УДК 621.37 : 621.391

С.Г. Рассомахин

Объединенный научно-исследовательский институт Вооруженных Сил, Харьков

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА ПЕРЕДАЧИ ЧИСЛОВЫХ ПОЗИЦИОННЫХ КОДОВ ДЛЯ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫХ КАНАЛОВ С ФЛУКТУАЦИОННЫМ ШУМОМ

Предложен алгоритм формирования и обработки сигналов для передачи позиционных кодов, основанный на критерии минимума среднего квадрата ошибки восстановления чисел на выходе канала с аддитивным белым гауссовым шумом (АБГШ). Алгоритм обеспечивает использование неравномерной энергетической "защиты" разрядов чисел при комбинировании "мягких" и "жестких" решений оптимального приема в условиях ограничения средней мощности передатчика. Для различного качества канала рассчитаны параметры сигналов и показатели эффективности алгоритма. Показана возможность достижения существенного выигрыша по точности передачи позиционных чисел, достигаемого без дополнительных частотных и энергетических затрат.

алгоритм формирования и обработки сигналов, позиционные коды

Введение

Во многих практических случаях системы передачи дискретной информации (СПДИ) предназначаются для передачи цифровых значений, соответствующих измерениям конкретных физических величин. При этом первичными сообщениями дискретного источника являются числа, представленные позиционно-значимыми кодами с произвольным (как правило, двоичным) основанием системы счисления. В некоторых случаях переход к позиционным кодам при передаче дискретных сообщений вызван использованием перспективных способов помехоустойчивого представления данных, при этом становится возможной реализация алгоритмов "накопления" для усреднения мешающих воздействий помех. Использование обычных корректирующих кодов не всегда является оправданным, особенно при функционировании СПДИ в реальном масштабе времени. При этом отсутствуют возможности введения задержки передачи, а, зачастую, и возможности расширения спектра. Естественным отличием процесса разработки алгоритмов передачи количественной информации является стремление минимизировать ошибку восстановления чисел (которая является следствием, как первичного аналого-цифрового преобразования, так и искажений в канале), причем традиционная минимизация вероятности ошибки на символ при передаче по зашумленному каналу далеко не всегда приводит к уменьшению дисперсии ошибки восстановления. Точность функционирования СПДИ зависит от совокупности параметров представления, передачи и обработки позиционных кодов и достигается комплексным компромиссом при выборе алгоритмов и параметров преобразования сообщений.

Анализ литературы. Методы цифровой передачи непрерывных сообщений, которые непосредственно связаны с задачей минимизации среднего квадрата ошибки восстановления, активно разрабатываются, начиная с 60-х годов прошлого столетия [1, 2, 4]. Наиболее типичными направлениями исследований являются вопросы оптимизации точности цифрового представления в зависимости от качества каналов, а также методы использования неравномерной защиты значащих разрядов чисел. Основными результатами теоретических разработок являются рекомендации по выбору разрядности чисел (точности квантования), в том числе при использовании неравномерной шкалы, и распределению энергии между разрядами, полученные для различных типов первичных источников и моделей помех в канале передачи [1, 2, 5]. Вместе с тем, вопросы синтеза и оптимизации алгоритмов приема (различения) сигналов, используемых для представления количественной информации, являются недостаточно проработанными. Особенно актуальным является рассмотрение процедур обработки сигналов на основе "мягких" решений приемника, приводящих к реализации так называемого дискретно-непрерывного канала. При этом компромисс при использовании "жестких" и "мягких" решений при обработке различных разрядов одного и того же кодового слова может обеспечить приближение СПДИ к потенциальным характеристикам помехоустойчивости [3 – 5].

Целью статьи является исследование комбинированного алгоритма обработки сигналов позиционных кодов, обеспечивающего минимизацию средней мощности шума восстановления чисел, а также решение задачи совместной оптимизации основных параметров цифровой передачи: разрядности и дифференциации отношения сигнал/шум при реализации гибкого "полумягкого" алгоритма приема в условиях АБГШ.

