

УДК 621.396.969

В.І. Присяжний

Військова частина А0515

ОПТИМАЛЬНИЙ ВИБІР СЕАНСІВ РАДІОКОНТРОЛЮ ОРБИТИ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНОЇ ТОЧНОСТІ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ УТОЧНЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ КОСМІЧНОГО АПАРАТА

У статті запропонована методика визначення оптимальної кількості витків для проведення радіоконтролю орбіти при однопунктній технології управління КА. Методика заснована на використанні багатокритеріального аналізу на базі згортки професора Вороніна А.М. і дозволяє визначити кількість витків радіоконтролю орбіти, що забезпечує максимальну точність вирішення задачі уточнення параметрів руху космічного апарата (КА).

методика визначення оптимальної кількості витків, радіоконтроль

Вступ

Ефективність застосування космічних апаратів (КА) оптико-електронного спостереження (ОЕС) безпосередньо залежить від точності визначення їх параметрів руху.

Уточнення параметрів руху КА здійснюється шляхом статистичної обробки вимірювань поточних навігаційних параметрів (ВПНП). При такій обробці мають місце дві похибки: випадкова - обумовлена випадковими помилками вимірювальної інформації і методична - обумовлена систематичними помилками вимірювальної інформації і помилками моделі руху КА. Для підвищення точності вирішення задачі уточнення необхідно зменшувати обидві складові похибки.

Зменшення впливу випадкової похибки здійснюється шляхом накопичення вимірювань поточних навігаційних параметрів з подальшою їх статистичною обробкою, тобто ряд сеансів зв'язку задіюється для проведення радіоконтролю орбіти (РКО).

Вплив методичної похибки (похибок моделі) безпосередньо залежить від часу прогнозування параметрів руху КА. Для її зменшення необхідно скорочувати часовий інтервал прогнозування, тобто зменшувати час накопичення вимірювальної інформації (зменшувати число витків радіоконтролю орбіти).

Слід також враховувати, що для максимально можливого використання КА за цільовим призначенням при однопунктній технології необхідно зменшувати кількість сеансів зв'язку, що забезпечують тільки процес управління, зберігаючи при цьому необхідну точність.

Таким чином, актуальним є завдання оптимального вибору сеансів радіоконтролю орбіти, який забезпечував би максимальну точність рішення задачі уточнення параметрів руху космічного апарата при мінімумі задіяних для пошуку даного рішення сеансів зв'язку.

Аналіз і постановка завдання

У роботах М.А. Агаджанова, П.Є. Ель'ясберга, Б.Ф. Жданюка, Г.С. Наріманова [1, 2] детально розглянуті питання організації процесу балістичного забезпечення польотів космічних апаратів, перш за все це питання визначення руху центру мас КА за результатами траєкторних вимірювань. Проте обмеженість території України не дозволяє повною мірою застосовувати відомі рекомендації.

В даний час для вирішення задачі уточнення параметрів руху КА здійснюється накопичення вимірювальної інформації в 6-ти сеансах РКО, що відповідає 22-розум виткам орбітального польоту. При цьому висновок про доцільність "використання" певного витка для РКО робиться на підставі величини кута місця на параметрі для даного витка, зокрема прагнуть чергувати висхідні і низхідні витки.

Як показує практика балістико-навігаційного забезпечення (БНЗ) управління КА "Січ-1", в період підвищеної сонячної активності на момент закінчення терміну дії попередніх початкових умов (ПУ), тобто перед черговим уточненням параметрів руху, відхилення за часом прогнозованого і псевдо-реального положення КА на орбіті може скласти близько 6-ти секунд. Що відповідає зсуву КА уздовж орбіти на величину до 50-ти км. Якщо КА знаходиться на нижчій орбіті, чим "Січ-1", то через більший вплив атмосфери відхилення між прогнозованими і псевдо-реальними параметрами руху будуть ще більші. Так в процесі БНЗ управління КА "АУОС-СМ-КФ" відхилення за часом знаходження КА в певній точці орбіти перед черговим уточненням параметрів руху досягали величини близько 20-ти секунд, що відповідає зсуву КА уздовж орбіти на величину близько 150-ти км. Отже, при використанні апаратури ОЕС з шириною смуги огляду 10 км після 22-х витків орбітального польоту КА з параметрами орбіти схожими з "Січ-1" – відхилення прогнозованого від псевдо-реального положення КА

на орбіті перевищить значення ширини смуги огляду (перевищить 10 км). Тобто ефективність системи спостереження в цілому знизиться практично до нуля.

