УДК 621.34

С.В. Савченко

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

ОПТИМИЗАЦИЯ ЦИФРОВЫХ СЕТЕЙ ИНТЕГРИРОВАННОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ПРИ ОГРАНИЧЕННЫХ СЕТЕВЫХ РЕСУРСАХ

В статье рассмотрены вопросы разработки методики расчета пропускных способностей в многоканальной цифровой сети интегрированного обслуживания с технологией АТМ при ограниченных объемах буферной памяти в узлах коммутации с использованием вероятности отказа в качестве функции стоимости.

многоканальная цифровая сеть интегрированного обслуживания

Введение

Анализ литературы и постановка задачи исследования. В результате анализа литературы [1 – 9], можно сделать вывод, что для решения проблем эффективного использования сетевых ресурсов и обеспечения требуемого качества обслуживания пользователя необходимо разработать методику расчета пропускных способностей в многоканальной сети при ограниченных объемах буферной памяти в узлах коммутации. Использование вероятности отказа в обслуживании в качестве функции стоимости позволила бы значительно упростить функционал оптимизации и решить задачу безусловной оптимизации аналитически по составному показателю, выражающему степень загрузки каналов. Такая оптимизация позволила бы варьировать значениями пропускной способности и числом каналов в заданном направлении в зависимости от класса трафика, предоставляя пользователю по его требованию любую совокупность каналов с переменной шириной битовых скоростей передачи, формируя каждый раз виртуальный канал с переменной пропускной способностью, что делает данную методику оптимизации эффективной для расчета цифровых сетей интегрированного обслуживания (ЦСИО) с технологией АТМ.

Целью данной статьи является разработка метода расчёта оптимальных пропускных способностей звеньев ЦСИО, совместимого с технологией АТМ и мультисервисным обслуживанием, обеспечивающим минимальное время доставки информации при заданной вероятности потерь.

Результаты исследований

Звено сети моделируются в виде СМО типа M/M/n [10] с ограниченной очередью (n-канальная

СМО с ожиданием), на которую поступает пуассоновский поток заявок с суммарной интенсивностью λ, интенсивностью обслуживания для каждого канала μ и числом мест в очереди m. Очереди связаны с входом в каждое звено, образованное пучком из n каналов и коллективно используемой памятью в каждом направлении, содержащей m ячеек памяти.

Для каждого звена среднее число занятых каналов определяется как [10]:

$$\bar{z} = \rho\left(1 - \frac{\rho^{n+m}}{n^m n!} P_0\right). \qquad (1)$$

Среднее число заявок, находящихся в очереди, может быть найдено как:

$$\bar{r} = \frac{(n\chi)^{n+1} P_0}{nn!} \sum_{\alpha=1}^{m} \alpha\chi^{\alpha-1}, \qquad (2)$$

где $\chi = \rho / n$ – степень загрузки канала.

В (1), (2) значение P_0 (вероятность того, что каналы свободны и нет очереди) определяется выражением:

$$P_0 = \left[\sum_{\alpha=0}^{n} \frac{\rho^\alpha}{\alpha!} + \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\alpha=1}^{m} \left(\frac{\rho}{n}\right)^\alpha\right]^{-1} = \left[\sum_{\alpha=0}^{n} \frac{(n\chi)^\alpha}{\alpha!} + \frac{(n\chi)^n}{n!} \sum_{\alpha=1}^{m} \chi^\alpha\right]^{-1}. \qquad (3)$$

Суммируя выражения (1) и (2), получим среднее число заявок в СМО:

$$\overline{W} = \bar{z} + \bar{r}. \qquad (4)$$

Вероятность отказа (занятости всех каналов и мест в очереди) равна:

$$P_{отк} = \frac{\rho^{n+m}}{n! \cdot n^m} \cdot P_0. \qquad (5)$$

Зафиксируем вероятность отказа на некотором допустимом уровне:

$$P_{отк} \le P_{отк}^{доп}, \qquad (6)$$

тогда для предельного значения $P_{отк}^{доп}$ из выражения (5) определим P_0:

$$P_0 = \frac{n! \cdot n^m}{(n \cdot \chi)^{n+m}} \cdot P_{отк}^{доп}. \qquad (7)$$

