Загальні питання

УДК 389.1

В.В. Хижняк

Генеральний штаб Збройних Сил України, Київ

РОЗРОБКА АДАПТИВНОЇ МОДЕЛІ КОМПЛЕКСУВАННЯ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАНЬ

В статті розглядається підхід до розробки та реалізації адаптивної моделі комплексування засобів вимірювань, яка використовується в вирішенні задач підвищення автономності метрологічного забезпечення засобів вимірювань часу і частоти, що застосовуються для контролю умов випробувань літальних апаратів та інших об'єктів, а також для їхнього обслуговування.

Ключові слова: *метрологічне забезпечення, умови випробування, засоби вимірювання, комплексування, адаптивна модель*

Вступ

Постановка проблеми та аналіз літератури. Комплексування засобів вимірювання однієї величини є класичним методом використання структурної надлишковості вимірювань з метою отримання більш точної інформації і підвищення надійності засобів, що застосовуються. За результатами аналізу робіт, присвячених комплексуванню приладів, можна зазначити такі особливості застосування даного методу для контролю похибки [1 – 6] :

для того, щоб похибки звірень приладів не виявляли суттєвого впливу на вірогідність контролю похибки, необхідно, щоб розходження величин на вході приладів, що комплексуються, були незначні. Якщо маються розходження, пов'язані з природною флуктуацією величини в процесі послідовного зняття показань (опитування датчиків), то відповідний алгоритм оцінки показань повинен їх враховувати;

оптимальне оцінювання вимірюваної величини і порівняння з такою оцінкою показань контрольованих приладів має сенс лише в рамках обраних моделей похибок приладів. Ступінь повноти апріорних даних про похибки визначає вибір методу оцінювання і, як результат, похибки контролю [7 – 14] ;

кількість засобів вимірювань, що комплексується, повинна вибиратися з урахуванням практики і враховувати необхідну вірогідність контролю похибки. Наприклад, якщо похибка групової оцінки за результатами вимірювань трьома приладами не перевищує похибки еталона при періодичній повірці, то доцільно збільшити кількість приладів до чотирьох. Це необхідно тому, що вихід хоча б одного з трьох приладів не дасть змогу вирішувати задачу [10, 15 – 16].

Мета статті – розробка адаптивної моделі оцінювання сукупності вимірювань для випадків, коли кількість вимірювань з похибкою, яка перевищує граничні значення, наближено порівнюється з кількістю правильних вимірювань.

Викладення основного матеріалу

Фундаментальна система рівнянь, що описує зв'язок між результатами вимірювань і величиною, що вимірюється [18] у випадку групових вимірювань приймає вигляд:

$$\begin{cases} \Theta + \Delta_1^{(1)} + \Delta_1^{(2)} = x_1; \\ \Theta + \Delta_2^{(1)} + \Delta_2^{(2)} = x_2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Theta + \Delta_n^{(1)} + \Delta_n^{(2)} = x_n, \end{cases} \qquad (1)$$

де Θ – величина, що вимірюється;

x_n – показання і-го елемента;

$\Delta_i^{(1)}$ – складова похибки і-го елемента, що породжується зміною величини в процесі вимірювань;

$\Delta_i^{(2)}$ – сума інструментальної, методичної, зовнішньої й інших складових похибки;

n – кількість елементів групового засобу.

Після виключення з вибірок явно помилкових результатів вимірювань оцінка шуканої величини визначається за одним з таких виразів:

а) виважене середнє:

$$\hat{\Theta} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} \omega_i , \qquad (2)$$

де ω_i – ваговий коефіцієнт показань і-го приладу, $i = 1, 2, \ldots , n$;

б) середнє арифметичне:

$$\hat{\Theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i ; \qquad (3)$$

в) медіана сукупності:

$$\begin{cases} x_{p,} \text{ якщо n непарне}, \quad p = (n+1)/2; \\ (x_{n/2} + x_{n/2+1})/2, \quad \text{якщо n – парне}. \end{cases}$$

Похибки $\Delta_i^{(1)}$ в (1), пов'язані з впливом змінності величини, що вимірюється, досліджені у [17]. Результатом цих досліджень є вираз для дисперсії різниці групової оцінки величини і показання окремого засобу вимірювань

$$\sigma_0^2(T,T_0)=\left[\frac{T-T_0}{T^2}e^{\frac{T}{T_0}}+\frac{1}{T_0}-\frac{2T_0}{T^2}\right]\times$$

$$\times\int_0^\infty K_\Theta(t)e^{-\frac{1}{T_0}}dt-\frac{T-T_0}{T^2}e^{\frac{T}{T_0}}\int_0^\infty K_\Theta(t)e^{-\frac{1}{T_0}}dt+ \quad (4)$$

$$+\frac{2T_0}{T^2}\int_0^\infty K_\Theta(t)e^{-\frac{1}{T_0}}dt-\frac{2}{T^2}\int_0^\infty K_\Theta(t)e^{-\frac{1}{T_0}}dt-$$

$$-\frac{T-T_0}{T^2}e^{\frac{T}{T_0}}\int_0^\infty K_\Theta(t)e^{-\frac{1}{T_0}}dt,$$

де T – тривалість зняття показань; T_0 – постійна часу приладів, що комплексуються; $K_\Theta(t)$ – коваріаційна функція величини, яка вимірюється.

