УДК 389 : 001.18

О.О. Морозов

Академія внутрішніх військ МВС України, Харків

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИЙ СИНТЕЗ СКЛАДНИХ СИСТЕМ ЗА УМОВ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ІНФОРМАЦІЇ

Розглядається проблема синтезу складних систем за умов нечіткої вихідної інформації і багатокритеріального показника ефективності та пропонується узагальнений алгоритм рішення задач такого класу.

складна система, багатокритеріальний синтез, невизначеність інформації, синтез складних систем, алгоритм синтезу

Вступ

Синтез складних систем (СС) пов'язаний, як правило, з формулюванням та рішенням задач багатокритеріальної оптимізації [1 – 3]. При цьому із-за протиріч показників ефективності (ПЕ) СС та відсутності вичерпної інформації про бажаний вигляд системи задача стає такою, що не вирішується традиційними методами [4]. Узагальнення такої ситуації може бути проведене на підставі використання апарату теорії нечітких множин [5, 6].

Мета статті – розробка алгоритму синтезу складних систем при багатокритеріальному показнику ефективності та за умов нечіткості інформації.

1. Формулювання проблеми

Для визначеної множини цілей функціонування СС $\{z_i\}$ ступінь досягнення цілей оцінюється множиною ПЕ $\{K_{ij}\}$, $i = \overline{1,\omega}$, $j = \overline{1,\tau}$. Назвемо ціллю рангу n ціль, яка досягається на множині систем, які містять n ієрархічних рівнів. Множина таких систем створює множину рішень $\{X_{ijm}\}$, $m = \overline{1,\rho}$. Назвемо ціль нечіткою, якщо кожній системі відповідає певна ступінь її приналежності множині рішень

$$\mu_{\{X_{ijm}\}}(X_{ijm}) \in [0,1]. \quad (1)$$

Задача багатокритеріальної оптимізації полягає у синтезі системи, яка буде оптимальною за обраними ПЕ, тобто, з максимальним ступенем приналежності множині рішень, і які задовольняють деякому набору граничних значень цих показників

$$K_{ij} \le K_{ij}^{гр}.$$

Складність її рішення пов'язана з тим, що у дійсності граничні значення показників ефективності визначити майже неможливо. Тобто, граничні значення виявляються розмитими так же, як і оцінка ефективності системи, що синтезується. Ширина області "розмитості" визначається неповнотою (нечіткістю) вихідної інформації про цілі, а також про вид та властивості системи. При вирішенні задачі можна визначити декілька етапів.

2. Вирішення проблеми. Алгоритм синтезу складної системи

Етап 1. *Постановка задачі та формування граничних значень показників ефективності системи.*

Граничні значення показників $K_{ij}^{гр}$ визначаються директивно (у вигляді "жорстких" кількісних оцінок) або формуються на підставі вихідної інформації про цілі та властивості системи.

Для формалізованого представлення вихідної інформації необхідно у відповідність кожному показнику j для цілі i поставити нечітку множину, яка характеризує вихідну інформацію про них з функціями приналежності $\mu_{ij}^{(k)}, k = \overline{1,\sigma}$, та індексом нечіткості:

$$\nu_{ij} = \frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{\sigma}\Lambda_k\left(\mu_{ij}^{(k)}, 1-\mu_{ij}^{(k)}\right), \quad (2)$$

де σ – кількість характеристики інформації, що виділяється; $\mu_{ij}^{(k)}$ – функції приналежності, які відповідають різним характеристикам інформації (наприклад, $\mu_{ij}^{(1)}$ – характеризує ступінь формалізації вихідних даних, $\mu_{ij}^{(2)}$ – ступінь повноти, $\mu_{ij}^{(3)}$ – ступінь важливості та інші).

Значення $\mu_{ij}^{(k)}$ можуть бути оцінені як відношення кількості факторів, що враховуються, до їх загальної кількості. Введемо також функції приналежності $\mu_{\bigcup ij}$ та $\mu_{\bigcap ij}$:

$$\mu_{\bigcup ij} = \frac{1}{\sigma}\sum_{k=1}^{\sigma} m_{ijm}\cdot\mu_{ij}^{(k)};\quad \mu_{\bigcap ij} = \bigcap_k m_{ijk}\cdot\mu_{ij}^{(k)}, \quad (3)$$

де m_{ijk} – ваговий коефіцієнт інформаційної характеристики k.