На підставі приведених фактів можна зробити висновок, що для перспективних засобів ОЕС накопичення ВПНП на 6-ти витках РКО не прийнятно, оскільки за цей час методична похибка перевищить розміри смуги огляду. Тобто необхідно зменшувати число витків РКО.

З іншого боку, зменшення числа витків радіоконтролю орбіти обмежене впливом випадкової похибки оброблюваних ВПНП, а також “вираженістю” мінімуму цільової функції (при малому об’ємі вимірювальної інформації мінімум цільовій функції погано виражений).

У загальному вигляді завдання уточнення параметрів руху КА за результатами зовнішньотраєкторних вимірювань формулюється таким чином:

Положення КА на орбіті однозначно визначається вектором стану:

$$q = \{x, y, z, V_x, V_y, V_z\}, \quad (1)$$

де x, y, z - координати КА в грінвічській системі координат (ГСК); V_x, V_y, V_z - складові вектора швидкості по відповідних координатних напрямках.

Для оцінки вектора q в існуючих вітчизняних космічних системах використовуються вимірювання радіальної швидкості руху КА, залежні від стану системи.

Сукупність всіх використовуваних вимірювань утворює вектор вимірювань:

$$d = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}, \quad (2)$$

де n – число вимірювань радіальної швидкості.

Для того, щоб по вимірюваному значенню вектора d оцінити відповідний вектор q , необхідно знати залежність між ними. Для прийнятої математичної моделі вона має вигляд

$$d = F(q). \quad (3)$$

Проте насправді виміряні значення складових вектора d виходять в результаті спостережень за станом реальної системи, тоді як залежність (3) відповідає прийнятій математичній моделі руху КА. Позначимо через $\eta = \{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n\}$ вектор похибок цієї моделі руху

$$\eta = d_{\text{и}} - F(q_{\text{и}}), \quad (4)$$

де $q_{\text{и}}$ і $d_{\text{и}}$ – дійсні значення відповідних векторів.

Похибки η називають методичними похибками.

Нехай \tilde{d} – значення вектора, одержане в результаті вимірювань, яке пов'язане із $d_{\text{и}}$ співвідношенням:

$$\tilde{d} = d_{\text{и}} + \xi, \quad (5)$$

де $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\}$ - вектор випадкових похибок вимірювань. З (4) (5) витікає, що

$$\tilde{d} = F(q_{\text{и}}) + \xi + \eta. \quad (6)$$

При вирішенні даної задачі точні значення векторів ξ і η залишаються невідомими. При цьому залежність (6) замінюється так званою системою умовних рівнянь:

$$F(q) = \tilde{d}, \quad (7)$$

що є системою з n рівнянь щодо m невідомих q_1, q_2, \dots, q_m . Система умовних рівнянь є неточною і з неї не можна набути дійсного значення $q_{\text{и}}$ вектора стану. При цьому задача зводиться до пошуку алгоритму виду

$$\hat{q} = \Phi(\tilde{d}), \quad (8)$$

що дозволяє знаходити оцінку \hat{q} по вимірюваному значенню \tilde{d} .

Більшість використовуваних на практиці алгоритмів вигляду (8) розроблено стосовно лінійних (відносно q) моделей. При такому способі оцінки стану системи до похибок моделі η додаються похибки лінеаризації. Ці похибки тим менше, чим ближче опорне значення q_0 до дійсної величини $q_{\text{и}}$. Похибки лінеаризації усуваються шляхом використання методу послідовних наближень.

Вимірювання поточних навігаційних параметрів і опорне значення вектора ПУ є початковими даними для вирішення задачі уточнення параметрів руху КА. Кількість вимірювань поточних навігаційних параметрів n природним чином залежить від числа сеансів РКО, а також від тривалості знаходження КА в зоні радіовидимості наземного вимірювального пункту (НВП) на кожному витку радіоконтролю орбіти.