Используя (7) произведем упрощение выражений (1) и (2):

$$\bar{r} = P_{отк}^{доп} \cdot \sum_{\alpha=1}^{m} \alpha \cdot \chi^{-(m-\alpha)}; \qquad (8)$$

$$\bar{z} = n\chi(1 - P_{отк}^{доп}). \qquad (9)$$

Таким образом, получим выражение для среднего числа заявок в СМО:

$$\overline{W} = n\chi(1 - P_{отк}^{доп}) + P_{отк}^{доп} \sum_{\alpha=1}^{m_i} \alpha\chi^{-(m-\alpha)}. \qquad (10)$$

Соотношение (10) справедливо для любого звена изотропной сети, в которой ρ не зависит от направления передачи. Однако в анизотропных сетях независимая переменная χ и значения m, n, $P_{отк}^{доп}$, зависят от направления передачи для каждого i-го звена сети связи так, что

$$\overline{W_i} = n_i\chi_i(1 - P_{i\,отк}^{доп}) + P_{i\,отк}^{доп} \sum_{\alpha=1}^{m_i} \alpha \cdot \chi_i^{-(m_i-\alpha)}, \; i = \overline{1,k}, \qquad (11)$$

Используя формулу Литтла и клейнроковскую аппроксимацию [11], имеем

$$\gamma\, \overline{T}_{зад} = \sum_{i=1}^{k} \overline{W}_i. \qquad (12)$$

Условие (12) с учетом (11) определяет среднее время задержки пакетов:

$$\overline{T}_{зад} = \frac{1}{\gamma} \cdot \sum_{i=1}^{k} \left[P_{i\,отк}^{доп} \sum_{\alpha=1}^{m_i} \alpha \cdot \chi_i^{-(m_i-\alpha)} + n_i \cdot \chi_i(1 - P_{i\,отк}^{доп})\right]. \qquad (13)$$

Введение условия (6) позволило не только упростить функционал оптимизации за счет исключения громоздкого выражения (4), но и ввести второй качественный показатель – вероятность отказа, допустимое значение которого может быть задано в виде требования пользователей сети. При этом функция (13) имеет экстремум (минимум), поиск которого является задачей безусловной оптимизации. Путем вычисления частных производных

$$\partial\overline{T}_{зад} \big/ \partial\chi_i = 0, \qquad (14)$$

получаем абсолютный экстремум, который в силу унимодальности $\overline{T}_{зад}$ является глобальным. При традиционном методе оптимизации необходимо задавать функцию стоимости в качестве ограничения, так как исходная функция не содержит экстремума, но является выпуклой, и поиск экстремума решается как задача условной оптимизации, имеющей множество относительных экстремумов. Кроме того, данный метод свободен от субъективизма в выборе функции стоимости, т.к. применение любой ее формы не может быть убедительно аргументировано для конкретных условий задачи. В силу аддитивности функции (13) после вычисления частных производных (14) получаем систему алгебраических уравнений

$$\partial\overline{W}_i \big/ \partial\chi_i = 0, \; i = \overline{1,k},$$

каждое из которых является функцией одной независимой переменной (свойство сепарабельности), т.е.

$$\partial\overline{W}_i \big/ \partial\chi_i = d\overline{W}_i \big/ d\chi_i = 0. \qquad (15)$$

Вычисление (15) с учётом (11) приводит к системе k уравнений вида:

$$\sum_{\alpha=1}^{m_i-1} (m_i - \alpha)\alpha\chi_i^{-(m_i-\alpha+1)} = n_i \frac{1 - P_{i\,отк}^{доп}}{P_{i\,отк}^{доп}}, \quad i = \overline{1,k}, \qquad (16)$$

