УДК 621.372.54

А.О. Левченко[1], М.І. Шпинковська[2]

[1]*Львівський інститут Сухопутних військ*
Національного університету «Львівська політехніка»
[2]*Одеський національний політехнічний університет*

АНАЛІЗ СТРУКТУР НЕРЕКУРСИВНИХ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ, ЯКІ СИНТЕЗОВАНІ РІЗНИМИ МЕТОДАМИ

У статті запропоновано мінімальні форми для нерекурсивного цифрового фільтру другого порядку, функції чотирьох змінних із використанням багатовимірного куба та методом Квайна–Мак-Класкі. Наведено мінімальну форму для загального випадку НЦФ другого порядку для функції шести змінних методом Квайна–Мак-Класкі. Для ефективного відбору структур передаточних функцій НЦФ із найменшою кількістю множників розглянуто мінімальну нормальну форму їх представлення.

нерекурсивні цифрові фільтри другого порядку, досконала диз`юнктивна нормальна форма фільтра, логічні функції, булеві функції

Вступ

Постановка задачі. Системи обробки інформації є невід'ємною складовою сучасних систем озброєння. Прикладом практичного застосування подібних систем є збирання інформації первинних перетворювачів для подальшого узагальнення та обробки. Нерекурсивні цифрові фільтри (НЦФ) є важливою частиною систем збирання інформації [1], тому в межах загальної проблеми синтезу систем обробки інформації заходи по вдосконаленню процедур одержання НЦФ є вельми актуальними.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В роботі [1] обґрунтована можливість застосування логічних функцій у синтезі нерекурсивних цифрових фільтрів Відповідно [2] матриця усіх можливих передаточних функцій гілок НЦФ другого порядку та визначник цієї матриці – передаточна функція фільтру виглядає у такий спосіб:

$$\begin{vmatrix} z^{-1} & 1 & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 1 \\ t_{31} & t_{32} & z^{-1} \end{vmatrix} = t_{22} \cdot z^{-2} - (t_{32} + t_{21}) \cdot z^{-1} + t_{31},$$

де t_{ij} – передаточна функція гілки НЦФ; z^{-1} – передаточна функція гілки НЦФ із затримкою.

В [2] також показано можливість використання нормальних форм алгебри логіки для одержання структур НЦФ. Для цього описано два підходи зведення до досконалої диз`юнктивної нормальної форми (ДДНФ): аксіоматичний та конструктивний. Тобто, для побудови структур НЦФ із заданою кількістю елементів передач гілок без затримки t_{ij} в [1, 2] знайдено ДДНФ передаточної функції НЦФ

$$\Re_1 = t_{22} \wedge (t_{21} \vee t_{32}) \wedge t_{31} = t_{21} \wedge t_{22} \wedge t_{31} \wedge t_{32} \vee$$
$$\vee\ t_{21} \wedge t_{22} \wedge t_{31} \wedge \overline{t_{32}} \vee \overline{t_{21}} \wedge t_{22} \wedge t_{31} \wedge t_{32}. \qquad (1)$$

Мета роботи полягає в порівняння процедур одержання структур НЦФ з використанням логічних функцій: зведення синтезу структур до мінімізації булівої функції, тобто представлення її в диз'юнктивній нормальній формі (ДНФ), яка містить найменшу кількість літералів (букв-змінних і їх заперечень) двома можливими способами.

Основний матеріал

Перший спосіб. Кожній вершині 4-мірного куба можна поставити у відповідність конституенту одиниці. Отож, підмножина помічених вершин є відображення на чотиримірному кубі булівої функції.

На рис. 1 зображено таке відображення для функції $\Re_1$ від чотирьох змінних. Встановлюється відповідність між трьома мінітермами четвертого рангу функції $\Re_1$ та елементами 4-мірного куба (це три жирні точки під номерами 8, 15 та 16). Мінітерм 3-го рангу можна розглядати як результат склеювання двох мінітермів 4-ого рангу (двох конституент одиниці). На 4-мірному кубі це відповідає заміні двох суміжних вершин ребром, яке сполучає ці вершини. Вершини під номерами 8 ($t_{21}\, t_{22}\, t_{31}\, t_{32}$) та 16 ($t_{21}\, t_{22}\, t_{31}\, t_{32}$) сполучає ребро ($t_{22}\, t_{31}\, t_{32}$). Отже ребро $t_{22}\, t_{31}\, t_{32}$ покриває інцидентні йому вершини. Ребро $t_{21}\, t_{22}\, t_{31}$ покриває вершини $t_{21}\, t_{22}\, t_{31}\, \overline{t_{32}}$ та $t_{21}\, t_{22}\, t_{31}\, t_{32}$. Мінітермам третього рангу відповідають ребра куба $t_{21}\, t_{22}\, t_{31}$ та $t_{21}\, t_{22}\, t_{31}$. ДНФ для $\Re_1$ відображається на 4-мірному кубі трьома 0-кубами (вершинами) та двома 1-кубами (ребрами), які покривають усі вершини відповідні конституентам одиниці даної ДДНФ. Ця сукупність трьох вершин та двох ребер утворює покриття функції $\Re_1$. Мінімальне покриття досягається якщо кількість кубів щонайменша, а їх розмір найбільший. У даному випадку два менше трьох (кількість кубів), а один більше нуля (розмірність). Тому мінімальним покриттям будуть два ребра, а мінімальною ДНФ буде

