

УДК 621.396.98

А.Л. Бондаренко

Полтавский военный институт связи

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В МЕСТНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ ПО ДАННЫМ ГЛОБАЛЬНЫХ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ И НАЗЕМНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СРЕДСТВ

На основе учета корреляции и смещения при пересчете измерений наземных средств из сферической систем координат в местную топоцентрическую систему координат уточнен алгоритм определения координат летательных аппаратов при совместной обработке измерительной информации наземных и космических средств.

глобальные спутниковые радионавигационные системы, наземные измерительные средства

Введение

Одним из ответственных и дорогих этапов испытаний летательных аппаратов (ЛА) является этап натурных полигонных испытаний. В последнее время с целью экономии средств рассматривается возможность использования в качестве средств внешнетраекторных измерений различного рода систем, построенных на основе использования информации от глобальных спутниковых радионавигационных систем [1, 2, 5]. В связи с этим возникает проблема оценки координат летательных аппаратов в местной системе координат по информации спутниковых радионавигационных приемников и наземных измерительных средств.

Анализ последних исследований и публикаций. В работе [2] получено решение навигационной

задачи (определение пространственно-временных координат потребителя, а также составляющих его скорости) с помощью спутниковых радионавигационных систем. Для решения навигационной задачи используют функциональную связь между навигационными параметрами и компонентами вектора потребителя – навигационные функции. Навигационные функции для пространственных координат потребителя можно определить с помощью многих разновидностей дальномерных, разностно-дальномерных, угломерных методов и их комбинаций. В работах [1, 5] предложены алгоритмы определения координат летательных аппаратов при совместной обработке измерительной информации наземных и космических средств и произведена оценка их точностных характеристик методом статистического моделирования. Однако, в этой работе

для определения положения ЛА в местной прямоугольной системе координат при совместной обработке измерительной информации наземных и космических средств не учитывались корреляция и смещение параметров в результате пересчета измерений наземных средств из сферической в прямоугольную топоцентрическую систему координат.

Целью работы является разработка уточненного алгоритма определения положения ЛА в местной прямоугольной системе координат при совместной обработке измерительной информации наземных и космических средств с учетом корреляции и смещения параметров в результате пересчета измерений наземных средств из сферической в прямоугольную топоцентрическую систему координат.

Изложение основного материала

В [5] предложен алгоритм оценивания координат ЛА в топоцентрической системе координат. В нем по измерениям псевдодальности от n навигационных спутников приемником, установленном на ЛА, с помощью итерационного алгоритма наискорейшего спуска получают вектор оценок координат ЛА $\hat{\mathbf{X}}_{\text{КС}}$ с соответствующей матрицей ошибок оценивания $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_{\text{КС}}}$.

В эту же систему пересчитываются и измерения от наземного средства (если дальность не измеряется, то используются оценки дальности, полученные по измерениям от спутниковых радионавигационных приемников). Известно, что при пересчете координат возникает смещение и корреляция между прямоугольными координатами [3]. С целью упрощения эти факторы в рассматриваемом алгоритме не учитывались. Обозначим вектор пересчитанных измерений через $\hat{\mathbf{X}}_{\text{НС}}$:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{\text{НС}} &= D_{\text{НС}} \cdot \cos \beta_{\text{НС}} \cdot \cos \alpha_{\text{НС}}; \\ \hat{Y}_{\text{НС}} &= D_{\text{НС}} \cdot \sin \beta_{\text{НС}}; \\ \hat{Z}_{\text{НС}} &= D_{\text{НС}} \cdot \cos \beta_{\text{НС}} \cdot \sin \alpha_{\text{НС}}, \end{aligned} \quad (1)$$

а соответствующую диагональную матрицу ошибок измерений через $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_{\text{НС}}}$, элементы которой равны [3]:

