

УДК 519.688

Е.А. Брилевская, А.Э. Заволодько

*Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»***ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО КОЛИЧЕСТВА ЗАДАНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С УЧЕТОМ ИХ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ К РАЗЛИЧНЫМ КАТЕГОРИЯМ ДЛЯ МАКСИМАЛЬНОГО ЗАПОЛНЕНИЯ ОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЕЙ**

*В статье рассматривается разработка модуля системы, позволяющего определять такое количество заданных пользователем геометрических объектов, которое позволило бы минимизировать незанятую ими ограниченную область. При расположении элементов учитывается их принадлежность к различным категориям и пожелания пользователя.*

*оптимизация, геометрический объект, ограниченная область, вязание, расположение узоров*

**Введение**

**Постановка задачи.** В различных областях промышленности возникает задача, связанная с определением такого количества заранее заданных входных элементов и расположении их таким образом, чтобы они покрывали всю площадь ограниченной области произвольной формы и располагались либо в соответствии с заданными условиями, либо в соответствии с существующими критериями. В работе изложен метод минимизации незанятой элементами области произвольной формы при заданных элементах, на которые накладываются определенные ограничения, и количество которых может изменяться.

**Анализ литературы.** При создании малоотходных и безотходных технологий важная роль уделяется задаче размещения в ограниченной области  $\Omega$  объектов  $\{S_i\}_n$  так, чтобы требования, предъявляемые к размещению этих объектов, выполнялись наилучшим образом [1]. Основными трудностями при решении данной задачи является формализация ограничений геометрического характера, а именно, условия взаимного непересечения геометрических объектов и условия размещения объектов в какой-либо области. В решении проблемы описания условий взаимного непересечения объектов внесли такие ученые, как Ю.Г. Стоян, М.И. Гиль [1]. Существует множество методов, позволяющих решать оптимизационные задачи различных типов [2 – 5]. Однако учет только условий непересечения и размещения геометрических объектов не позволяет охватить весь спектр задач, возникающих на практике. Например, если количество каждого из геометрических объектов может меняться, необходимо учесть дополнительные ограничения.

**Цель статьи.** Оптимизация – целенаправленная деятельность, заключающаяся в получении наилучших результатов при соответствующих условиях [2]. Рассмотрим применение данной оптимизационной задачи применительно к моделированию заполнения выкроек узорами в ручном вязании. Задача

заключается в том, чтобы расположить на выкройке такое количество выбранных узоров и таким образом, чтобы площадь, незанятая ими, была минимальной, и выполнялись условия, накладываемые на каждый из узоров в отдельности.

**Основная часть**

При постановке задачи оптимизации необходимо [2]: 1) наличие объекта оптимизации и цели оптимизации; при этом формулировка каждой задачи оптимизации должна требовать экстремального значения лишь одной величины, т.е. одновременно системе не должно приписываться два и более критериев оптимизации, так как практически всегда экстремум одного критерия не соответствует экстремуму другого; 2) наличие ресурсов оптимизации, под которыми понимают возможность выбора значений некоторых параметров оптимизируемого объекта; объект должен обладать определенными степенями свободы – управляющими воздействиями; 3) возможность количественной оценки оптимизируемой величины, поскольку только в этом случае можно сравнивать эффекты от выбора тех или иных управляющих воздействий; 4) учет ограничений.

Каждая выкройка имеет размеры и форму, различающиеся от того, для какого изделия и какой модели изделия она была сконструирована. На выкройке располагаются узоры, которые обозначим массивом  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ , которые выбирает пользователь для расположения на выкройке. Для удобства, задачу можно подразделить на две.

1. Выбор узоров, их точного количества и расположения на выкройке. В этом случае задача сводится к выполнению этого запроса и выводу результата пользователю. При этом осуществляются проверки: а) площадь заданных узоров не превышает площадь выкройки; б) узоры занимают всю площадь выкройки.

Если не выполняются данные условия, происходит инициализация новых параметров.

2. Выбор узоров, которые пользователь желает видеть на готовом изделии. При этом не задается их

количество и размещение на выкройке. В этом случае задача сводится к подбору такого количества заданных узоров, чтобы площадь, не занятая ими, была минимальной. Представлено множество вариантов расположения уже оптимального количества узоров на выкройке. При размещении узоров учитывается их принадлежность к различным категориям.

В процессе изучения данной предметной области [6 – 8] было выделено несколько критериев классификации, в соответствии с которыми узоры принадлежат к тем или иным категориям: а) узоры по типу рисунка; б) узоры по условиям размещения; в) узоры по совместимости; г) узоры по сочетанию цветов.

При классификации узоров по типу рисунка выделены такие категории, как простые узоры, косы, ажурные узоры и резинки.

Классификация узоров по условиям размещения – это положение узоров на выкройке относительно всей композиции. Выделены такие категории, как центральные, основные и вспомогательные узоры. Многие узоры могут одновременно принадлежать к нескольким из этих категорий. Поэтому по принадлежности к каждой категории для узора определяются веса, в сумме дающие единицу. Задачу определения весов решает эксперт в данной предметной области.