определяющих значение $\chi_i = \chi_i^{опт}$ функций переменных $m_i, n_i, P_{i_{отк}}^{опт}$, обеспечивающих минимальное среднее время доставки пакета. Однако по условиям задачи приемлемыми значениями $\chi_i^{опт}$ являются те, которые располагаются на поверхности, определяемой выражениями, полученными из (5):

$$\frac{(n_i\chi_i)^{n_i+m_i}}{n_i!\,n_i^{m_i}}\times\left[\sum_{\alpha=0}^{n_i}\frac{(n_i\chi_i)^{\alpha}}{\alpha!}+\frac{(n_i\chi_i)^{n_i}}{n_i!}\sum_{\alpha=1}^{m_i}\chi_i^{\alpha}\right]^{-1}=P_{i_{\text{отк}}}^{\text{доп}}. \quad (17)$$

Преобразуем выражение (16) к виду:

$$\left[1+\frac{1}{n_i}\sum_{\alpha=1}^{m_i-1}(m_i-\alpha)\alpha\chi_i^{-(m-\alpha+1)_i}\right]^{-1}=P_{i\text{оот}}^{\text{доп}}. \quad (18)$$

Учитывая, что правые части уравнений (17) и (18) одинаковы и постоянны, приемлемые оптимальные значения ${}^{\text{пр}}\chi_i^{\text{опт}}$ найдем из условия:

$$\frac{n_i!}{(n_i\chi_i)^n}\sum_{\alpha=0}^{n_i}\frac{(n_i\chi_i)^{\alpha}}{\alpha!}=\sum_{\alpha=1}^{m_i}\left[\frac{\alpha(m_i-\alpha)}{n_i}-\chi_i\right]\chi_i^{\alpha-1}. \quad (19)$$

Анализ выражения (19) показывает, что приемлемые значение ${}^{\text{пр}}\chi_i^{\text{опт}}$ не зависят от требуемого значения вероятности отказа $P_{i_{\text{отк}}}^{\text{опт}}$ и являются функциями дискретных значений числа каналов (n_i) и числа мест в очереди (m_i).

Каждое уравнение системы (19) является функцией одной переменной χ_i и даёт возможность независимо определить приемлемое оптимальное значение степени загрузки канала ${}^{\text{пр}}\chi_i^{\text{опт}}$ для каждого звена сети. Однако получить точное аналитическое решение (19) не представляется возможным в виду его трансцендентности, но они могут быть решены программно численным методом. Тогда достаточно решить одно из уравнений (19) относительно

$${}^{\text{пр}}\chi_i^{\text{опт}}=\frac{\lambda_i}{n_i\mu_i}=\frac{L\lambda_i}{n_iL\mu_i}=\frac{F_i}{Vn_i};\ {}^{\text{пр}}\chi^{\text{опт}}=f(m_i,n_i), \quad (20)$$

где $F_i = L\lambda_i$ – суммарный поток на входе i-го звена; $V_i = L\mu_i$ – пропускная способность каждого из n каналов. Остальные значения ${}^{\text{пр}}\chi_i^{\text{опт}}$ могут отличаться числом буферов m_i или каналов n_i. Оптимизация по χ_i позволяет варьировать величинами V_i и в зависимости от класса трафика F_i, предоставляя по требованию пользователя любую совокупность каналов с переменной шириной битовых скоростей передачи, формируя каждый раз виртуальный канал с переменной пропускной способностью независимо от требуемой P_0, при этом время доставки информации будет оставаться минимальным. Решение уравнения (19) можно осуществить графическим методом (рис. 1), представив его в виде

$$f(n,m\chi)=\frac{n_i!}{(n_i\ \chi_i)^n}\sum_{\alpha=0}^{n_i}\frac{(n_i\ \chi_i)^{\alpha}}{\alpha!}-\sum_{\alpha=1}^{m_i}\left[\frac{\alpha\ (m_i-\alpha)}{n_i}-\chi_i\right]\chi_i^{\alpha-1}=0.$$

Приемлемые оптимальные значения определяются координатами точек пересечения этих кривых с осью χ. Анализ графиков показывает, что существует три варианта решения в зависимости от соотношения величин n и m .