Основная часть

Рассмотрим достаточно традиционную задачу, заключающуюся в необходимости передачи чисел, которые получены аналого-цифровым преобразованием измерений непрерывной случайной величины, по каналу с АБГШ. При надлежащем согласовании источника и преобразователя входные сообщения канала могут быть описаны распределением вероятностей $Q(x)$, заданном на множестве действительных чисел $x_0,\ldots,x_{m-1}$. При этом $n=\log_2 m$ – разрядность чисел $x_i, i=\overline{0,m-1}$, представленных в двоичной системе счисления. Ограничимся рассмотрением самого неблагоприятного (с точки зрения помехоустойчивости передачи) случая равномерного распределения вероятностей чисел $Q(x_i)=m^{-1}, i=\overline{0,m-1}$, что соответствует безизбыточному источнику с энтропией на одно число, равной $H_x=m$ бит. В этом случае отсутствуют корреляционные связи между разрядами чисел, принимающих с равной вероятностью $q=0,5$ значения "0" или "1". При этом наилучшая помехоустойчивость (по критерию максимального правдоподобия) достигается при когерентном поэлементном приеме разрядов чисел [3, 4]. Для произвольного j-го разряда при использовании противоположных сигналов с фазовой модуляцией (ФМ) вероятность приема с ошибкой определяется

$$p(E_j)=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\int_{-\infty}^{\sqrt{2E_j/N_0}} e^{-\frac{z^2}{2}}dz, \qquad (1)$$

где $E_j=a_j^2\dfrac{T}{2}, j=\overline{0,n-1}$ – энергия сигнала с амплитудой a_j на интервале модуляции T; N_0 – спектральная плотность мощности АБГШ.

Формула (1) соответствует стандартному "жесткому" правилу принятия решения при приеме одиночного j-го символа произвольного i-го числа. В упрощенном виде это правило представляется выражением

$$x_{i,j}^{\;*}=\begin{cases}1, & \text{при } s_j\ge 0;\\ 0, & \text{при } s_j<0;\end{cases} \qquad (2)$$

где $x_{i,j}^{\;*}$ – оценка значения разряда двоичного числа; $s_j=\dfrac{2}{T}\int_0^T\big(c_j(t)+\xi(t)\big)\sin(\omega_0 t)\,dt$, $c_j(t)=\pm a_j\sin(\omega_0 t)$; $t\in\overline{0,T}$ (начальная фаза для простоты опущена); $\xi(t)$ – реализация АБГШ на интервале модуляции T (в дальнейшем для простоты $T=1$); ω_0 – несущая частота. В случае равномерного распределения энергии между значащими разрядами передаваемых чисел $E_j=\text{const}=E$, $a_j=\alpha$, $j=\overline{0,n-1}$, дисперсия ошибки восстановления чисел с учетом позиционного веса разрядов и формулы (1) при поэлементном приеме с независимыми ошибками (двоичный симметричный канал) определяется выражением

$$D_0=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\int_{\alpha}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{N_0}}dz\cdot\sum_{j=0}^{n-1}2^{2j}. \qquad (3)$$

Одним из известных способов уменьшения средней мощности ошибки (3) является перераспределение энергии, затрачиваемой на передачу символов чисел, которое осуществляется в соответствии с позиционным весом значащих разрядов [2]. При этом средняя энергия сигналов, используемых для передачи чисел, остается фиксированной, а дисперсия ошибки восстановления определяется

$$D_1=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}}\cdot\sum_{j=0}^{n-1}2^{2j}\int_{a_j}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{N_0}}dz, \qquad (4)$$

где коэффициенты $a_j, j=\overline{0,n-1}$ находятся решением условной минимизационной задачи

$$\min_{a_j}\langle D_1\rangle \quad \text{при} \quad \sum_{j=0}^{n-1}a_j^{\,2}=n\cdot\alpha^2. \qquad (5)$$