Значення $\mu_{\bigcup ij}$, $\mu_{\bigcap ij}$ можна ототожнювати з оцінкою важливості показників ефективності СС. Індекс нечіткості характеризує "розмитість" (визначеність) граничних значень показників. Так, при директивному визначенні граничних значень, тобто коли показники визначені у вигляді "жорстких" кількісних оцінок, всі $\mu_{ij}^{(k)} = 1$, а $\nu_{ij} = 0$. Взагалі ж вони оцінюються за інформацією на наступних рівнях аналізу. За значеннями $\mu_{\bigcup ij}$ розраховується індекс нечіткості задачі:

$$\nu_{\Sigma} = \frac{2}{n}\sum_{ij}\Lambda_i\Lambda_j\left(\mu_{\bigcup ij}, 1-\mu_{\bigcup ij}\right), \quad (4)$$

який характеризує "розмитість" постановки задачі (де n – загальна кількість показників по всіх цілях).

У процесі з'ясування задачі нечітка множина, що характеризує вихідну інформацію про показники j для цілі i, індукує нечітку множину, що характеризує інформацію про властивості систем на 1-му рівні аналізу:

$$\left\{\mu_{ij}^{(k)}\right\} \to \left\{\mu_{ijm(1)}^{(k)}\right\}. \quad (5)$$

При необхідності можна здійснювати аналіз систем на 2-му рівні – властивості підсистем СС:

$$\left\{\mu_{ij}^{(k)}, \mu_{ijm(1)}^{(k)}\right\} \to \left\{\mu_{ijm(2)}^{(k)}\right\} \quad (6)$$

та на наступних рівнях, що відповідають властивостям елементів підсистем.

Нечіткі множини $\left\{\mu_{ijm(1)}^{(k)}\right\}$, $\left\{\mu_{ijm(2)}^{(k)}\right\}$... характеризують інформацію про властивості систем на відповідних рівнях аналізу. Аналогічно вищенаведеному вводяться $\mu_{\bigcup ijm(1)}$, $\mu_{\bigcup ijm(2)}$, … та індекси нечіткості:

$$\nu_{ijm(1)} = \frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{\sigma}\Lambda_k\left(\mu_{ijm(1)}^{(k)}, 1-\mu_{ijm(1)}^{(k)}\right);$$

$$\nu_{ijm(2)} = \frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{\sigma}\Lambda_k\left(\mu_{ijm(2)}^{(k)}, 1-\mu_{ijm(2)}^{(k)}\right), \dots, \quad (7)$$

які характеризують "розмитість" оцінок систем за показниками ефективності.

Етап 2. *Ранжирування придатних варіантів систем за ПЕ.*

Визначимо на множині придатних варіантів СС $\{X_m\}$ (індекси i, j опущені) для кожного $X_m \in \{X_m\}$ нечіткі підмножини $\tilde{X}_m = \left\{X_m, \lambda_{\tilde{x}_m}^{ij}(X_m)\right\}$, які характеризують систему певної ефективності за показником j для цілі i, де $\lambda_{\tilde{x}_m}^{ij}(x_m) \in L_m^{ij}$, а L_m^{ij} – деяка множина типу решітка. При цьому кожний з показників може приймати значення у множинах L_m^{ij}, що мають різну структуру (наприклад, L_m^{ij} може бути векторною решіткою) [7].

Нечіткість оцінок ефективності систем залежить від нечіткості граничних значень показників та інформації про властивості систем.

Можна запропонувати наступний алгоритм ранжирування систем за умов, що рівень аналізу фіксований:

структура кожного L_m^{ij} представляється у вигляді простого графа та визначаються рівні порядку;

для кожної пари систем $X_r, X_\ell \in \{X_m\}$ визначається величина

$$\lambda^{ij}(X_r, X_\ell) = \frac{N_r^{ij} - N_\ell^{ij}}{N_o^{ij}} \equiv \delta_r^{ij} - \delta_\ell^{ij}, \qquad (8)$$

де N_r^{ij}, N_ℓ^{ij} – рівні порядку оцінок для X_r та X_ℓ відповідно за показником j для цілі i; N_o^{ij} – кількість рівнів порядку у L_m^{ij}; δ_r^{ij}, δ_ℓ^{ij} – аналоги відстаней у L_m^{ij}.

