

Е.Е. Занимонский, А.В. Омельченко

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина
Харьковский национальный университет радиоэлектроники***ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭФФЕКТОВ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИИ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ***Рассматривается возможность многократного повторения измерений и оценивается неопределенность измерения ускорения силы тяжести по модуляции частоты высокостабильного генератора при периодическом движении в гравитационном поле.**измерения, гравитационный потенциал, неопределенность, вариация Аллана, стандарт частоты***Введение**

Постановка проблемы. Релятивистские эффекты (РЭ) возникают в физико-математических моделях, описывающих движение физических систем в гравитационном поле, при переходе от механики Ньютона к электродинамике Эйнштейна. Во временной области РЭ суть изменение темпа времени при движении системы и при изменении потенциала внешнего гравитационного поля. Первый эффект рассматривается в специальной (СТО), а второй – в общей теории относительности (ОТО), см. например, [1]. Эти эффекты учитываются при высокоточных измерениях, например в глобальных навигационных системах (ГНСС) [2].

Фундаментальные теоретические концепции не нашли применения в качестве основы прикладных измерительных экспериментов из-за относительной малости РЭ. Однако, достижения в области квантовой метрологии [3, 4] подготавливают технические средства для реализации новых возможностей использования РЭ. В настоящее время актуальной становится разработка соответствующих измерительных схем, эффективных алгоритмов накопления первичного массива данных и статистического выделения полезной информации.

Анализ литературы. Имеются публикации [5, 6], в которых предлагается использовать РЭ для измерения ускорения силы тяжести (УСТ). В работе [6] показано, что для определения, средней по высоте 10^2 м, величины УСТ с относительной погрешностью на уровне 10^{-6} , необходимо измерить изменение номинальной частоты сигнала 1,5 ГГц высокостабильного квантового стандарта с абсолютной погрешностью не более 10^{-10} Гц. Такие требования к точности измерения частот могут быть удовлетворены при условии использования, в качестве опорных, современных водородных и цезиевых генераторов, входящих в состав нескольких государственных стандартов времени и частоты. Пространственно разнесенные стандарты, должны быть связаны современными средствами синхронизации, в том числе спутниковыми.

Независимо от глобальных релятивистских экспериментов представляет интерес выполнение, по возможности, локальных измерений на основе РЭ.

Цель работы. Принципиально, для существенного уменьшения неопределенности измерения РЭ можно использовать накопление данных при многократных повторных измерениях в локальном эксперименте. Очевидно, что эксперименты с транспортировкой эталонов частоты (ЭЧ) на самолетах [7] или подъем эталона на гору не удастся выполнить многократно, чтобы набрать представительный статистический материал. Однако, периодическое движение эталона частоты с изменением высоты от единиц до сотни метров – вполне реально может быть организовано. Классический мысленный эксперимент с движущимся лифтом может быть реализован при установке эталона в его кабине. Передача сигнала от эталона в лифте к неподвижному стандарту частоты и времени не вызовет принципиальных трудностей. Еще одним вариантом реализации мысленного эксперимента может быть использование «колеса обозрения», например, колеса «Глаз Лондона» имеющего диаметр 135 метров [8].

Изложение основного материала

Рассмотрим эксперимент с размещением подвижного ЭЧ на колесе обозрения. Алгоритм измерения частоты предельно прост. В момент времени, когда ЭЧ находится на уровне оси колеса, включается измерительное устройство и накопление данных в первом массиве выполняется до момента времени следующего положения на уровне оси. В этот момент накопление данных начинается во второй массив. Такой цикл повторяется при каждом обороте. Разность частот, $\Delta f = f_2 - f_1$, полученных по двум наборам данных является результатом измерения. Относительную разность частот можно представить в виде:

$$\Delta f/f = (f_2 - f_1)/f = (\overline{\varphi_2} - \overline{\varphi_1})/c^2,$$

где f – номинальное значение частоты сигнала на выходе подвижного ЭЧ; c – скорость света; $\overline{\varphi_1}$ и $\overline{\varphi_2}$ – средние значения потенциала гравитационного поля на верхнем и нижнем участках траектории движения.

С учетом разности средних высот $\Delta H = 4R/\pi$ участков траектории при вращении с постоянной средней скоростью колеса, радиусом R , среднее значение ускорения силы тяжести g , отнесенное к высоте расположения оси колеса:

$$g = (f_2 - f) / f \cdot (\pi c^2) / (4R).$$

Из этого выражения, представляющего собой релятивистскую модель, следует уравнение многократных измерений:

$$\langle g \rangle = \frac{\pi c^2}{4R} \left\langle \frac{f_2 - f_1}{f} + \frac{\delta f_2 - \delta f_1}{f} \right\rangle,$$

где δf_1 и δf_2 – погрешности измерения частоты на первом и втором интервалах в единичном цикле;

символ $\langle \rangle$ обозначает усреднение $\langle A \rangle = 1/N \sum_{i=1}^N A_i$ по выборке объема N .

Предполагаем, что отсутствует систематическая погрешность измерения, т.е. ЭЧ можно считать «хорошими» часами, измеряющими интервалы независимо от напряженности гравитационного поля. Атомные часы очень хороши с этой точки зрения [1]. Но таковыми не являются, например, маятниковые часы. Кварцевые генераторы являются «почти хорошими» так как под действием ускорения частота в первом приближении не изменяется. В зависимости от конструкции собственно кварцевого резонатора имеет место сдвиг частоты от $10^{-10}/g$ до $10^{-9}/g$ в относительном выражении [9]. Относительная неопределенность σ_g/g измерения УСТ:

$$\frac{\sigma_g}{g} \leq \frac{\sigma_R}{R} + \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{\sigma_{\Delta f}}{\Delta f},$$

где σ_R и $\sigma_{\Delta f}$ – неопределенности измерения расстояния от центра колеса до места расположения ЭЧ и разности частот.