Реализация "мягкого" алгоритма приема одиночного разряда числа предполагает наличие интервала $\left[-a_j,a_j\right]$, внутри которого оценка принятого разряда приемником трактуется, как непрерывная величина, изменяющаяся в пределах соответствующего позиционного веса j-го разряда $\left[0,2^j\right]$. Соответствующее правило принятия решения имеет вид

$$x_{i,j}^{\;*}=\begin{cases}1 & \text{при } s_j\ge a_j;\\ \dfrac{1}{a_j}s_j & \text{при } |s_j|<a_j;\\ 0 & \text{при } s_j\le -a_j.\end{cases} \qquad (6)$$

Это приводит к следующему определению дисперсии ошибки восстановления чисел

$$D_2=\sum_{j=0}^{n-1}\left\{\frac{2^{2j}}{\sqrt{\pi N_0}}\left[\int_0^{2a_j}\left(\frac{z}{2a_j}\right)^2 e^{-\frac{z^2}{N_0}}dz+\int_{2a_j}^{\infty}e^{-\frac{z^2}{N_0}}dz\right]\right\}. \qquad (7)$$

Коэффициенты a_j, минимизирующие дисперсию D_2, находятся из решения задачи, аналогичной выражению (5):

$$\min_{a_j}\langle D_2\rangle \quad \text{при} \quad \sum_{j=0}^{n-1}a_j^{\,2}=n\cdot\alpha^2. \qquad (8)$$

Гибридный "полумягкий" алгоритм приема чисел получается из предыдущего путем введения изменяющихся границ интервала, внутри которого оценка значения разряда воспринимается приемником, как непрерывная величина. Правило оценки представляется выражением

$$x_{i,j}^{*} = \begin{cases} 1 & \text{при } s_j \ge \left(1 - b_j\right) \cdot a_j; \\ \dfrac{1}{a_j} s_j & \text{при } \left|s_j\right| < \left(1 - b_j\right) \cdot a_j; \\ 0 & \text{при } s_j \le -\left(1 - b_j\right) \cdot a_j. \end{cases} \qquad (8)$$

Коэффициенты $b_j, j = \overline{0, n-1}$ могут принимать значения из диапазона от 0 до 1. При $b_j = 0$ или $b_j = 1$ имеем, соответственно, рассмотренные ранее "мягкий" или "жесткий" алгоритмы принятия решений для j - го разряда числа. Формула для расчета дисперсии ошибки приема чисел получается на основе выражения (7) и имеет вид:

$$D_3 = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \sum_{j=0}^{n-1} \left\{ 2^{2j} \left[\int_{b_j a_j}^{(2-b_j)a_j} \left(\frac{z}{2a_j} \right)^2 e^{-\frac{z^2}{N_0}} dz + \right. \right. \qquad (9)$$

$$\left. \left. + \int_{(2-b_j)a_j}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{N_0}} dz \right] \right\},$$

где наборы коэффициентов a_j и b_j являются решением задачи условной минимизации следующего вида:

$$\min_{a_j, b_j} \left\langle D_3 \right\rangle \text{ при } \sum_{j=0}^{n-1} a_j^2 = n \cdot \alpha^2, \; 0 \le \underset{j=\overline{0,n-1}}{b_j} \le 1 . \qquad (10)$$

Очевидно, что гибридный алгоритм (8), (9) является наиболее универсальным, так как предполагает отдельную оптимизацию параметров решающего правила приема разрядов чисел. При условиях, определяющих минимум целевой функции (10), критерий принятия решения для каждой позиции числа может изменяться при различных значениях качества канала не зависимо от совокупности критериев приема остальных разрядов.

Для получения практических рекомендаций по синтезу оптимального алгоритма передачи и приема чисел позиционных кодов получены численные решения задач (5), (8) и (10) для различных значений отношения сигнал/шум в каналах с АГБШ.

Краткая иллюстрация результатов решений, полученных для алгоритмов передачи и обработки восьмиразрядного двоичного числа (байта) представлена на рис. 1 – 3.