Классификация узоров по совместимости – это возможность взаимодополняющего размещения узоров. Совместимость узоров может быть представлена в виде массивов  $U = \{A_i, A_j, B\}$ , где  $A_i$  и  $A_j$  –  $i$ -й и  $j$ -й узоры,  $B$  – вес совместимости данных узоров. Количество массивов  $U$  равно  $m \cdot m$ , где  $m$  – общее количество узоров.

Классификация узоров по сочетанию цветов – это возможность взаимодополняющего размещения узоров определенных цветов. Сочетание цветов узоров может быть представлено в виде массивов  $Z = \{C_i, C_j, E\}$ , где  $C_i$  и  $C_j$  –  $i$ -й и  $j$ -й цвета,  $E$  – вес совместимости данных цветов. Количество массивов  $Z$  равно  $k \cdot (k - 1)$ , где  $k$  – общее количество цветов.

Любой оптимизируемый объект можно схематично представить [2] (рис. 1,  $\bar{A}$  – контролируемые входные параметры;  $\bar{X}$  – регулируемые входные (управляющие) параметры;  $\bar{Y}$  – выходы объекта).



Рис. 1. Схема оптимизируемого объекта

Объектом оптимизации является выкройка заполненная рисунками. Каждая выкройка имеет форму произвольного многоугольника. Для упрощения задачи допускаем, что выкройка имеет форму прямоугольника длиной  $l$  и высотой  $h$ . Тогда ее площадь  $S$  вычисляется по формуле:

$$S = h \cdot l. \quad (1)$$

Каждый узор имеет свои неизменные характеристики  $A = \{W, H\}$ , где  $W$  – ширина узора,  $H$  – началь-

ная высота узора. Ширина узора неизменна, а высота может меняться. Конечная высота узоров описывается массивом  $Hight = \{h_{t_1}, h_{t_2}, \dots, h_{t_m}\}$ . При этом высота каждого узора должна удовлетворять условию:

$$D^H = \{(Hight): h_{t_i} \leq h, 1 \leq i \leq m\}. \quad (2)$$

Управляющими параметрами будет множество значений  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ , обозначающих количество узоров  $A_i$ .

Управления должны удовлетворять следующим условиям, представляющим собой множество допустимых управлений  $D$ :

$$D^X = \left\{ (\bar{X}) : \sum_{i=1}^m x_i \cdot W_i \leq l; x_i \geq 1 \right\}. \quad (3)$$

Площадь выкройки, заполненная узорами, вычисляется по формуле:

$$S^P = \sum_{i=1}^m x_i \cdot W_i \cdot h_{t_i}. \quad (4)$$

Критерием оптимальности называется количественная оценка оптимизируемого качества объекта [2]. Площадь выкройки, не занятая узорами, вычисляется по следующей формуле, которая и является критерием оптимальности:

$$S^f = S - S^P = h \cdot l - \sum_{i=1}^m x_i \cdot W_i \cdot h_{t_i}. \quad (5)$$

На основании выбранного критерия оптимальности составляем целевую функцию, представляющую собой зависимость критерия оптимальности от параметров, влияющих на ее значение (2), (3) [2]. Так как задача состоит в минимизации площади выкройки, не занятой узорами, то целевая функция

$$f(\bar{X}) = \min_{x_i \in D^X; h_{t_i} \in D^H} S - \sum_{i=1}^m x_i \cdot W_i \cdot h_{t_i}. \quad (6)$$

Необходимо найти оптимальные управления  $x^* \in D^X$  и  $h_{t_i}^* \in D^H$ , доставляющие экстремум (а именно, минимум) критерию  $f(\bar{X})$ , определенному на множествах (2) и (3).

## Выводы

В результате проведенных исследований достигнута основная цель работы – разработан подход к повышению эффективности использования ресурсов в процессе изготовления изделия ручной вязки путем решения задачи минимизации незанятой узорами площади выкройки вязаного изделия при заданных узорах, обладающих определенными управляющими параметрами. Данный подход может быть использован при исследовании других предметных областей. Так, математическую модель нахождения оптимального количества элементов для заполнения ограниченных областей можно использовать для эффективного использования отходов от основного производства в легкой промышленности, при изготовлении плоских изделий из листов металла и других материалов.

### Список литературы

1. Стоян Ю.Г., Гиль Н.И. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов. – К.: Наук. думка, 1976. – 247 с.
2. Дистанционный курс обучения по дисциплине «Методы оптимизации». [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: <http://dl.sumdu.edu.ua/e-pub/mo/index.html>.
3. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.
4. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983. – 384 с.
5. Харгистов Б.Ф. Методы оптимизации: Учебное пособие. – Таганрог: ТРТУ, 2004. – 140 с.
6. Максимова М.В. Азбука вязания. – М.: Легпромбытиздат, 1986. – 224 с.
7. Крейн С.А. В'язання спицями. – К.: Техніка, 1971. – 112 с.
8. Хазан Е.М. Технологія та обробка деталей в'язаних виробів. – К.: Техніка, 1975. – 232 с.

Поступила в редколлегию 11.04.2007

**Рецензент:** канд. техн. наук, проф. С.А. Соколов, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.