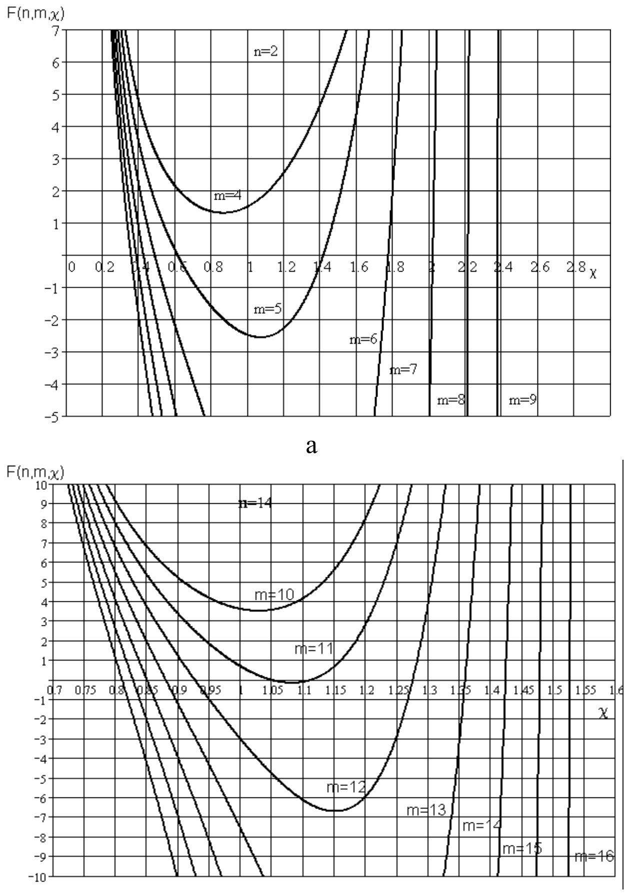

Рис. 1. Графический метод определения оптимальных значений для изотропной сети:
а – n = 2, m = 5, 6, 7, 8, 9; б – n = 14, m = 12, 13, 14, 15, 16

Если функция f(n, m, χ) не пересекает ось χ, то приемлемых экстремальных значений функции не существует (например, при n = 2 и m = 4). Функция f(n, m, χ) может касаться оси χ, и тогда точка касания будет являться единственным значением. В третьем случае имеются две точки пересечения. Однако значения χ >1 во второй точке приводят к быстрому росту $\overline{T}_{\text{зад}}$ и $P_{\text{отк}}^{\text{доп}}$. По физическому смыслу и условиям задачи приемлемыми являются значения меньшего по величине корня. Совмещение условий (13, 19, 20) представлены на рис. 2.