На рис. 1 показаны нормированные на величину D_0 (см. выражение (3)), зависимости средней мощности ошибки для рассмотренных трех разновидностей алгоритмов принятия решений.

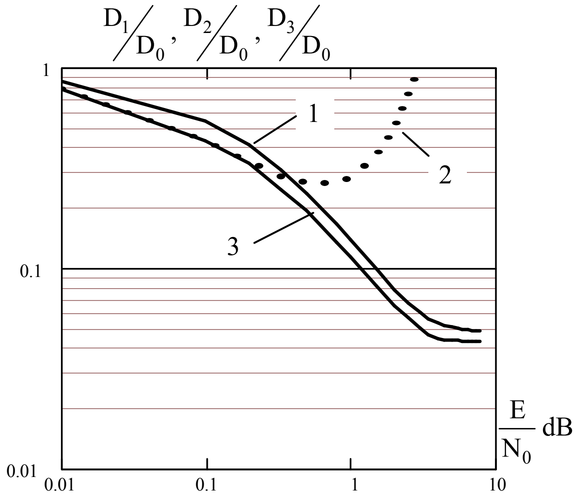

Рис. 1. Зависимости нормированных значений средней мощности ошибки от отношения сигнал/шум

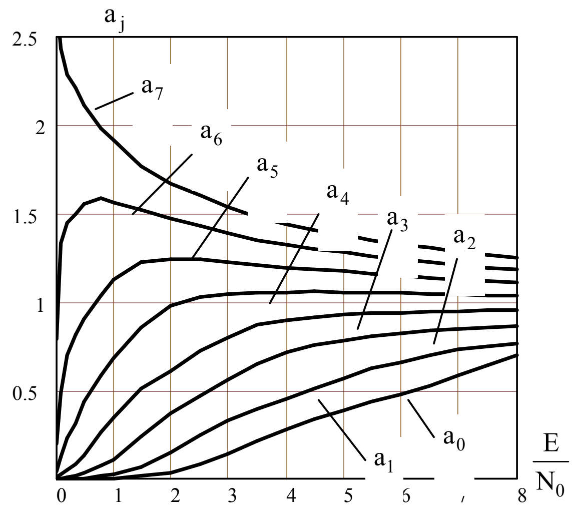

Рис. 2. Зависимости амплитудных коэффициентов при передаче байта от отношения сигнал/шум

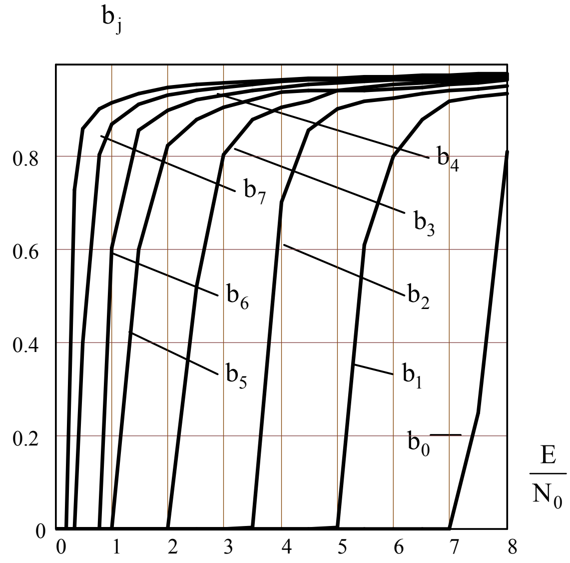

Рис. 3. Зависимости граничных коэффициентов "полумягкого" алгоритма от отношения сигнал/шум

При любом отношении сигнал/шум комбинированный алгоритм (кривая 3) обеспечивает наименьшую дисперсию шума восстановления. Для плохих каналов при $E/N_0 \le 0,5$ точность комбинированного алгоритма совпадает с точностью, обеспечиваемой "мягкими" решениями (6). В хороших каналах при $E/N_0 > 8$ показатели точности комбинированного (8) и "жесткого" (2) алгоритмов асимптотически совпадают.