$$\Re_1 = t_{21}\, t_{22}\, t_{31} \vee t_{22}\, t_{31}\, t_{32}. \qquad (2)$$

Другий спосіб. Застосовано метод Квайна–Мак-Класки для мінімізації функції $\Re_1$. Множині конституент одиниці відповідає сукупність 0-кубів K^0

$$K^0 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{Bmatrix}.$$

Операції склеювання відповідає об'єднання двох 0-кубів, які відрізняються тільки однією координатою. Порівнюючи попарно усі 0-куби можна дістати множину 1-кубів K^1. Склеюються перша з третьою конституентами одиниці та друга з третьою. Кожна з цих пар покривається кубом більшої розмірності (1-кубом)

$$K^1 = \begin{Bmatrix} x & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & x \end{Bmatrix}.$$

Складається таблиця покриття (табл. 1) множини простих імплікант Z, якому відповідає скорочена форма [3]

$$\Re_2 = t_{21}\, t_{22}\, t_{31} \vee t_{22}\, t_{31}\, t_{32}$$

Таблиця 1

Покриття Z

Z \ K_0				0 1 1 1	1 1 1 0	1 1 1 1
x	1	1	1	+		+
1	1	1	x		+	+

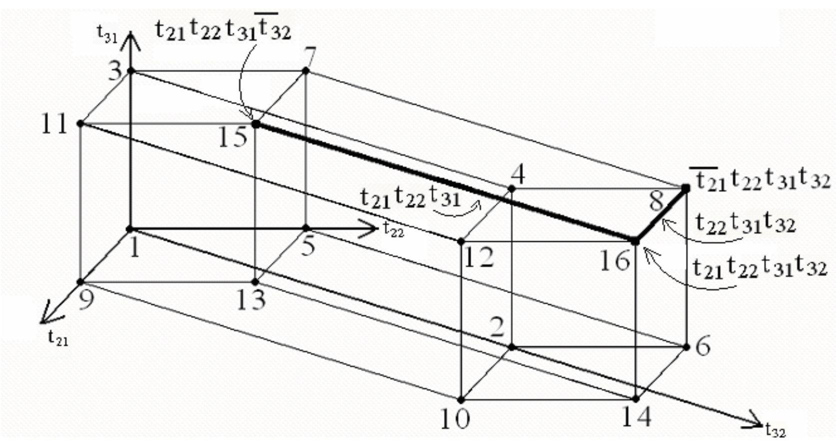
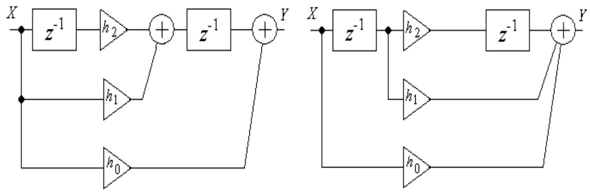


Рис. 1. Мінімальне покриття функції $\Re_1$ на чотиримірному кубі

Двом екстремалям відповідають мінітерми $t_{21}\,t_{22}\,t_{31}$ та $t_{22}\,t_{31}\,t_{32}$. Ці дві екстремалі утворюють покриття функції мінімальна форма якої має вигляд $\Re_2$. У даному випадку скорочена форма виявилася і мінімальною формою.

Отже для фільтру другого порядку згідно з (1) маємо три структури НЦФ (рис. 2, а, б), що відповідають наборам 8 та 15 (згідно рис. 1). Набір 16 має надлишкову кількість множників, тому третя структура не представлена.