У формалізованому вигляді задачу визначення оптимальної кількості витків для проведення радіоконтролю орбіти КА можна представити таким чином:

Дано:

- розрахунок зон радіовидимості для НВП (відомі можливі витки для проведення сеансів РКО);
- відомий фізичний взаємозв'язок випадкової ξ і методичної η похибок від числа витків РКО $N_{\text{РКО}}$ (числа ВПНП):

$$\uparrow N_{\text{РКО}} \Rightarrow \uparrow n \Rightarrow \downarrow \xi(N_{\text{РКО}}) \Rightarrow \uparrow \text{точність } \hat{q};$$

$$\uparrow N_{\text{РКО}} \Rightarrow \uparrow n \Rightarrow \uparrow T_{\text{прогноза}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \uparrow \eta(N_{\text{РКО}}) \Rightarrow \downarrow \text{точність } \hat{q}.$$

Тобто з одного боку для зменшення випадкової похибки необхідно збільшувати число витків РКО, з іншого боку із збільшенням числа витків РКО збільшиться методична похибка.

Необхідно:

Визначити оптимальне число витків РКО $N_{\text{РКО}}$ так, щоб забезпечити сумісний мінімум ξ і η (компромісне рішення), тобто забезпечити максимальну точність результату уточнення параметрів руху КА.

Критеріями оптимальності рішення даної задачі є мінімум випадкової і методичної похибок одержуваного результату уточнення параметрів руху КА. Дане завдання відноситься до класу багатокритеріальних оптимізаційних завдань, які розглядаються в багатьох роботах, у тому числі і в [3, 4].

Рішення задачі

При рішенні поставленої задачі будемо використовувати математичний апарат, який запропонований в [4] і базується на об'єднанні багатьох критеріїв якості системи в один функціонал з допомогою згортки професора Вороніна А.М.. Вибраний підхід використовує нелінійну схему компромісів і дозволяє формально одержати оптимальне (по відношенню до висунутих критеріїв) рішення. Порівняно з великою кількістю інших схем оптимізації згортки професора Вороніна А.М. має наступні переваги:

- оптимізаційне завдання розв'язується за наявності обмежень, що в будь-якому випадку гарантує отримання рішення;
- згортка Вороніна А.Н. дозволяє використовувати мінімаксий підхід, тобто концентруватися на екстремальності домінуючого часткового критерію якості;
- метод гарантує унімодалність результуючого функціоналу;
- невелика обчислювальна складність алгоритму пошуку рішення.

Скалярна згортка професора Вороніна А.М. має наступний вигляд

$$\chi^* = \arg \min_{\chi \in G} \sum_{k=1}^d \gamma_k [1 - \varphi_{0k}(\chi)]^{-1}, \quad (9)$$

де χ – варійований (оптимізуємий) параметр; G – область визначення функції часткових критеріїв оптимізації; γ_k – коефіцієнт важливості (вага) k -ої критерійної функції; $\varphi_{0k}(\chi)$ – нормована функція k -го часткового критерію якості; $k = \overline{1..d}$ – коефіцієнт підсумовування по кількості часткових критеріїв; χ^* – мінімально можливе (для встановлених обмежень часткових критеріїв) значення варійованого параметра.

Для використання скалярної згортки (9) необхідно сформулювати часткові критерії оптимізації, вибрати параметр, що оптимізується, одержати аналітичну залежність критеріїв оптимізації від варійованого параметра, задати область пошуку рішення і

обмеження вирішуваної задачі. Отже, визначення оптимального числа витків РКО $N_{\text{РКО}}$ необхідно проводити у декілька етапів.

1. Вибір часткових критеріїв оптимальності.