На рис. 2 иллюстрируется изменение амплитудных коэффициентов a_j, характеризующих распределение энергии между разрядами байта. В плохих каналах ($E/N_0 \le 1$) наименьшая мощность ошибки обеспечивается при передаче от 1 до 4 старших бит позиционного числа. С улучшением качества канала повышается степень важности младших бит, и, соответственно, увеличивается доля энергии, расходуемой на их передачу. Укороченная разрядность передаваемых чисел в области отношений $E/N_0 \le 3$ (поскольку младшие разряды можно просто не передавать), которая, фактически, не приводит к потере точности, означает наличие возможности уменьшения необходимой полосы частот и максимальной мощности передатчика, по сравнению с полной передачей. Это следует из возможности перераспределения энергии путем увеличения длительности интервала модуляции T, отводимого на передачу каждого из разрядов числа.

Интересным является "поведение" граничных коэффициентов b_j, определяющих алгоритм принятия решений при приеме отдельных разрядов чисел (рис. 3). Как следует из данных, показанных на рис. 1 и 3, работа в плохих каналах является более эффективной при использовании "мягких" решений при обработке всех разрядов числа ($b_j \to 0,\ j = \overline{0,7}$). При улучшении канала наблюдается последовательное скачкообразное увеличение значений коэффициентов b_j, которое происходит, начиная со старших разрядов. Следует отметить, что в интервале актуальных для реальных каналов отношений сигнал/шум (1÷10 dB) характер решающего правила сохраняется комбинированным. Обработка старших разрядов производится по правилу, близкому к "жесткому" алгоритму (2), в то время как решения о значениях младших значащих разрядов выносятся по "мягкому" алгоритму (8).

Выводы

Решение задачи совместной оптимизации процесса передачи (за счет перераспределения энергии на бит) и обработки (путем дифференциации степени "жесткости" решающего правила) позволяет при сохранении частотных и энергетических затрат существенно снизить среднюю мощность шума восстановления чисел при передаче количественной информации в условиях действия АБГШ. Наиболее эффективным с точки зрения минимизации дисперсии ошибки восстановления чисел при любом качестве канала передачи является комбинированный алгоритм принятия решений. При этом сочетание "жесткого" (для старших разрядов чисел) и "мягкого" (для младших разрядов) решающих правил обеспечивает приращение точности СПДИ при сохранении показателей энергетической и полосной эффективности. Использование разработанного комбинированного алгоритма передачи и обработки позиционных кодов обеспечивает снижение средней мощности шума восстановления чисел, по сравнению с обычными методами передачи на основе фазовой модуляции, не менее, чем в 10 – 25 раз при отношении сигнал/шум 1 – 10 dB. Указанный выигрыш достигается за счет несущественного усложнения правил формирования и приема позиционных кодов.

Список литературы

1. Величкин А.И. Теория дискретной передачи непрерывных сообщений. – М.: Сов. радио, 1970. – 296 с.

2. Терентьев С.Н. Минимизация среднеквадратической ошибки при передаче количественной информации // Труды Института Кибернетики АН УССР. – 1969. – Вып. 3. – С. 37-41.

3. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. – М.: Радио и связь, 1983.– 320 с.

4. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации / А.Г. Зюко, А.И. Фалько, И.П. Панфилов, В.Л. Банкет, П.В. Иващенко; Под ред. А.Г. Зюко. – М.: Радио и связь, 1985. – 272 с.

5. Ключко В.И., Рассомахин С.Г. Оптимизация выбора временных параметров ФНЧ с учетом процесса старения информации // Известия ВУЗов СССР, Радиоэлектроника. – 1984. – Т. 27, № 11. – С. 72-74.

Поступила в редколлегию 20.07.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.С. Сорока, Объединенный научно-исследовательский институт Вооруженных Сил, Харьков.