а б

Рис. 2. Структури НЦФ 2 порядку

Для формули, що містить 6 початкових висловлених змінних відповідна ДДНФ буде мати 15 доданків, серед яких десять мають по три множника без заперечень, п'ять доданків по чотири множника без заперечень. Поміж них вже знайомі три доданки (1), а саме ДДНФ для $\Re_1$. Множині конституент одиниці відповідає сукупність 0-кубів K^0

$$K^0=\left\{\begin{array}{cccccccccc:ccccc}
0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&1&1\\
0&0&0&1&1&1&0&0&1&1&1&1&1&0&1\\
0&1&1&0&1&1&1&1&0&0&0&1&1&1&0\\
1&1&1&0&0&1&0&1&0&1&1&1&1&1&1\\
1&0&1&1&0&0&1&0&1&0&1&0&1&1&1\\
1&1&0&1&1&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0
\end{array}\right\}.$$

Приведення до найкоротшої форми здійснюється послідовним застосуванням операції склеювання. Операції склеювання відповідає об'єднання двох 0-кубів, які відрізняються тільки однією координатою. Склеюються перша з одинадцятою конституентами одиниці, друга з дванадцятою, третя з тринадцятою та з чотирнадцятою, четверта з одинадцятою тощо. Кожна з цих пар покривається кубом більшої розмірності (1-кубом).

Порівнюючи попарно усі 0-куби можна дістати множину 1-кубів, K^1:

$$K^1=\left\{\begin{array}{cccccccccccc}
0&0&0&x&0&0&0&0&1&1&1&1\\
x&x&x&0&1&1&1&1&0&0&1&1\\
0&1&1&1&0&1&1&1&1&1&0&0\\
1&1&1&1&x&x&1&1&x&1&x&1\\
1&0&1&1&1&0&0&x&1&x&1&x\\
1&1&0&0&1&1&x&0&0&0&0&0
\end{array}\right\}.$$

В виразі x позначає місце склеювання.

Складається таблиця покриття Z (табл. 2), якому відповідає скорочена форма. Далі добуваються екстремалі.

Таблиця 2

Покриття Z

Z \ K_0		3.	3.	13.
		0 0 1 1 1 0	0 1 1 1 0 0	0 1 1 1 1 0
3. (3/13)	0x1110	+		+
4. (3/14)	x01110	+		
7. (6/12)	01110x		+	
8. (6/13)	0111x0		+	+

Скорочена форма утримує 5·12 =6 0 літералів. Потім утворюється мінімальне покриття. Одна з мінімальних форм має вигляд

$$t_{11}\,\overline{t_{22}}\,t_{13}\,t_{32}\,t_{33}\vee\overline{t_{11}}\,t_{22}\,t_{13}\,\overline{t_{32}}\,t_{33}\vee\overline{t_{11}}\,t_{12}\,\overline{t_{22}}\,t_{32}\,t_{33}\vee$$
$$\vee\overline{t_{11}}\,t_{12}\,t_{22}\,\overline{t_{32}}\,t_{33}\vee t_{11}\,\overline{t_{12}}\,t_{22}\,t_{32}\,\overline{t_{33}}\vee t_{11}\,\overline{t_{12}}\,t_{22}\,t_{13}\,\overline{t_{33}}\vee$$
$$\vee t_{11}\,t_{12}\,\overline{t_{22}}\,t_{32}\,\overline{t_{33}}\vee t_{11}\,t_{12}\,\overline{t_{22}}\,t_{13}\,\overline{t_{33}}\vee$$
$$\vee t_{11}\,t_{22}\,t_{13}\,t_{32}\,\overline{t_{33}}\vee\overline{t_{11}}\,t_{12}\,t_{22}\,t_{13}\,\overline{t_{33}}.$$

У ДДНФ було 6·15 = 90 літералів. А мінімальна форма утримує 5·10 = 50 літералів.

Висновки та напрями подальших досліджень

У роботі знайдено мінімальні форми для НЦФ другого порядку функції чотирьох змінних, з використанням багатовимірного куба та методом Квайна -Мак-Класкі. Узагальнено цю процедуру для всіх НЦФ другого порядку функції шести змінних, методом Квайна – Мак-Класкі. Для ефективного відбору структур передаточних функцій НЦФ із найменшою кількістю множників розглянуто мінімальні ДНФ. Наведено приклади одержаних структур другого порядку. Одержані результати можуть бути використані у побудові НЦФ високих порядків.

Список літератури

1. Шпинковська М.І., Ганцева О.В Застосування логічних функцій у синтезі нерекурсивних цифрових фільтрів // Матеріали другої міжн. науковоНТК "Сучасні інформаційні технології в освіті та промисловості". − Миколаїв: УДМТУ, 2003. − С. 71-73.

2. Шпинковська М.І., Ганцева О.В., Войтенко О.В. Використання нормальних форм алгебри логіки для одержання структур НЦФ // Тези доповідей 38-ої НК "Сучасні інформаційні технології те телекомунікаційні мережі". − Одеса: ОНПУ. – 2003. − С. 49.

3. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – К..: Техніка, 1975. – 768 с.

Надійшла до редколегії 22.02.2007

Рецензент: канд. техн. наук А.В. Куприненко, Інститут Сухопутних військ Національного університету «Львівська політехніка», Львів.