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{X}_{\text{НС}}}^2 &= \frac{(D_{\text{НС}})^2 + \sigma_D^2}{4} \cdot \left[1 + \cos(2\beta_{\text{НС}}) \cdot \exp\{-2\sigma_\beta^2\} \right] \times \\ &\quad \times \left[1 + \cos(2\alpha_{\text{НС}}) \cdot \exp\{-2\sigma_\alpha^2\} \right] - \\ &\quad - \left[D_{\text{НС}} \cdot \cos(\beta_{\text{НС}}) \cdot \cos(\alpha_{\text{НС}}) \right]^2 \cdot \exp\{-(\sigma_\beta^2 + \sigma_\alpha^2)\}; \\ \sigma_{\hat{Y}_{\text{НС}}}^2 &= \frac{(D_{\text{НС}})^2 + \sigma_D^2}{2} \cdot \left[1 - \cos(2\beta_{\text{НС}}) \cdot \exp\{-2\sigma_\beta^2\} \right] - \\ &\quad - \left[D^2 \cdot \sin(\beta_{\text{НС}}) \cdot \exp\{-2\sigma_\beta^2\} \right]; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{Z}_{\text{НС}}}^2 &= \frac{(D_{\text{НС}})^2 + \sigma_D^2}{4} \cdot \left[1 + \cos(2\beta_{\text{НС}}) \cdot \exp\{-2\sigma_\beta^2\} \right] \times \\ &\quad \times \left[1 - \cos(2\alpha_{\text{НС}}) \cdot \exp\{-2\sigma_\alpha^2\} \right] - \\ &\quad - \left[D_{\text{НС}} \cdot \cos(\beta_{\text{НС}}) \cdot \cos(\alpha_{\text{НС}}) \right]^2 \cdot \exp\{-(\sigma_\beta^2 + \sigma_\alpha^2)\}, \end{aligned}$$

где $D_{\text{НС}}$ – измеренная дальность наземным средством (если дальность не измеряется, то вместо неё подставляется оценка дальности, полученная по данным навигационных спутников); $\alpha_{\text{НС}}$ – измеренный азимут наземным средством; $\beta_{\text{НС}}$ – измеренный угол места наземным средством; $\sigma_D^2, \sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2$ – дисперсии погрешностей измерения дальности и соответствующих угловых координат наземным средством.

Результирующая линейная оценка и ее корреляционная матрица соответственно равны [4]:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_p &= \hat{\mathbf{X}}_{\text{КС}} + \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_{\text{КС}}} (\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_{\text{КС}}} + \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_{\text{НС}}})^{-1} (\hat{\mathbf{X}}_{\text{НС}} - \hat{\mathbf{X}}_{\text{КС}}); \\ \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_p} &= \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_{\text{КС}}} - \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_{\text{КС}}} (\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_{\text{КС}}} + \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_{\text{НС}}})^{-1} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_{\text{КС}}}. \end{aligned} \quad (3)$$

При наличии нескольких наземных станций формулы (3) применяются многократно (вместо значений с индексом КС подставляются соответствующие значения результатов предыдущего объединения оценок). С целью уточнения алгоритма учтем в нем смещение и корреляцию между прямоугольными координатами, которые возникают при пересчете координат.

Смещение или систематические ошибки оценок прямоугольных координат цели описываются выражениями, найденными в [3]:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{\text{см}} &= D_{\text{НС}} \cdot \cos(\beta_{\text{НС}}) \cdot \cos(\alpha_{\text{НС}}) \cdot \left[1 - \exp\left\{-\frac{(\sigma_\beta^2 + \alpha_\alpha^2)}{2}\right\} \right]; \\ \hat{\mathbf{Y}}_{\text{см}} &= D_{\text{НС}} \cdot \sin(\beta_{\text{НС}}) \cdot \left[1 - \exp\left\{-\frac{\sigma_\beta^2}{2}\right\} \right]; \\ \hat{\mathbf{Z}}_{\text{см}} &= D_{\text{НС}} \cdot \cos(\beta_{\text{НС}}) \cdot \sin(\alpha_{\text{НС}}) \cdot \left[1 - \exp\left\{-\frac{(\sigma_\beta^2 + \sigma_\alpha^2)}{2}\right\} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Определим далее корреляционные связи между оценками прямоугольных координат. Воспользовавшись соотношениями (1), находим выражения для малых приращений:

