

УДК 621.371

Е.И. Вдовиченко

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОЩНОСТИ СИГНАЛА, ОТРАЖЕННОГО ФЛУКТУИРУЮЩИМ ОБЪЕКТОМ ПРИ РЕТРАНСЛЯЦИОННОМ МЕТОДЕ ДИАГНОСТИКИ

Характеристики системы, предназначенной для прецизионных измерений и контроля технологических параметров, получены применительно к работе по точечному объекту с постоянной и флуктуирующей отражательной способностью.

ретранслятор, отражатель, эффективная площадь рассеяния, закон распределения, ретрансляционный метод

Введение

При анализе дальности радиолокационного наблюдения интересует вопрос о мощности отраженного сигнала и законах ее флуктуации.

Предложенный в [1] ретрансляционный метод измерения имеет ряд преимуществ перед обычным радиолокационным способом при СВЧ измерениях. Его применение можно сделать эффективнее за счет учета статистических характеристик сигнала.

Как известно [2], наиболее полно статистические свойства объекта описываются законами распределения, которые для радиолокационного метода достаточно хорошо изучены.

В [3] были получены распределения амплитуды сигнала, отраженного флуктуирующим отражателем при ретрансляционном методе измерения, однако в работах, посвященных данному методу, отсутствуют сведения о распределении мощности, которое должно учитываться при диагностике.

Полученные в [3] статистические характеристики параметров сигнала ретрансляционного измерителя не содержат плотности распределения квадрата амплитуды, или мощности, выделяемой на сопротивлении R .

Представленные в [5] плотности распределения мощности сигнала отраженного точечным флуктуирующим отражателем получены методом статистических испытаний, путём моделирования, на компьютере математических моделей принимаемого сигнала ретрансляционного измерителя. Отсутствие строгой формализации полученных результатов не позволяет использовать наработанный математический аппарат при работе со статистическими характеристиками.

В данной работе, воспользовавшись распределением для амплитуд, установим закон распределения плотности вероятности для мощности результирующего сигнала.

1. Дифференциальный закон распределения вероятностей мощности сигнала

Мощность результирующего сигнала, выделяемая на сопротивлении R :

$$P_{r\Sigma} = \frac{U_{r\Sigma}^2}{R}. \quad (1)$$

Используя соотношение (1) и пользуясь распределением для амплитуды

$$f(U_{r\Sigma}) = \frac{1}{k_{sl}^2 U_t \sigma_{var} k_{tf}} \cdot e^{-\frac{\sigma_{const}}{\sigma_{var}} \times \frac{U_{r\Sigma}}{k_{tf} k_{sl}^2 U_t \sigma_{var}}} \cdot I_0 \left(\frac{2\sqrt{U_t U_{r\Sigma} \sigma_{const}}}{\sqrt{k_{tf} k_{sl} U_t \sigma_{var}}} \right), \quad (2)$$

определим плотность распределения мощности сигнала. В соответствии с общей формулой [2]:

$$g(y) = f(\psi(y)) \cdot |\psi'(y)|. \quad (3)$$

Функция $\psi(y)$ – это функция, обратная функции (1). Запишем её:

$$U_{r\Sigma} = \psi(P_{r\Sigma}) = \sqrt{R P_{r\Sigma}}. \quad (4)$$

Производная от этой функции:

$$\psi'(P_{r\Sigma}) = \frac{R}{2 \cdot \sqrt{R P_{r\Sigma}}}. \quad (5)$$

Подставим (4) и (5) в (3) и получим

$$f(P_{r\Sigma}) = \frac{1}{2\sqrt{P_{r\Sigma}} \cdot k_{sl}^2 U_t \sigma_{var} k_{tf} \frac{1}{\sqrt{R}}} \cdot e^{-\frac{\sigma_{const}}{\sigma_{var}} \times \frac{\sqrt{P_{r\Sigma}}}{k_{tf} k_{sl}^2 U_t \sigma_{var} \frac{1}{\sqrt{R}}}} \cdot I_0 \left(\frac{2\sqrt{\sqrt{P_{r\Sigma}} \cdot \sigma_{const}}}{\sqrt{k_{tf} U_t k_{sl} \frac{1}{\sqrt{R}} \sigma_{var}}} \right). \quad (6)$$

На рис. 1 приводятся кривые распределения (б), построенные для σ_{const} .