З кожним λ^{ij} пов'язане відношення ε_0 – переваги виду

$$R_{ij}^{\varepsilon_o} = \{(X_r, X_\ell)/X_r, X_\ell \in \{X_m\}; \\ \lambda^{ij}(X_r, X_\ell) > \varepsilon_{oij}\} \qquad (9)$$

Функція приналежності нечіткого відношення переваги визначається у вигляді:

$$\mu_{ij}(X_r, X_\ell) = \begin{cases} 1; & (X_r, X_\ell) \in R_{ij}^{\varepsilon_o}; \\ 0{,}5; & \left|\lambda^{ij}(X_r, X_\ell)\right| \le \varepsilon_{oij}; \\ 0; & \lambda^{ij}(X_\ell, X_r) > \varepsilon_{oij}, \end{cases} \qquad (10)$$

де ε_{oij} – область "розмиття", у якій системи, що порівнюються, еквівалентні;

$$\varepsilon_{oij} \cong \max(\nu_{ijr(p)}, \nu_{ij\ell(p)}), \qquad (11)$$

де p – фіксований рівень аналізу.

Використовуючи результати ранжирування систем та поняття індексу нечіткості задачі, можна здійснити перевірку існування рішення задачі.

Зв'яжемо з кожним X_r нечітку множину $\widetilde{X}_r$ з функціями приналежності $\mu_{\widetilde{X}_r}^{ij}(X_r) = \delta^{ij}(X_r)$ (для усієї сукупності цілей та ознак). У підсумку отримаємо набір нечітких підмножин $\widetilde{X}_1, \widetilde{X}_2, \ldots, \widetilde{X}_m$.

Для кожної пари $\widetilde{X}_r$, $\widetilde{X}_\ell$ підрахуємо відносні узагальнені відстані (наприклад, евклідове, Хеммінга або інші) та на їх підставі побудуємо відношення неподібності на множині $\{X_m\}$. Розрахуємо мінімакс – або (min-sum) – транзитивне замикання, яке дає матрицю відповідних транзитивних відстаней $\delta(\widetilde{X}_r, \widetilde{X}_\ell)$ у просторі ознак. Отримане відношення дозволяє побудувати схему декомпозиції, використовуючи мінімакс – або (min-sum) – транзитивну відстань, та виділити транзитивно рівновіддалені класи (підмножини), що відповідають різним значенням δ:

$$\delta(\widetilde{x}_r, \widetilde{x}_\ell) = 0; \delta(\widetilde{x}_r, \widetilde{x}_\ell) = \delta_1 \text{ і т.д.}$$

Визначимо максимальне значення $\delta(\widetilde{X}_r, \widetilde{X}_\ell) = \delta_{max}$, при якому системи $\widetilde{X}_1, \widetilde{X}_2, \ldots, \widetilde{X}_m$, що аналізуються, ще розрізняються. Для того, щоб задача мала рішення, необхідно та достатньо, щоб виконувалась нерівність $\delta_{max} > \nu_\Sigma$, тобто міри несхожості систем у просторі ознак повинна бути більше індексу нечіткості задачі, який характеризує рівень інформації про неї.

Ця умова має наочний сенс: інформація про задачу (показники та властивості систем) повинна бути достатньою для розрізнення систем у просторі ознак.

Етап 3. *Формування інтегральної оцінки ефективності системи.*

Знайдемо функції приналежності для перерізу та об'єднання відношень $R_{ij}^{\varepsilon_o}$:

$$\mu_\cap(X_r, X_\ell) = \underset{i}{\Lambda} \underset{j(p)}{\Lambda} m_{ij} \cdot \mu_{ij}(X_r, X_\ell); \qquad (12)$$

$$\mu_\cup(X_r, X_\ell) = \sum_{i, j(p)} m_{ij} \cdot \mu_{ij}(X_r, X_\ell), \qquad (13)$$

де $j(p)$ – означає, що операція усереднення здійснюється по сукупності факторів, що виділені на p-му рівні аналізу; m_{ij} – враховує різницю у ступені важливості показників ефективності.

Ранжирування систем у отриманих множинах визначається функціями приналежності:

$$\mu_{\cap;\cup}(X_r) = 1 - \underset{X_\ell}{V}\left[\mu_{\cap;\cup}(X_\ell, X_r) - \mu_{\cap;\cup}(X_r, X_\ell)\right] \qquad (14)$$

Шукана підмножина ефективних систем за результатами ранжирування визначається значенням функції приналежності:

$$\mu(X_r^{еф}) = \underset{X_r}{V}\left[\mu_\cap(X_r) \Lambda \mu_\cup(X_r)\right]. \qquad (15)$$

Величину $\mu(X_r^{еф})$ можна розглядати як інтегральний показник якості, визначений на множині $\{X_m\}$.