$$\begin{aligned} \Delta X &= -\Delta\beta D \sin \beta \cdot \cos \alpha + \Delta\alpha \Delta\beta \cdot D \sin \beta \sin \alpha - \\ &\quad - \Delta\alpha D \cos \beta \cdot \sin \alpha + \Delta D \times \\ &\quad \times (\cos \beta \cdot \cos \alpha + \Delta\alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha - \Delta\beta \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha - \\ &\quad - \Delta\beta \Delta\alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha); \\ \Delta Y &= \Delta\beta D \cos \beta + \Delta D (\sin \beta + \Delta\beta \cdot \cos \beta); \\ \Delta Z &= -\Delta\beta D \sin \beta \cdot \sin \alpha - \Delta\beta \cdot \Delta\alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha + \\ &\quad + \Delta\alpha \cdot D \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha + \Delta D \times \\ &\quad \times (\cos \beta \cdot \sin \alpha + \Delta\alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha - \Delta\beta \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha - \\ &\quad - \Delta\beta \cdot \Delta\alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha). \end{aligned}$$

Учитывая, что

$$M[\Delta\alpha \cdot \Delta\beta] = 0, M[\Delta\alpha] = M[\Delta\beta] = 0$$

и $D \gg \Delta D$, получим выражения для недиагональных элементов матрицы $K_{\hat{x}_{nc}}$:

$$\begin{aligned} K_{XZ} = K_{ZX} = M[\Delta X \cdot \Delta Z] &= D^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \times \\ &\times (\sigma_\beta^2 \sin^2 \beta - \sigma_\alpha^2 \cos^2 \beta - \sigma_\beta \sigma_\alpha \sin^2 \beta); \\ K_{XY} = K_{YX} = M[\Delta X \cdot \Delta Y] &= \\ &= -\sigma_\beta^2 \cdot D^2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha; \\ K_{YZ} = K_{ZY} = M[\Delta Y \cdot \Delta Z] &= \\ &= -\sigma_\beta^2 \cdot D^2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, в уточненном алгоритме после пересчета координат по формулам (1) учитывается смещение:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{nc} &= D_{nc} \cdot \cos \beta_{nc} \cdot \cos \alpha_{nc} - \hat{X}_{cm}; \\ \hat{Y}_{nc} &= D_{nc} \cdot \sin \beta_{nc} - \hat{Y}_{cm}; \\ \hat{Z}_{nc} &= D_{nc} \cdot \cos \beta_{nc} \cdot \sin \alpha_{nc} - \hat{Z}_{cm}. \end{aligned} \quad (6)$$

Кроме этого корреляционная матрица $K_{\hat{x}_{nc}}$ становится не диагональной, а полной с элементами, описываемыми формулами (2) и (5).

Точностные характеристики уточненного и исходного алгоритмов оценивались методом статистического моделирования с использованием данных о реальных эфемеридах четырех навигационных спутников, полученных GPS-приемником Trimble 4000 SSI на перманентной станции в п. Голосеево (г. Киев) 3 августа 2002 г. Значения погрешностей измерения псевдодальности, вызванных шумами приемника и неточным знанием эфемерид, полагались распределенными по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной для всех спутников $\sigma_{IKC}^2 = \sigma_{KC}^2 = 144 \text{ м}^2$. Рассматривались два варианта наземных средств.

В 1-м варианте рассматривалось пассивное оптическое средство, расположенное в точке с координатами $L = 36$ град, $B = 45$ град и измеряющее угловые координаты ЛА с дисперсией $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2 = 100 \text{ мин}^2$. Во 2-м варианте рассматривался радиолокатор, расположенный в той же точке и измеряющий дальность с дисперсией $\sigma_D^2 = 100 \text{ м}^2$ и угловые координаты ЛА с дисперсией $\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2 = 100 \text{ мин}^2$. Координаты ЛА в местной сферической системе координат равны $D = 10 \text{ км}, 100 \text{ км}$ (для первого и второго вариантов соответственно), $\alpha = 20$ град, $\beta = 3$ град. Итерационный процесс заканчивался при условии $|\hat{U}_{K+1} - \hat{U}_K| \leq 1 \text{ м}, U = \{X, Y, Z\}$. При таких исходных данных потенциальная точность оценивания величины $\sqrt{\text{Sp}(K_{\hat{x}})}$ при первом варианте равна 12,44 м, а при втором - 12,59 м.