Критеріями ефективності уточнення ПУ КА за результатами ВППІ, виходячи з поставленого завдання, виберемо сумісний мінімум методичної $\eta(N_{\text{РКО}})$ і випадкової $\xi(N_{\text{РКО}})$ похибок при мінімальній кількості задіяних сеансів зв'язку $N_{\text{РКО}}$ (скорочений об'єм вимірювальної інформації). Тобто варійованим параметром є кількість мірних витків $N_{\text{РКО}}$. Отже, в прийнятих позначеннях можна записати:

$$\begin{aligned} \eta(N_{\text{РКО}}) &\rightarrow \min; \\ \xi(N_{\text{РКО}}) &\rightarrow \min. \end{aligned} \quad (10)$$

2. Формування аналітичних залежностей для часткових критеріїв оптимальності.

Отримання аналітичних виразів для часткових критеріїв якості може здійснюватися, в основному, двома способами:

- строгим математичним виведенням виразів, що описують поведінку вибраного параметра якості на основі відомих законів даної наочної області [3];
- отриманням аналітичних залежностей на основі обробки експериментальної, розрахункової або експертної інформації [2].

Побудову аналітичних залежностей для точності визначення параметрів руху КА здійснюватимемо шляхом апроксимації розрахункових даних, одержаних в ході імітаційного моделювання, оскільки строгі виведення залежностей достатньо складне і громіздке.

Суть модельного експерименту, що проводиться, полягає в наступному:

- а) з архіву ПУ КА “Січ-1” вибрані параметри руху КА як початкові дані;
- б) для одного НВП розраховувалися зони радіовидимості на дводенному інтервалі (визначалися витки, на яких можливо проведення сеансів радіоконтролю орбіти);
- в) для витків, що потрапляють в зону радіовидимості НВП, розраховувалися модельні значення вимірювань радіальної швидкості (моделювалися сеанси РКО);
- г) до модельних вимірювань додавалися “добавки”, обумовлені методичною похибкою (похибками моделі).

Точне значення методичної похибки (похибки моделі) знайти неможливо, більш того, це значення змінюється в часі і залежить від безлічі чинників (дія в кожен конкретний момент часу збурюючих чинників). Далеко не всі збурюючі чинники враховані, а ті, що враховані, природним чином описуються з певними похибками. У даній ситуації можна

запропонувати два практичні способи визначення методичної похибки. Перший – це визначення методичної похибки по величинах “добавок” до опорних параметрів руху КА на попередньому циклі уточнення. Другий – більш оперативний спосіб, полягає у визначенні часових поправок (які безпосередньо пов'язані з похибками моделі) на наземних засобах. Ця помилка визначається шляхом визначення часу проходження КА параметра (перехід доплерівської частоти з негативної на позитивну);

д) на модельні ВПНП накладався шум, обумовлений похибками реальної вимірювальної інформації на практиці;

е) в результаті статистичної обробки вимірювальної інформації з використанням методу послідовних наближень по різній кількості мірних витків N_{RKO} проводилося уточнення параметрів руху космічного апарата.

Алгоритм уточнення ПУ КА за скороченим обсягом вимірювальної інформації (ВПНП) представлений в роботі [5].

Операції г) і е) проводилися багато разів для отримання ефективних (достовірних) оцінок.

Числові дані критеріальних функцій зведені табл. 1.

Таблиця 1

Числові дані критеріальних функцій

Кількість витків РКО N_{RKO}	1	2	3	4	5	6	7	8
$\eta(N_{RKO})$	0,182103	0,851733	4,784294	6,515969	8,196119	9,252310	11,093985	12,446108
$\xi(N_{RKO})$	0,165099	0,161018	0,150270	0,108379	0,095325	0,081122	0,078281	0,054473

Пошук аналітичних залежностей критеріальних функцій за експериментальними даними табл. 1 проводитимемо по методу найменших квадратів (МНК).

Для ефективного використання МНК необхідно априорі сформулювати аналітичну модель критеріальних функцій (10). Аналіз показує, що вибрані критеріальні функції якості для $\eta(N_{RKO})$ і $\xi(N_{RKO})$ будуть безперервними і монотонними [1, 3]. Даний клас функцій достатньо точно апроксимується узагальненим поліномом вигляду

$$P(x) = \sum_{i=0}^m C_i J_i(x_i), \quad (11)$$

де C_i – параметри апроксимуючої функції; $J_i(x_i)$ – базисні функції.

