствующий столбец состояний отличается от всех других в пределах своего цикла генерации. Даже если выбран полином, который не генерирует максимальный цикл, то он также будет обнаруживать все однократные ошибки, т.к. и в его цикле генерации не существует двух одинаковых состояний.

В работе [12] для локализации ошибок в поле Галуа GF(2) предложено использовать две сигнатуры, одна из которых определяется из последовательности со сдвинутыми на один такт разрядами. Для расширенных и конечных полей эта проблема пока остается не решенной.

Выводы

В результате проведенных исследований приведены математического выражения для обнаружения однократных ошибок нелинейным сигнатурным анализатором, построенным по правилам выбранного полинома из конечных полей $GF(p^n)$. Эти выражения могут в дальнейшем быть использованы для локализации такого класса ошибок.

В дальнейших исследованиях желательно разработать методики локализации ошибок различных кратностей для расширенных и конечных полей Галуа.

Список литературы

1. Огнев И.В., Сарычев К.Ф. Надежность запоминающих устройств. – М.: Радио и связь, 1988. – 224 с.

2. А.с. 1264180 СССР. Сигнатурный анализатор. Иванов М.А., Кл. G 06 F 11/00.

3. Науменко М.І., Стасєв Ю.В., Кузнєцов О.О. Теоретичні основи та методи побудови алгебраїчних блокових кодів: Монографія. – Х.: ХУПС, 2005. – 267 с.

4. Иванов М.А., Кларин А.П., Тышкевич В.Г. Об одном способе получения сигнатур двоичных последовательностей // Вопросы надежности и технического диагностирования вычислительных устройств. Сб. науч. трудов МИФИ. – М.: Энергоатомиздат. – 1986. – С. 82-85.

5. Иванов М.А. О достоверности сигнатурного анализа параллельного потока данных //Вопросы надежности и технического диагностирования вычислительных устройств. Сб. науч. трудов МИФИ. – М.: Энергоатомиздат. – 1986. – С. 78-82.

6. Латыпов Р.Х. Воспроизведение тестовых наборов и сжатие данных нелинейными регистрами сдвига // Автоматика и телемеханика. – М.: Наука. – 1989. – № 10. – С. 167-172.

7. Барашко А. С. Характеристическая функция нелинейного сигнатурного анализатора // Электронное моделирование. – 2000. – Т. 22, № 6. – С. 59-65.

8. Барашко А. С. Об одной гипотезе, касающейся нелинейных аналогов примитивных сигнатурных анализаторов // Электронное моделирование. – 2000. – Т. 22, № 6. – С. 84-89.

9. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 576 с.

10. Муттер В.М. Основы помехоустойчивой телепередачи информации. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 288 с .

11. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки. – М.: Мир, 1976. – 594 с.

12. А.с. 1481769 СССР. Сигнатурный анализатор. Сафаров С.И., Кл. G 06 F 11/26, Бюл. №19, 1989.

Поступила в редколлегию 7.03.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.И. Обод, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.