Результаты анализа 1000 статистических испытаний рассматриваемых алгоритмов для двух вариантов комплексирования средств и при точности задания начальных условий около 1 км (поскольку точности обоих алгоритмов слабо зависят от точности начальных приближений) приведены в табл. 1.

В качестве характеристик алгоритма рассматривались следующие [5]: среднее количество итераций, необходимое для получения оценки; $\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}_x^2 + \hat{\sigma}_y^2 + \hat{\sigma}_z^2}$ – величина, характеризующая среднеквадратическое отклонение оценки; $\hat{C}_M = \sqrt{\hat{X}_{cm}^2 + \hat{Y}_{cm}^2 + \hat{Z}_{cm}^2}$ – величина, характеризующая смещение оценки; $\hat{\sigma}_\Sigma = \sqrt{\hat{\sigma}^2 + \hat{C}_M^2}$ – величина, характеризующая суммарную погрешность оценки.

Таблица 1

Результаты анализа 1000 статистических испытаний

Характеристика алгоритма	Исходный алгоритм		Уточненный алгоритм	
	Вар. № 1	Вар. № 2	Вар. № 1	Вар. № 2
Среднее количество итераций	1	1	1	1
\hat{C}_M (м)	0,48	0,58	0,27	0,14
$\hat{\sigma}$ (м)	25,1	33,9	14,48	14,62
$\hat{\sigma}_\Sigma$ (м)	25,16	34	14,48	14,62

Анализ результатов показывает, что уточненный алгоритм (с учетом смещения и корреляции пересчитанных координат) для рассматриваемых условий позволяет повысить точность определения координат ЛА в 1,74 ... 2,32 раза. Естественно, что это справедливо при полностью известных координатах ЛА и дисперсиях измерений наземных средств, значения которых используются при расчете смещений и корреляций. Поскольку координаты ЛА вначале определяются по данным спутников, то получаемая при этом погрешность мало влияет на конечный результат. Дисперсии измерения наземных средств, которые в данной задаче являются эталонными, тоже известны. Поэтому для рассматриваемого случая приведенное допущение можно считать справедливым.

Выводы

Таким образом, в результате использования уточненного алгоритма как при комплексировании спутниковой информации с угломерной информацией наземных средств (оптические станции) на малой дальности, так и при комплексировании спутниковой информации с информацией радиолокационных средств, измеряющих сферические координаты на большой дальности точности координат ЛА могут быть повышены примерно в два раза по сравнению с алгоритмом, не учитывающим смещения и корреля-

ции пересчитанных координат из сферической в местную прямоугольную.

Список литературы

1. Деденок В.П., Писаренок Г.Г., Бондаренко А.Л. Совместное использование информации глобальных радионавигационных систем и наземных измерительных средств при полигонных испытаниях летательных аппаратов // Збірник наукових праць ОНДІ ЗС. – Х.: ОНДІ ЗС, 2007. – Вип. 1 (6). – С. 60-67.
2. Соловьев Ю.А. Системы спутниковой навигации. – М.: Трендс, 2000. – 267 с.
3. Роцупкин Е.С. Ошибки преобразования сферических координат радиолокационных целей в прямоугольные // Збірник наукових праць ОНДІ ЗС. – Х.: ОНДІ ЗС, 2006. – Вип. 1 (3). – С. 155-161.

4. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с.

5. Деденок В.П., Писаренок Г.Г., Кузнецова М.Ю., Бондаренко А.Л. Оценка точностных характеристик алгоритмов определения координат летательных аппаратов по данным глобальных спутниковых радионавигационных систем и наземных измерительных средств // Збірник наукових праць ОНДІ ЗС. – Х.: ОНДІ ЗС, 2007. – Вип. 2 (7). – С. 172-178.

Поступила в редколлегию 5.06.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.П. Деденок, Объединенный научно-исследовательский институт Вооруженных Сил, Харьков.