Розглянемо алгоритм оптимального комплексування результатів вимірювань, якщо похибками змінності величини, модельними та методичними похибками можна чи знехтувати чи врахувати їх певним чином. У цьому випадку фундаментальна система рівнянь (1) приймає вигляд:

$$\begin{cases}\Theta_j+\Delta_{1j}+\xi_{1j}^k=x_{1j}^k;\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ \Theta_j+\Delta_{nj}+\xi_{nj}^k=x_{nj}^k;\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\end{cases} \quad (5)$$

де Θ_j – значення величини, яка вимірюється в момент t_j; Δ_{ij} – систематична похибка i-го приладу в момент t_j; x_{ij}^k – результат k-го вимірювання i-м приладом у момент t_j; ξ_{ij}^k – випадкова похибка k-го вимірювання i-м приладом у момент t_j; $j=1,2,\dots,q$; $i=1,2,\dots,n$; $k=1,2,\dots,k_{ij}\dots$.

Одним з підходів до вирішення задачі комплексування є розгляд апріорно невідомої систематичної похибки як однієї з випадкових складових. У цьому випадку за результатами звірень може коригуватися оцінка дисперсії кожного приладу. Відповідні зміни враховуються через вагові коефіцієнти в (2).

Більш детальне урахування структури похибок пов'язане з реалізацією адаптивної моделі, що використовує інформацію про зміну похибок засобів вимірювань з моменту початку експлуатації.

Нехай, як і раніш, t_j – момент j-ої корекції параметрів моделі. Фундаментальна система рівнянь має вигляд (1). Стан групового засобу в момент t_j будемо характеризувати вектором систематичних похибок $\Delta_j=(\Delta_{1j},\dots,\Delta_{nj})$.

Припустимо, що Δ_j – випадковий вектор, що змінюється в часі відповідно з рівнянням:

$$\Delta_j=\Delta_{j-1}+W_{j-1}, \quad (6)$$

де W_{j-1} – випадковий вектор з нормальним розподіленням складових, що описує збудження Δ_j причому $E(\Delta_r W_j^T)=0$ при $j\ge r$ і $E(\Delta_r W_j^T)=0$ при $j\ne r$.

Коваріаційна матриця вектора W_j може бути представлена у вигляді

$$K_j^W=\begin{Vmatrix}S_j^2 & 0 & \dots & 0\\ 0 & S_j^2 & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & S_j^2\end{Vmatrix}, \quad (7)$$

де

$$S_j^2=a_j^2(t_{j+1}-t_j). \quad (8)$$

Коефіцієнт у (8) визначимо з умови, коли дисперсія вектора стану збільшується пропорційно часу експлуатації. Для цього оцінимо середнє за ансамблем

$$x_j=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_{ij}; \quad (9)$$

де x_{ji} – середнє з k_{ji} показань i-го приладу, і дисперсію середнього за ансамблем

$$D_j=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n\left(x_{ij}-x_j\right)^2. \quad (10)$$

Тоді a_j знаходимо за формулою

$$a_j=\frac{1}{t_j-t_0}\sqrt{D_j}, \quad (11)$$

де t – момент початку експлуатації.

Введемо вектор u_j, лінійно пов'язаний з Δ_j:

$$u_j=B\Delta_j+\nu_j, \quad (12)$$

де B – відома матриця зв'язку, незалежна від часу; ν_j – вектор випадкових помилок (складовий u_j).

За умови, що випадкова величина ν_j розподілена за нормальним законом

$$E(\Delta_r W_j^T)=0$$

при $j\ne r$.

Якщо матриця B розмірністю $(n-1)^n$ має вигляд

$$B=\begin{Vmatrix}1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1\end{Vmatrix},$$

а в формулі (12) вектор-стовпець має розмірність n, то для складових вектора u_j можна записати

$$u_{ij}=\Delta_{ij}-\Delta_{i+1,j},\quad i=1,2,\dots,n-1. \tag{13}$$

Вектор u_{ij} може бути визначений з вимірювань:

$$u_{ij}=x_{ij}-x_{i+1,j}=\left(\Delta_{ij}-\Delta_{i+1,j}\right)+\left(\nu_{ij}-\nu_{i+1,j}\right), \tag{14}$$

де x_{ij} – середнє показань i-го приладу;

ν_{ij} – випадкова похибка середнього x_{ij}.

