

УДК 621.371 : 389

М.В. Москаленко

Национальный научный центр «Институт метрологии», Харьков

МЕТОДОЛОГИЯ ОЦЕНКИ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ НЕТОЧНОСТЬЮ УРАВНЕНИЯ (МОДЕЛИ) ИЗМЕРЕНИЙ

В статье рассматривается проблема оценки составляющей неопределенности результатов измерений, обусловленной неточностью уравнения (модели) измерений. Предложена методика оценки этой составляющей неопределенности результата измерений по типу Б. Рассмотрены примеры использования предложенной методики.

неопределенность, измерения, средства измерительной техники, оценка неопределенности измерений по типу Б

При аттестации методик выполнения измерений (далее – МВИ), а также при проведении высокоточных измерений большое значение имеет правильная постановка измерительной задачи, выбор соответствующего уравнения измерений. Неточность формулировки измерительной задачи и уравнения измерений приводит к дополнительным систематическим и случайным погрешностям измерений, а при расчете неопределенности измерений – к появлению составляющей неопределенности, обусловленной неточностью уравнения или модели измерений. С другой стороны, оценка составляющей погрешности (неопределенности), вносимой определенными параметрами модели измерений или отдельными составляющими уравнения измерений, позволяет, в случае необходимости, обоснованно упростить модель или уравнение измерений. В Руководстве по оценке неопределенности, а также в других документах по оценке неопределенности чаще всего не затрагива-

ются вопросы точности уравнения (модели) измерений, несмотря на то, что это может существенно повлиять на значение неопределенности измерений.

Целью данной статьи является формулировка подхода к оценке составляющей неопределенности результата измерений, обусловленной неточностью уравнения (модели) измерений. Какова ошибка, связанная с неточностью уравнения

$$Y = f(X) ? \quad (1)$$

Чтобы ответить на этот вопрос, в общем случае надо сформулировать исходные соотношения, из которых получено уравнение (1) и которые являются более точным описанием данной модели измерения. Соответственно, эти исходные соотношения позволят получить более точное уравнение измерений, которое будет включать в себя не только зависимость $f(X)$, а и еще некоторые слагаемые, которые и будут уточняющими для рассматриваемого уравнения (модели) измерений.

Для определения этих уточняющих членов уравнения измерений необходимо рассмотреть исходные соотношения для данной модели измерений с целью исследования упрощений, которые были сделаны при получении уравнения (1). Эти упрощения исходных соотношений будут иметь свое отражение в некоторых отброшенных (неучтенных) членах уравнения.

Следующим этапом после определения этих отброшенных (неучтенных) членов уравнения необходимо выделить из них те, которые наиболее существенно влияют на вид уравнения (1). Эти наиболее существенные неучтенные члены уравнения должны быть оставлены в восстановленном исходном уравнении, описывающем модель измерений, которое затем преобразуется в зависимость величины Y от величины X каким-либо из известных методов, например, методом последовательного приближения, методом Ньютона-Канторовича, методом малого параметра или медленно меняющегося параметра, ВКБ и др. [1]

Полученная из восстановленного исходного уравнения зависимость величины Y от величины X затем должна быть преобразована к виду

$$Y = f(X) + \varphi(X), \quad (2)$$

где в правой части, в отличие от уравнения (1), появляется дополнительное слагаемое, обусловленное учетом дополнительных членов в восстановленном исходном уравнении. Это слагаемое и будет определять искомую составляющую неопределенности (погрешности) уравнения измерений (1).

Оценим эту составляющую неопределенности измерений по типу Б. Для этого необходимо оценить требуемый диапазон изменения величины X и, вычисляя по известным формулам правой части (2), оценить диапазоны изменения величин $f(X)$ и $\varphi(X)$.

Далее, согласно Руководству по оценке неопределенности, принимаем, что величина $\varphi(X)$ в диапазоне от X_{\min} до X_{\max} распределена по равномерному закону (для оценки неопределенности по типу Б), тогда неопределенность u_B определяется следующим образом:

$$u_B = (\varphi(X)_{\max} - \varphi(X)_{\min}) / (2\sqrt{3}). \quad (3)$$

Особо следует отметить, что если полученное уравнение (2) также не удовлетворяет требованиям точности, то аналогичное исследование необходимо провести уже по отношению к $\varphi(X)$, так как составляющая неопределенности, обусловленная неточностью уравнения или модели измерений, будет определяться точностью нахождения $\varphi(X)$.