Вибираючи як базисні функції ступеневий ряд $1, x, x^2, \dots, x^m$ критеріальні функції (10) запишуться таким чином (для компактності запису індекс при N_{RKO} опускатимемо):

$$\eta(N) = \sum_{i=0}^m \eta_i N^i; \quad \xi(N) = \sum_{j=0}^s \xi_j N^j, \quad (12)$$

де $\eta_i, \xi_j, i = \overline{0..6}, j = \overline{0..6}$ – невідомі параметри апроксимуючих функцій.

Результатом застосування алгоритму МНК до даних табл. 1 будуть вирази для приватних критеріїв якості уточнення параметрів руху КА вигляду

$$\begin{aligned} \eta(N) = & 32,103156 - 67,107188 \cdot N + 49,132076 \cdot N^2 - \\ & - 16,634348 \cdot N^3 + 2,918299 \cdot N^4 - 0,256416 \cdot N^5 + \\ & + 0,008920 \cdot N^6; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi(N) = & 27,799664 - 29,007545 \cdot N + 12,189364 \cdot N^2 - \\ & - 2,638009 \cdot N^3 + 0,310898 \cdot N^4 - 0,018969 \cdot N^5 + \\ & + 0,000469 \cdot N^6. \end{aligned} \quad (13)$$

3. Розрахунок оптимальної кількості витків РКО.

3.1. Установка області обмежень приватних критеріїв якості. Введення обмежень дозволяє обкреслити область, в якій проводитиметься пошук оптимального рішення.

У загальному випадку, згідно [6, 7], обмеження задаються у вигляді

$$A l_i \leq \varphi_i(\chi) \leq A r_i, \quad i = \overline{1..d}, \quad (14)$$

де $\varphi_i(\chi)$ – і-й частковий критерій оптимізації; $A l_i, A r_i$ – обмеження «зліва» і «справа» відповідно значень критеріальних функцій; i – параметр, що характеризує кількість часткових критеріїв.

Стосовно даного завдання обмеження часткових критеріїв оптимізації (10) з урахуванням (14) і даних табл. 1 приймуть вигляд

$$\begin{aligned} \min \eta(N) = \eta(1) \leq (\varphi_1(N) = \eta(N)) \leq \max \eta(N) = \eta(8); \\ \min \xi(N) = \xi(8) \leq (\varphi_2(N) = \xi(N)) \leq \max \xi(N) = \xi(1). \end{aligned} \quad (15)$$

Для пошуку оптимального складу витків РКО з використанням згортки професора Вороніна А.М. в один функціонал (9) необхідно звести часткові критерії (10) різної фізичної природи і розмірності. Крім того, введення вказаних критеріїв якості уточнення ПУ суперечливо, тоді як об'єднуюча їх згортка мінімізується. Для усунення вказаних суперечностей застосовується нормування часткових критеріїв.

3.2. Нормування часткових критеріїв оптимізації здійснюється відповідно до виразів

$$\varphi_{01}(N) = \frac{\varphi_1(N)}{\max \eta(N) = \eta(1)}; \quad (16)$$

$$\varphi_{02}(N) = \frac{\varphi_2(N)}{\max \xi(N) = \xi(6)}.$$

3.3. Оптимальний склад витків РКО для двох критеріальних функцій згідно згортки (9) визначається залежністю

$$N^* = \arg \min \sum_{k=1}^2 \gamma_k [1 - \varphi_{0k}(N)]^{-1}, \quad (17)$$

де N^* – оптимальне по критерію "максимальна точність – вартість" кількість сеансів РКО для вирішення завдання уточнення параметрів руху КА. Максимальне значення функціонала (17), що дає оптимум параметра N , визначається відповідно до виразу

$$\frac{\partial}{\partial N} \sum_{k=1}^2 \gamma_k [1 - \varphi_{0k}(N)]^{-1} = 0. \quad (18)$$

Оптимальною кількістю витків РКО є дійсний корінь рівняння

$$\frac{\gamma_1 \frac{\partial}{\partial N} \varphi_{01}(N)}{(1 - \varphi_{01}(N))^2} + \frac{\gamma_2 \frac{\partial}{\partial N} \varphi_{02}(N)}{(1 - \varphi_{02}(N))^2} = 0. \quad (19)$$