Величина σ_R зависит от конструктивных особенностей колеса обозрения и на основании технической документации не может быть оценена на достаточном уровне. Поэтому необходимо предусмотреть выполнение измерений радиуса и (или) текущей высоты места расположения ЭЧ геодезическими методами [10], с неопределенностью один сантиметр и менее ($\sigma_R/R \approx 10^{-4}$). Алгоритм измерения с накоплением данных на двух равных последовательных интервалах времени с последующим вычитанием полностью совпадает с определением двухвыборочной вариации Аллана $\sigma_A(\tau)$, количественного описывающей нестабильность частоты в зависимости от времени усреднения τ [11]. С использованием этого параметра относительная неопределенность измерения разности частот примет вид:

$$\sigma_{\Delta f} / \Delta f = \sigma_A(\tau) \cdot 10^{14}.$$

Экспериментальная зависимость $\sigma_A(\tau)$ для водородного стандарта частоты, приведенная в [4], показана на рис. 1. На этом же рисунке отмечена зона статических экспериментов, например, рассмотренных в [5, 6], а также зона предлагаемых в настоящей работе кинематических экспериментов.

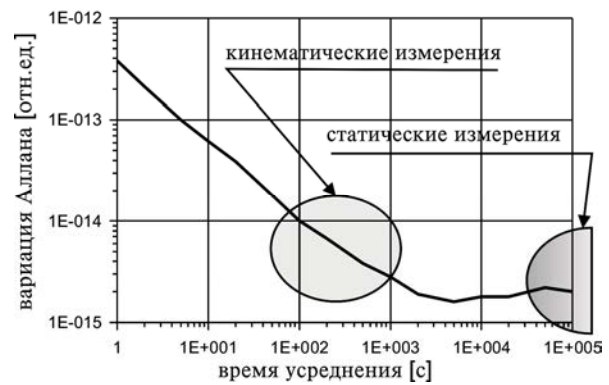


Рис. 1. Нестабильность частоты водородного мазера, выраженная как вариация Аллана

При времени усреднения 900 секунд, что равно половине периода обращения колеса «Глаз Лондона» $\sigma_A(900) \approx 3 \cdot 10^{-15}$ и относительная неопределенность измерения УСТ за один оборот может быть оценена величиной 0,3. За $N = 5 \cdot 10^5$ оборотов (в течение одного года) оценка уменьшается до $4 \cdot 10^{-3}$.

Выводы и перспективы дальнейших поисков

Полученная в настоящей работе оценка неопределенности измерения ускорения силы тяжести, с использованием релятивистского эффекта зависимости темпа времени от потенциала гравитационного поля, существенно больше, чем достигаемая в практике гравиметрии. Тем не менее, предложенный алгоритм многократных измерений принципиально допускает совершенствование. В частности может быть использован групповой эталон частоты, состоящий из современных малогабаритных атомных стандартов [3] и кварцевых генераторов, оптимизированных для получения минимальной нестабильности частоты в узком диапазоне времени измерения, согласованном с периодом движения системы в гравитационном поле.

Список литературы

1. Медведев Б.В. Начала теоретической физики. – М.: Наука, 1977. – 496 с.
2. Ashby, N. Relativity in the Global Positioning System // Living Rev. Relativity, 6, 2003 [Электрон ресурс]. – Режим доступа: <http://www.livin.greviews.org/Articles/>.
3. Chip-Scale Atomic Devices at NIST [Электрон ресурс]. – Режим доступа: <http://tf.nist.gov/ofm/smallclock/>.
4. Научн-техн. отчет АКЦ.КРТ.НТО/12-04. Физ. инт им. П.Н. Лебедева РАН [Электрон ресурс]. – Режим доступа: www.asc.rssi.ru/radioastron/documents/ntorapsrt.pdf
5. Shen W.B. Measuring geopotential difference between two points / Coordinates. Vol. 1, Issue 7, Dec. 2005. – P. 6-8.
6. Определение ускорения силы тяжести по изменению частоты электромагнитной волны в гравитационном поле / А.В. Прокопов, В.С. Соловьев, Е.М. Занимонский, Е.Е. Занимонский и др. // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 2007. – С. 84-88.
7. Hafele J.C., Keating R.E., Around – the world atomic clocks // Science. –1972. – V. 177. – P. 166, 168.

8. Колесо обозрения «Глаз Лондона» [Электрон ресурс]. – Режим доступа: <http://gbritan.akvilon.info/sights/>

9. Vig J.R. Introduction to Quartz Frequency Standards [Электрон ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ieee-uffc.org/freqcontrol/quartz/vig/vigtoc.htm>

10. Можливості визначення відносного ісцеположення з міліметровою точністю / Є. Клепфер, В. Иванов, В. Антонюк и др. // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 2004. – С. 384-390.

11. Allan D. Time and frequency (time-domain) characterization, estimation and prediction of precision clocks and oscillators // IEEE Trans. UFFC. – 1987. – Vol 34 (6). – P. 647-654.

Поступила в редколлегию 4.05.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.В. Руженцев, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.