Рассмотрим несколько конкретных примеров.

1. При определении расстояния с помощью дальномера одноволновым фазовым лазерным методом используется факт постоянства скорости распространения электромагнитных колебаний любой длины волны в вакууме и возможность учета изменения этой скорости в зависимости от реальных атмосферных условий путем определения среднего интегрального значения группового показателя преломления воздуха в момент измерений.

Без учета показателя преломления воздуха в реальных атмосферных условиях измеряемое расстояние будет определяться следующим образом:

$$L = c \cdot t / 2, \quad (4)$$

где c – скорость света в вакууме; t – время прохождения сигнала.

С учетом показателя преломления воздуха уравнение для определения измеряемого расстояния будет выглядеть следующим образом:

$$L = c \cdot t \cdot [1 + (n - 1)] / 2, \quad (5)$$

где n – среднее интегральное значение группового показателя преломления воздуха.

Таким образом, используя формулу (4), можно оценить составляющую неопределенности результата измерений, обусловленную неточностью уравнения измерений (3).

Преобразуем формулу (4) следующим образом:

$$L = f(t) + \varphi(t) = c \cdot t / 2 + c \cdot t \cdot (n - 1) / 2. \quad (6)$$

Используя (3), получим

$$u_B = (\varphi(t)_{\max} - \varphi(t)_{\min}) / (2\sqrt{3}). \quad (7)$$

На основании многолетних статистических данных о диапазоне изменения вертикального градиента показателя преломления приземленного слоя атмосферы был оценен диапазон возможных значений группового показателя преломления воздуха n . [2]

$$3 \cdot 10^{-11} \leq n \leq 2 \cdot 10^{-6}.$$

Таким образом, составляющая неопределенности результата измерений, обусловленная неточностью уравнения измерений (4), оцененная по типу Б, равна

$$u_B = (2 \cdot 10^{-6} - 3 \cdot 10^{-11}) / (2\sqrt{3}) = 5,7734 \cdot 10^{-7}.$$

Также, если полученное уравнение (5) также не удовлетворяет требованиям точности, то аналогичное исследование необходимо провести уже по отношению к $\varphi(t)$, так как составляющая неопределенности, обусловленная неточностью уравнения или модели измерений, будет определяться точностью нахождения показателя преломления n . Точность нахождения группового показателя преломления n будет зависеть от точности исходных формул для показателя преломления, способа его измерения и обусловлена целым рядом факторов, наиболее важными из которых являются неоднородное строение приземного слоя атмосферы и сложный молекулярный состав воздуха.

2. При выполнении однократного измерения напряжения на участке электрической цепи сопротивлением 10 Ом выбран вольтметр класса точности 0,5 с сопротивлением вольтметра $R_v = 900$ Ом. Без учета сопротивления вольтметра измеряемое напряжение U_x будет равно показаниям вольтметра U . Показание вольтметра 0,975 В [3].

С учетом сопротивления вольтметра измеряемое напряжение U_x будет равно

$$U_x = U - RU / (R + R_v). \quad (8)$$

При проведении высокоточных измерений в данной измерительной задаче слагаемое $\varphi(R_v)$ может быть принято как поправка к результату измерения. В тоже время при отсутствии необходимости в уточнении значения измеряемого напряжения,

равного показаниям вольтметра, слагаемое $\varphi(R_v)$ должно быть учтено как источник составляющей неопределенности.

Используем выражение $\varphi(R_v)$ для внесения поправки к результату измерений

$$\varphi(R_v) = RU/(R + R_v) = 0,011 \text{ В}$$

и оценим составляющую неопределенности, вносимую неучтенной погрешностью измерения сопротивления вольтметра.

Так как для значения сопротивления вольтметра указана погрешность 1%, используя выражение (3), получим значение для составляющей неопределенности, определяемой сопротивлением вольтметра и погрешностью его измерения.

Таким образом,

$$u_{R_v} = (\varphi(R_v)_{\max} - \varphi(R_v)_{\min}) / (2\sqrt{3}) = 0,00577.$$

3. Рассмотрим формулы для расчета среды, приведенные в [4].

При расчете массового расхода среды q_m используется формула

$$q_m = 0,25\pi d^2 K^2 C E K_{ш} K_{п} \varepsilon (2\Delta p \rho)^{0,5}, \quad (9)$$

где d – диаметр отверстия; K – коэффициент сжимаемости газа; C , E , $K_{ш}$ и $K_{п}$ – поправочные коэффициенты; p – давление среды; ρ – плотность среды; ε – коэффициент расширения.