Слід зазначити особливу роль коефіцієнтів важливості критеріальних функцій γ_1, γ_2 . Дані параметри дозволяють внести суб'єктивний чинник в процес оптимізації, іншими словами, врахувати в розрахунках думку особи, що ухвалює рішення про те, який частковий критерій і на скільки є домінуючим. У даному прикладі, зважаючи на подібність внеску в результуючу точність шуканого рішення приймемо часткові критерії рівнозначними $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$.

Шукане значення параметра N визначається з використанням одного з відомих чисельних методів. У даному прикладі отримане значення $N_{\text{РКО}} = 2,84$. Дробові значення шуканого параметра в даному випадку не мають фізичного сенсу. Для вибору цілого числа необхідно порівняти значення початкового функціонала при цілих значеннях $N_{\text{РКО}}$ зліва і праворуч від розрахункового значення рішення і вибрати, де функціонал має менше значення. У даному прикладі це буде $N_{\text{РКО}} = 3$.

Графічне рішення даного прикладу представлено на рис. 1, де зображені нормовані функції якості системи.

На рис. 1 позначено: $\varphi_{01}(N_{\text{РКО}})$ - крива нормованого часткового критерію методичної складової похибки; $\varphi_{02}(N_{\text{РКО}})$ - крива нормованого часткового критерію випадкової складової похибки уточнення початкових умов.

При меншому числі витків РКО $N_{\text{РКО}}$ зростає

вплив похибок вимірювальної інформації, а також екстремум цільової функції, що мінімізується, стає не яскраво вираженим, при більшому значенні $N_{\text{РКО}}$ точність рішення задачі уточнення параметрів руху КА починає погіршуватися через вплив наростаючих з часом похибок моделі руху КА.

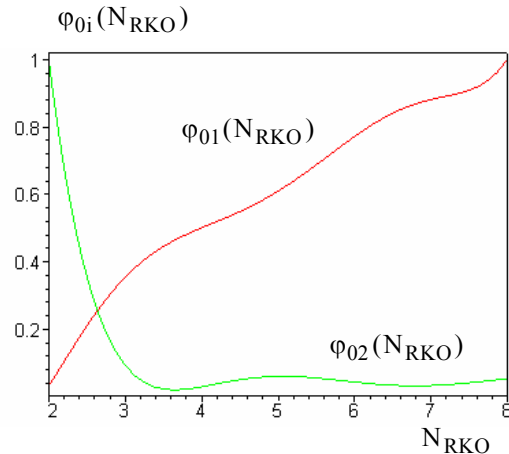


Рис. 1. Графічне рішення

Висновки

Таким чином, розроблена методика дозволяє для однопунктної технології управління КА визначити оптимальну кількість витків радіоконтролю орбіти, при якому, з одного боку забезпечується сумісний мінімум методичної і випадкової складових похибки вирішення задачі уточнення параметрів руху КА (компромісне рішення), а з іншого боку здійснюється мінімізація сеансів зв'язку, що забезпечують тільки процес управління КА.

У подальших дослідженнях доцільно детальніше проаналізувати вплив складу витків на точність вирішення задачі уточнення параметрів руху КА.

Список літератури

1. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. – М.: Советское радио, 1978. – 384 с.
2. Эльясберг П.Е. Определение движения по результатам измерений. – М.: Наука, 1976. – 416 с.
3. Брахман Т.Р. Многокритериальность и выбор альтернатив в технике. – М.: Радио и связь, 1984. – 288 с.
4. Воронин А.Н. Многокритериальный синтез динамических систем. – К: Наук. думка, 1992. – 160 с.
5. Пясковский Д.В., Варламов И.Д., Завада А.А. Алгоритм уточнения параметров движения космических аппаратов по сокращенному объему измерительной информации // Проблемы управления и информатики. – 2003. – № 5. – С. 98-106.

Надійшла до редколегії 8.11.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.В. Козелков, Центральний НДІ навігації і управління, Київ.