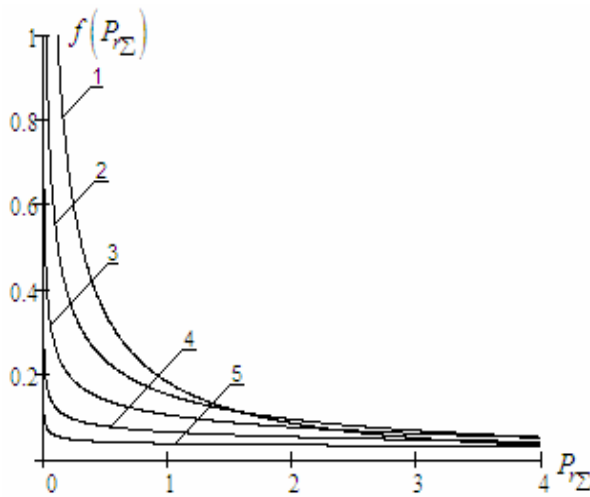


Рис. 1. Дифференциальный закон распределения мощности

Параметры k_{sl} , U_t , k_{tf} , σ_{var} берутся равными единице. Кривая 1 на рис. 1 построена при $\sigma_{const} = 0$. При отсутствии стабильной составляющей закон распределения мощности соответствует квадрату экспоненциального закона. Кривая 2 построена при $\sigma_{const} = 1$, кривая 3 – при $\sigma_{const} = 2$, кривая 4 – при $\sigma_{const} = 3$, кривая 5 – при $\sigma_{const} = 4$.

Оценим сходимость полученного теоретического распределения мощности с распределением, полученным в результате вычислительного эксперимента на компьютере по критерию согласия Пирсона.

На рис. 2 в виде гистограммы представлена экспериментальная плотность распределения мощности при $\sigma_{const} = 1$.

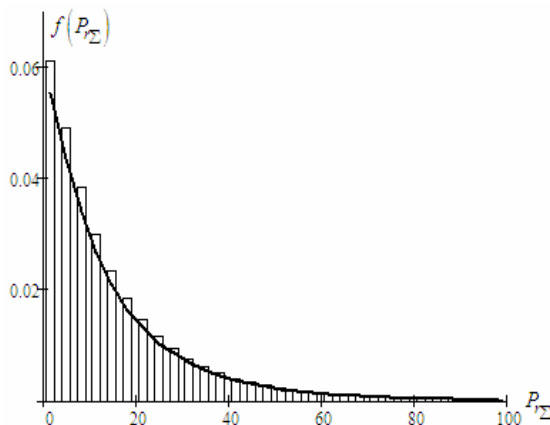


Рис. 2. Плотности вероятностей мощности сигнала при $\sigma_{const} = 5$

На рисунке показано, как теоретическая кривая накладывается на экспериментальную гистограмму.

В табл. 1 представлены значения χ^2 и вероятности, с которой сходятся экспериментальные и теоретические зависимости при различных значениях σ_{const} . По таблице видно, что экспериментальные распределения выравниваются с помощью полученного теоретического распределения с очень высокой согласованностью.

Таблица 1

Оценивание сходимости по критерию согласия Пирсона

σ_{const}	2	3	4	5
χ^2	0,028	0,0159	0,0075	0,003
p	0,87	0,9	0,93	0,96

2. Интегральный закон распределения вероятностей мощности сигнала

Интегральный закон распределения мощности имеет вид:

$$F(P_{r\Sigma}) = e^{-\frac{\sqrt{P_{r\Sigma} R} + k_{tf} k_{sl}^2 U_t \sigma_{const}}{k_{tf} k_{sl}^2 U_t \sigma_{var}}} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\sqrt{P_{r\Sigma} R}}{k_{tf} k_{sl}^2 U_t \sigma_{const}} \right)^{\frac{n}{2}} \cdot I_n \left(\frac{2\sqrt{P_{r\Sigma} R} \cdot \sigma_{const}}{\sqrt{k_{tf} U_t k_{sl} \sigma_{var}}} \right) \right] \quad (7)$$

На рис. 3 приводятся кривые распределения (7), построенные для различных значений σ_{const} . Как и при дифференциальном распределении, параметры k_{sl} , U_t , k_{tf} , σ_{var} также берутся равными единице. Кривая 1 построена при $\sigma_{const} = 0$, кривая 2 – при $\sigma_{const} = 1$, кривая 3 – при $\sigma_{const} = 2$, кривая 4 – при $\sigma_{const} = 3$, кривая 5 – при $\sigma_{const} = 4$.

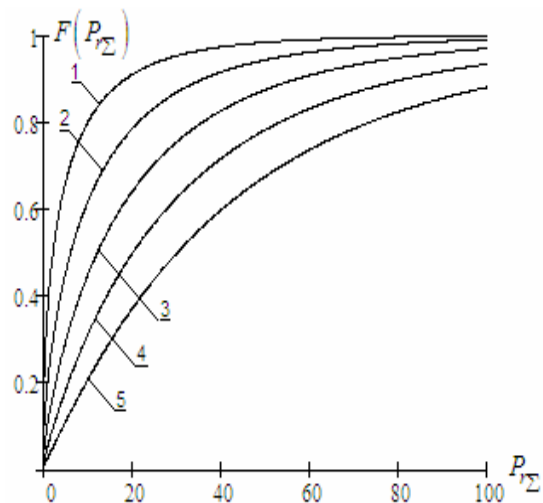


Рис. 3. Интегральный закон распределения мощности

3. Начальные моменты распределения мощности сигнала

Определим начальные моменты распределения мощности:

$$m_k = \int_0^{\infty} P_{\Gamma\Sigma}^k W(P_{\Gamma\Sigma}) dP_{\Gamma\Sigma}; \quad (8)$$

$$m_k = \int_0^{\infty} \frac{P_{\Gamma\Sigma}^{k-\frac{1}{2}}}{2k_{sl}^2 U_t \sigma_{var} k_{tf} \frac{1}{\sqrt{R}}} \cdot e^{-\frac{\sigma_{const}}{\sigma_{var}} \times \frac{\sqrt{P_{\Gamma\Sigma}}}{k_{tf} k_{sl}^2 U_t \sigma_{var} \frac{1}{\sqrt{R}}}} \times I_0 \left(\frac{2\sqrt{\sqrt{P_{\Gamma\Sigma}} \cdot \sigma_{const}}}{\sqrt{k_{tf} U_t k_{sl} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{R}} \sigma_{var}}}} \right) dP_{\Gamma\Sigma}.$$