Рассмотрим влияние коэффициента расширения ε на значение массового расхода среды.

Оценим неопределенность, вносимую в результат измерения массового расхода среды при пренебрежении коэффициентом расширения среды (т.е. ε принимается равным 1).

Преобразуем выражение (9) к виду выражения (2). Тогда получим следующее выражение:

$$q_m = q_1 (1 + (\varepsilon - 1)),$$

где q_1 – массовый расход среды при $\varepsilon = 1$.

Разбивая это выражение на два слагаемых, получим:

$$q_m = f(d, K, C, E, K_{ш}, K_{п}, \Delta p, \rho) + \varphi(\varepsilon) = q_1 + q_1(\varepsilon - 1),$$

Тогда составляющая неопределенности, вносимая в неопределенность результата измерения пренебрежением отличия значения ε от 1 и определяемая по типу Б в соответствии с уравнением (3), будет равна

$$u_\varepsilon = (\varphi(\varepsilon)_{\max} - \varphi(\varepsilon)_{\min}) / (2\sqrt{3}).$$

Рассмотрим конкретный пример расчета расхода перегретого пара, приведенный в [4].

Для определенных измеренных значений исходных данных и рассчитанных промежуточных значений ($d = 0,069789$ м, $\Delta p = 16$ кПа, $\rho = 8,982$ кг/м³, $E = 1,14263$, $K_{ш} = 1,00464$, $C = 0,93887$) массовый расход среды при $\varepsilon = 1$ будет равен $q_1 = 2,22888$ кг/с.

Значение ε может изменяться в диапазоне от 0,92 до 1,0.

Таким образом, составляющая неопределенности, вносимая в неопределенность результата измерения пренебрежением отличия значения ε от 1 u_ε будет равна

$$u_\varepsilon = 2,22888(1 - 0,92) / (2\sqrt{3}) = 0,0515.$$

Также как и в примере 1, в случае, если эта составляющая неопределенности является существенной и пренебрегать отличием значения ε от 1 в уравнении (9) не представляется возможным, следует учесть, что величина ε также является расчетной.

Тогда составляющая неопределенности, обусловленная неточностью уравнения или модели измерений, будет определяться точностью нахождения величины ε .

Эта измерительная задача рассмотрена в данной статье только по одному параметру. Для остальных величин, входящих в уравнение (9), оценка составляющей неопределенности, обусловленной неточностью уравнения (модели) измерений или пренебрежением изменением какого-либо параметра, рассчитывается таким же образом.

Таким образом, в данной статье представлена методика расчета составляющих неопределенности измерений, обусловленных неточностью уравнения (модели) измерений.

Используя эту методику, можно не только оценить вклад каждой составляющей в уравнение измерений, но и привести уравнение измерений к тому виду, которое наиболее удобно для данной измерительной задачи.

Кроме этого, в определенных условиях, используя эту методику, можно также оценить вклад составляющих неопределенностей, обусловленных неучтенными погрешностями измерений величин, входящих в уравнение измерений, как это описано в примере 2.

Оценка составляющих неопределенности, обусловленных неучтенными погрешностями измерений величин, входящих в уравнение измерений, в том числе позволяет сделать вывод о необходимости проведения более точных измерений значений величин, входящих в уравнение измерений.

При этом значение выражения, которое было определено как уточняющее слагаемое уравнения измерений, в случае, если оно является постоянной величиной для данной измерительной задачи, может быть внесено как поправка к результату измерений.

В методике, приведенной в данной статье, оценка составляющей неопределенности проводилась по типу Б, что наиболее удобно, так как при оценке составляющей по типу А необходим набор статистических данных.

Список литературы

1. Прикладные математические методы анализа в радиотехнике / Под ред. Г.В. Обрезкова. – М.: Высшая школа, 1985. – 343 с.
2. Методы и средства лазерной прецизионной дальнометрии / А.М. Андрусенко и др. – М.: Из-во стандартов, 1987. – 224 с.
3. Грановский В.А., Синая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. – Л.: Энергоатомиздат, Ленинградское отд-ние, 1990. – 288 с.

4. ГОСТ 8.586.5-2005. ГСИ. Измерение расхода и количества жидкостей и газов с помощью стандартных сужающих устройств. Часть 5. Методика выполнения измерений.

Поступила в редколлегию 14.05.2007

Рецензент: канд. техн. наук, доц. А.Б. Егоров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.