Можлива і інша процедура отримання ефективних рішень. У цьому випадку розраховується

$$\mu_{cp}(X_r, X_\ell) = \frac{\mu_\cap(X_r, X_\ell) + \mu_\cup(X_r, X_\ell)}{2}, \qquad (16)$$

а потім

$$\mu(X_r^{еф}) = 1 - \underset{X_\ell}{V}\left[\mu_{cp}(X_\ell, X_r) - \mu_{cp}(X_r, X_\ell)\right]. \qquad (17)$$

Врахуємо додаткові порогові умови, для чого визначимо відношення ε_o' – переваги:

$$R_{ij}^{\varepsilon_o'} = \{(X_r, X_o)/X_r, X_o \in \{x_m\}; \lambda^{ij}(X_r, X_o) > \varepsilon_{oij}'\} \qquad (18)$$

з функцією приналежності

$$\mu_{ij}(X_r, X_o) \equiv \mu_{ij}^o(X_r) = \begin{cases} 1; & (X_r, X_o) \in R_{ij}^{\varepsilon_o'}; \\ 0{,}5; & \left|\lambda^{ij}(X_r, X_o)\right| \le \varepsilon_{oij}'; \\ 0; & \lambda^{ij}(X_o, X_r) > \varepsilon_{oij}', \end{cases} \qquad (19)$$

де X_o – гранична "система", що характеризується граничним значенням показників K_{ijo} (на певному рівні аналізу).

Тут, як і вище, істотно, що є область "розмиття", в якій системи, що порівнюються, не розрізняються за даним показником; ширина області "розмиття" $\varepsilon_{oij}' \cong \max(\nu_{ij}, \nu_{ijr(p)})$.

Шукана множина оптимальних систем у цьому випадку визначається функцією приналежності:

$$\mu^{еф}(X_r) = \underset{X_r}{V}\left\{\left[\underset{i}{\Lambda}\underset{j(p)}{\Lambda}\mu_{ij}^{o}(X_r)\right]\Lambda \wedge \left[\mu_{\cap}(X_r)\mu_{\cup}(X_r)\right]\right\}. \quad (20)$$

Розглянемо деякі особливості запропонованого алгоритму оптимізації.

1. Якщо інформація про граничні значення точна, тобто $\varepsilon'_{oij} = 0$, то алгоритм оптимізації спрощується:

$$\mu^{еф}(X_r) = \underset{X_r}{V}\underset{i}{\Lambda}\underset{j}{\Lambda}\mu_{ij}^{o}(X_r). \quad (21)$$

Подібний випадок має місце, якщо $\varepsilon_{oij} << \left|\lambda^{ij}(X_r, X_\ell)\right|$.

2. Якщо $\varepsilon'_{oij} \cong \max\left|\lambda^{ij}(X_r, X_\ell)\right|$, то чутливість рішення мала і алгоритм оптимізації мало ефективний.

Висновки

1. Сформульовано проблему синтезу складних систем при багатокритеріальному показнику ефективності та за умов нечіткості інформації.

2. Запропоновано алгоритм синтезу СС, який враховує нечіткість вихідної інформації про цілі та властивості системи та забезпечує отримання шуканої множини оптимальних систем, використовуючи функцію приналежності.

3. Проаналізовано чутливість алгоритму до точності визначення граничних значень показників ефективності системи.

Список літератури

1. *Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. – М.: МПСИ, 2005. – 584 с.*

2. *Большие системы: моделирование организационных механизмов / В.Н. Бурков, Б. Данев, А.К. Еналеев и др.; Отв. ред. В.И. Опойцев: АН СССР. Ин-т проблем управления. – М.: Наука, 1999. – 245 с.*

3. *Проектирование организационных структур: методы и алгоритмы / Б.М. Герасимов, В.И. Глуцкий, А.А. Рабчук.. – К.: БФ "Миротворець", 2000. – 206 с.*

4. *Многокритериальная оптимизация: Математические аспекты / Б.А. Березовский, Ю.М. Барышников, В.И. Борзенко, Л.М. Кемпнер. – М.: Наука, 1989. – 128 с.*

5. *Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с франц. – М.: Радио и связь, 1982. – 423 с.*

6. *Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. – М.: Наука, 1981. – 203 с.*

7. *Гретцер Г. Общая теория решеток: Пер. с англ. / Под ред. Д.М. Смирнова. – М.: Мир, 1981. – 456 с.*

Надійшла до редколегії 23.05.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаєв, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. П. Василенка, Харків.