Для дисперсії складової u_{ij} вектора u_j маємо

$$D\left(u_{ij}\right)=\frac{1}{k_{ij}}\sigma_{ij}^2+\frac{1}{k_{i+1,j}}\sigma_{i+1,j}^2, \tag{15}$$

де σ_{ij}^2 – оцінка дисперсії показань i-го приладу в момент t_j, що розраховується за формулою

$$\sigma_{ij}^2=\frac{1}{k_{ij}-1}\sum_{k=1}^{k_{ij}}\left(x_{ij}^k-x_{ij}\right), \tag{16}$$

де x_{ij}^k – середнє з k_{ij} показань i-го приладу.

Використовуючи формули (15) і (16), одержуємо коваріаційну матрицю для помилок ν_j:

$$K_j^{\nu}=\begin{Vmatrix}\left(\frac{\sigma_{1j}^2}{k_{1j}}+\frac{\sigma_{2j}^2}{k_{2j}}\right) & \left(-\frac{\sigma_{2j}^2}{k_{2j}}\right) & 0 & \dots & 0 & 0\\ \left(-\frac{\sigma_{2j}^2}{k_{2j}}\right) & \left(\frac{\sigma_{2j}^2}{k_{2j}}+\frac{\sigma_{3j}^2}{k_{3j}}\right) & \left(-\frac{\sigma_{3j}^2}{k_{3j}}\right) & \dots & 0 & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & 0 & \dots & \left(-\frac{\sigma_{(n-1)j}^2}{k_{(n-1)j}}\right) & \left(\frac{\sigma_{(n-1)j}^2}{k_{(n-1)j}}+\frac{\sigma_{nj}^2}{k_{nj}}\right)\end{Vmatrix}. \tag{17}$$

Застосовуючи до (6) і (7) рівняння фільтра Калмана [18], одержуємо:

$$\begin{cases}K_{j/(j-1)}=\left(K_{j/(j-1)}^{-1}+B^TK_j^{\nu}B\right)^{-1};\\ \Delta_j=\left(K_{j/(j-1)}^{-1}+B^TK_j^{\nu}B\right)^{-1}\times\\ \times\left(K_{j/(j-1)}^{-1}\Delta_{j-1}+BK_j^{\nu}u_j\right),\end{cases} \tag{18}$$

де для коваріаційної матриці $K_{j/(j-1)}$ помилки визначення Δ_j розраховуються ітеративно за відомим Δ_{j-1}. У нашому випадку маємо

$$K_{j/(j-1)}=K_{(j-1)/(j-1)}+K_{j-1}^W. \tag{19}$$

У більш доступному для розрахунків вигляді (19) перепишеться таким чином [18]:

$$\begin{cases}K_{j/(j-1)}=K_{(j-1)}\left(I-W_jB\right);\\ \Delta_j=\Delta_{j-1}+W_j\left(u_j-B\Delta_{j-1}\right),\end{cases} \tag{20}$$

де $K_{j/(j-1)}$ обчислюється як і раніше, за формулою (18); W_j – матриця передач Калмана, що обчислюється за формулою

$$W_j=K_{j/(j-1)}B^T\left(BK_{j/(j-1)}B^T+K_j^{\nu}\right)^{-1}. \tag{21}$$

Оскільки перед експлуатацією всі засоби вимірювань повіряються за зразковим приладом, то систематичні похибки в момент t_o можна вважати цілком виключеними. Тоді для початкового стану приймемо:

$$\Delta_0=(0,0,\dots,0);K_{0/0}=\begin{Vmatrix}\varepsilon_1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & \varepsilon_2 & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \varepsilon_n\end{Vmatrix}, \tag{21}$$

де ε_i – мала величина, що має розмірність квадрата величини, що вимірюється, $i=1,2,\dots,n$.

У якості ε_i можна запропонувати оцінку дисперсії середнього з K_{i0} показань i-го приладу за результатами перевірки перед експлуатацією. Якщо дані про перевірку відсутні, то можна скористатися аналогічною оцінкою по першій корекції параметрів стану в момент t_j.

Групова оцінка в момент t_j може обчислюватися за формулою:

$$\hat{\Theta}_j=\sum_{i=1}^{n}\omega_i\left(x_{ij}-\Delta_{ij}\right), \tag{22}$$

де $\omega_i=\sigma_i^{-2}\Big/\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^{-2}$; σ_i^2 – дисперсія випадкової похибки i-го засобу вимірювань.

Запропоновану адаптивну модель можна використовувати для обліку впливу статистичних властивостей величини, що вимірюється, і інерційності приладів в межах одного циклу звірень. Так, якщо прилади, що комплексуються, описуються лінійною ланкою першого порядку з постійною часу T_0, а коваріаційна функція величини, що вимірюється, має експоненціальний характер, то

$$K_{\Theta}\left(t\right)=\sigma_{\Theta}^{2}\cdot e^{-t/\tau}, \tag{23}$$

де τ – інтервал кореляції величини; σ_{Θ}^{2} – дисперсія величини, що вимірюється.