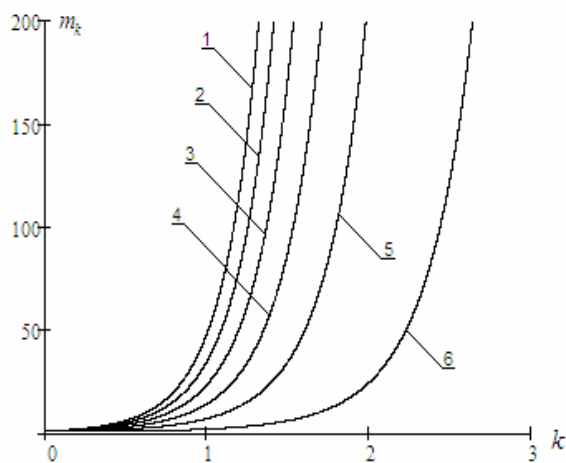


Рис. 4. Зависимости начальных моментов мощности при вариации σ_{const}

Используя формулу из приложения V [2]:

$$\int_0^{\infty} t^{\mu-1} I_\nu(\alpha t) e^{-\beta^2 t^2} dt = \frac{\Gamma\left(\frac{\mu+\nu}{2}\right) \left(\frac{\alpha}{2\beta}\right)^{\frac{\alpha^2}{4\beta^2}}}{2\beta^\mu \Gamma(\nu+1)} \times {}_1F_1\left(\frac{\nu-\mu}{2}+1, \nu+1, -\frac{\alpha^2}{4\beta^2}\right), \quad (9)$$

начальные моменты мощности сигнала определяются по формуле:

$$m_k = \left(k_{tf} k_{sl}^2 U_t \sigma_{var} \frac{1}{\sqrt{R}}\right)^{2k} \times \Gamma(2k+1) \cdot {}_1F_1\left(-2k, 1, -\frac{\sigma_{const}}{\sigma_{var}}\right), \quad (10)$$

где ${}_1F_1(a, b, c)$ – вырожденная гипергеометрическая функция; $\Gamma(x)$ – гамма функция.

На рис. 4 приводятся зависимости начальных моментов мощности при вариации σ_{const} . Кривая 1 построена при $\sigma_{const} = 5$, кривая 2 – при $\sigma_{const} = 4$, кривая 3 – при $\sigma_{const} = 3$, кривая 4 – при $\sigma_{const} = 2$, кривая 5 – при $\sigma_{const} = 1$, кривая 6 – при $\sigma_{const} = 0$.

Выводы

Распределение мощности сигнала на линейном выходе ретрансляционного измерителя, работающего по флуктуирующим объектам, отличается от распределения на выходе радиолокационного измерителя. Получены формулы, описывающие дифференциальный и интегральный закон распределения мощности сигнала ретрансляционного измерителя. Получена формула, определяющая начальные моменты распределения мощности. Полученные результаты позволят применять наработанный математический аппарат для анализа и синтеза ретрансляционных измерителей, работающих в условиях интенсивной помеховой обстановки. При отсутствии стабильной составляющей закон распределения мощности сигнала соответствует квадрату экспоненциального закона.

Список литературы

1. Величко А.Ф., Величко Д.А. Ретрансляционный метод измерения и подавления помеховых отражений при непрерывном излучении с частотной модуляцией. – К.: Известия высших учебных заведений «Радиоэлектроника». – 1998. – Т. 41, № 11. – С. 3-12.
2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники // Книга первая. – М.: Сов. радио, 1966. – 728 с.
3. Вдовиченко Е.И., Величко Д.А., Величко А.Ф. Распределение параметров сигнала ретрансляционного измерителя при флуктуациях отражателя // Радиотехника. – Х.: ХНУРЭ, 2007. – Вып. 150. – С. 137-141.
4. Фалькович С.Е., Костенко П.Ю. Основы статистической теории радиотехнических систем: Учеб. пособие. – Х.: НАКУ «ХАИ», 2005. – 390 с.
5. Вдовиченко Е.И. Сравнительный анализ флуктуаций мощностей сигналов радиолокационного и ретрансляционного измерителей // Материалы первой международной научной конференции «Глобальные информационные системы. Проблемы и тенденции развития». – Туапсе, Х.: ХНУРЭ, 2006. – С. 476-477.

Поступила в редколлегию 17.04.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.И. Чумаков, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.