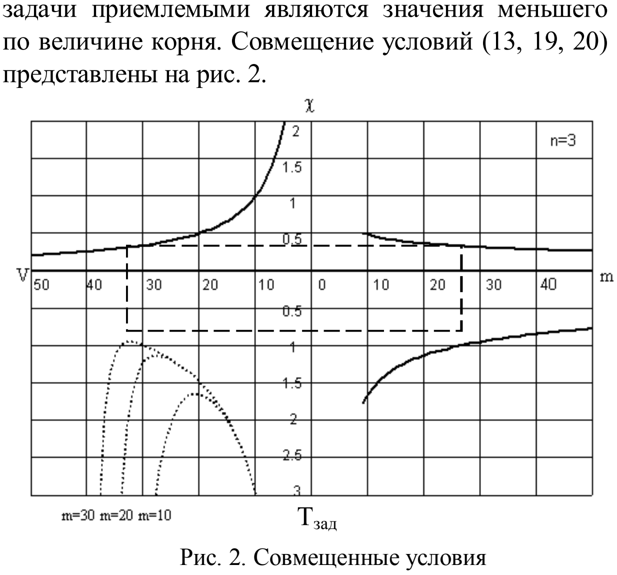

Рис. 2. Совмещенные условия

Выводы

Анализ совмещенных условий, представленных на рисунке 2, позволяет сделать вывод, что в пределах установленных значений параметров временной прозрачности сети, можно осуществить обмен пропускной способности канала на объем буферной памяти на входе в данный канал. Такой обмен может быть осуществлен при условии поддержания постоянства таких качественных показателей сети, как время задержки и вероятность потери ячеек.

Анализ выражений (20) показывает, что они являются независимыми. Выражение (20) определяет условие, при котором можно осуществить варьирование числом каналов и их пропускной способностью в зависимости от класса трафика, предоставляя пользователю совокупность каналов с заданной шириной полосы пропускания в пределах полученного значения ${}^{пр}\chi_i^{опт}$, оставляя среднее время задержки минимальным независимо от величины требуемого значения вероятности потери ячеек вследствие отказов в обслуживании для сети известной топологии.

Таким образом, полученные из графиков значения ${}^{пр}\chi_i^{опт}$ совместно с соотношением (20) дают возможность рассчитать пропускные способности каналов связи V_i и необходимый объем буферной памяти m_i при известной топологии сети и заданной матрице тяготения $||\lambda_{ij}||$, которые обеспечивают требуемые значения вероятности отказа и гарантируют минимальное время доставки сообщений.

Предложенная процедура оптимизации не чувствительна к изменению основных качественных показателей (вероятности отказа и среднего времени задержки), что является необходимым условием для осуществления процессов обмена объема буферной памяти на пропускную способность. Поскольку при таком выборе ограничивающего условия (вероятность отказа, для которого теория массового обслуживания дает строгое математическое выражение (5)) функционал оптимизации (13) является объективным показателем, что дает основание рассматривать результаты решения задачи в качестве законов для ЦСИО.

Список литературы

1. *Бакланов И.Г. Технологии измерения первичной сети. Ч.2. Системы синхронизации, B-ISDN, ATM. – М.: Эко-Трендз, 2000. – 150 с.*
2. *Блэк Ю. Сети ЭВМ: протоколы, стандарты, интерфейсы. – М.: Мир, 1990. – 506 с.*
3. *Боккер П. ISDN. Цифровая сеть с интеграцией служб. Понятия, методы, системы: Пер. с нем. – М.: Радио и связь, 1991. – 102 с.*
4. *Буассо М., Деманж М., Мюнье Ж..М. Введение в технологию ATM: Пер. с англ. / Под ред. В.О. Шварцмана. – М.: Радио и связь, 1997. – 128 с.*
5. *Бертсекас Д., Галлагер Р. Сети передачи данных. – М.: Мир, 1989. – 544 с.*
6. *Новиков О.А., Петухов С.И. Прикладные вопросы теории массового обслуживания. – М.: Наука, 1989. – 400 с.*
7. *Назаров А.Н., Симонов М.В. ATM: Технология высокоскоростных сетей. – М.: Эко-Трензд, 1999. – 252 с.*
8. *Олифер В.Г., Олифер Н.А. Новые технологии и оборудование IP- сетей. – С.-Пб.: БХВ-Санкт-Петербург, 2000. – 512 с.*
9. *Советов Б.Я. Яковлев С.А. Построение сетей интегрального обслуживания. – Л.: Машиностроение, 1990. – 332 с.*
10. *Шварц М. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ: В 2-х ч. – М.: Наука, 1992. – 336 с.*
11. *Клейнрок Л. Вычислительные сети с очередями: Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 586 с.*

Поступила в редколлегию 1.08.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.В. Козелков, Центральный НИИ навигации и управления, Киев.