Висновки

Запропонована адаптивна модель комплексування засобів вимірювань була реалізована в задачі підвищення автономності метрологічного забезпечення засобів вимірювань часу і частоти, що застосовуються для контролю умов випробувань літальних апаратів та інших об'єктів, а також для їхнього обслуговування. Моделювання запропонованої схеми на основі експериментальних даних про похибки приладів показало високу ефективність розробленої адаптивної моделі. На основі її реалізації міжповірочний інтервал можна збільшувати в 2 – 3 рази.

Список літератури

1. Пешель М.И. Моделирование сигналов и систем / М.И. Пешель. – М.: Мир, 1981. – 300 с.

2. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники / П.П. Орнатский. – К: Вища школа, 1983. – 455 с.

3. Орнатский П.П. Особенности методологии измерений / П.П. Орнатский // Измерительная техника. – 1988. – № 6. – С. 3-4.

4. Орнатский П.П. Эмпирическая информация, информатика и средства создания информации / П.П. Орнатский // Приборы и системы управления. – 1989. – № 12. – С. 14-16.

5. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей / А.Н. Колмогоров. – М.: Наука, 1974. – 119 с.

6. ГОСТ 8009-89. Библиографическая запись. Библиографическое описание. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений. – М.: Изд-во стандартов, 1989.

7. ГОСТ 8011-89. Библиографическая запись. Библиографическое описание. Способы представления результатов измерений. – М.: Изд-во стандартов, 1989.

8. Кавалеров Г.И. Введение в информационную теорию измерений / Г.И. Кавалеров, С.М. Мандельштам. – М.: Энергия, 1974. – 375 с.

9. Рабинович В.И. Информационные характеристики средств контроля и измерений / В.И. Рабинович, М.П. Цапенко. – М.: Энергия, 1968. – 44 с.

10. Новицкий П.В. Основы информационной теории измерительных устройств / П.В. Новицкий. – М.: Энергия, 1967. – 248 с.

Кузьмин И.В. Оценка эффективности и оптимизации АСКУ / И.В. Кузьмин. – М.: Сов. радио, 1971. – 296 с.

11. Кэнделл М.Дж., Стюарт А. Теория распределений. – М.: Наука, 1968. – 900 с.

12. Сергушин В.В. Метрологическое обеспечение и системы контроля бортовых автоматизированных систем управления: Ч. II / В.В. Сергушин, В.И. Крячко. – М.: ВВИА им. М.Е. Жуковского, 1988. – 207 с.

13. Новиков В.С. Техническая эксплуатация авиационного радиоэлектронного оборудования / В.С. Новиков. – М.: Транспорт, 1987. – 261 с.

14. Соловйов В.І. Основи теорії надійності і експлуатації авіаційних систем / В.І. Соловйов. – К.: КІ ВПС, 2000. – 247 с.

15. Попов И.С. Основы моделирования и системный анализ эффективности авиационных комплексов / И.С. Попов. – М.: ВВИА, 1991. – 280 с.

16. Новиков А.М. Метрология / А.М. Новиков, Д.А. Новиков. – М.: Синтег, 2007. – 668 с.

17. Хижняк В.В. Критерії та показники ефективності аналітичних ймовірнісних інформаційно-вимірювальних систем / В.В. Хижняк // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 8 (36). – С. 229-237.

18. Хижняк В.В. Оцінка ефективності функціонування інформаційно-вимірювальних систем / В.В. Хижняк // Системи озброєння і військова техніка. – 2005. – Вип. 2(2). – С. 3-6.

Надійшла до редколегії 5.11.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.В. Пєвцов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

РАЗРАБОТКА АДАПТИВНОЙ МОДЕЛИ КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

В.В. Хижняк

В статье рассматривается подход к разработке и реализации адаптивной модели комплексирования средств измерений, которая используется в решении задач повышения автономности метрологического обеспечения средств измерения времени и частоты, применяемых для контроля условий испытаний летательных аппаратов и других объектов, а также для их обслуживания.

Ключевые слова: *метрологическое обеспечение, условия испытания, средства измерения, комплексирование, адаптивная модель.*

DEVELOPMENT OF ADAPTIVE MODEL OF COMPLEXING MEASURINGS FACILITIES

V.V. Hygniak

In the article, approach is considered for the development and realization of adaptive model of complexing of measuring facilities which is used in the solution of tasks of autonomity increasing metrological providing time and frequency measurings facilities, tests of aircrafts and other objects applied for control of tcondition, and also for their service.

Keywords: *metrological supply, testing conditions, measuring facilities, complexing, adaptive model.*