

УДК 519.218.7.001.57 : [621.396.967 : 621.391.828]

Д.И. Леховицкий¹, И.Г. Кириллов²¹Харьковский национальный университет радиоэлектроники²Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ ИМПУЛЬСНЫМ РЛС НА ОСНОВЕ ПРОЦЕССОВ АВТОРЕГРЕССИИ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОРЯДКА

Обсуждаются общие требования к модели пассивных помех импульсным РЛС. Обосновывается возможность представления таких помех набором взаимно независимых гауссовых случайных векторов комплексных амплитуд с заданной корреляционной матрицей междупериодных флуктуаций. Анализируются особенности случайных процессов с типовыми корреляционными функциями, являющихся частным случаем процессов авторегрессии. Предлагается способ моделирования авторегрессионных пассивных помех произвольного порядка с заданными «нетиповыми» спектральными и корреляционными свойствами.

Ключевые слова: пассивная помеха, типовая корреляционная функция, нормированная корреляционная последовательность, энергетический спектр, стационарный процесс авторегрессии, формирующий фильтр, однозвенный рециркулятор.

Введение

Постановка проблемы и анализ литературы.

Вопросы цифрового моделирования процессов в радиосистемах широко представлены в известной литературе [1-3 и др.]. Важное место отводится способам моделирования случайных векторов в рамках корреляционной теории. Они применимы в тех случаях, в которых достаточно обеспечить лишь заданную матрицу корреляционных моментов (корреляционную матрицу) случайных векторов. Значение этих способов возрастает в связи со следующими обстоятельствами.

Во-первых, нормальные случайные векторы и процессы, играющие очень важную роль в приложениях, однозначно задаются корреляционной матрицей (КМ), и, следовательно, моделирование их в рамках корреляционной теории равносильно моделированию по заданным многомерным распределениям.

Во-вторых, ненормальные случайные векторы часто появляются в результате некоторых преобразований нормальных случайных векторов. Моделирование таких «квазинормальных» случайных векторов сводится к моделированию «нормальных» с последующим воспроизведением заданного преобразования и может быть осуществлено в рамках многомерных распределений, для чего, очевидно, достаточно обеспечить лишь необходимые корреляционные связи исходных нормальных векторов.

В-третьих, многомерные законы распределения случайных векторов, не являющихся нормальными или квазинормальными, весьма трудно получить теоретически и экспериментально. Корреляционные же моменты обычно определяются значительно проще. Поэтому в этих условиях большинства практических случаев, когда многомерные законы рас-

пределения неизвестны, задача моделирования случайных векторов имеет смысл лишь в рамках корреляционной теории.

Однако в известной литературе явно недостаточно освещены вопросы, связанные с моделированием нетиповых случайных процессов. Типовые процессы упрощают анализ, но не полностью описывают разновидности радиотехнических процессов, в том числе и реальных пассивных помех, спектры или корреляционные функции (КФ) которых, как показывают многочисленные экспериментальные исследования, могут иметь существенно более сложные формы. Кроме того процедуры выбора корреляционной последовательности (КП), отличной от типовой, достаточно неопределенна, ибо нет каких-либо простых способов, позволяющих трансформировать физически наглядные свойства пассивных помех в значения КП.

Целью данной статьи является обоснование подхода к расширению класса модельных пассивных помех импульсным РЛС и разработка способа моделирования процесса авторегрессии произвольного порядка с заданными корреляционными (спектральными) свойствами.

Основная часть

1. Общие требования к модели помех с временной корреляцией дискретных отсчетов. Основными требованиями к разрабатываемой модели являются близость характеристик генерируемого случайного процесса к характеристикам реальных пассивных помех импульсным РЛС с произвольным законом зондирования, а также возможность ее использования для корректного сравнения различных систем селекции движущихся целей (СДЦ) (систем междупериодной обработки (МПО)). В то же время,

модель должна отражать наиболее существенные черты пассивной помехи, ибо излишняя детализация может сделать ее практически непригодной для использования.

Полагаем, что выходной сигнал приемника РЛС $y(t)$ содержит аддитивную смесь $y(t) = y_{ш}(t) + y_{п}(t)$ взаимно независимых собственных шумов $y_{ш}(t)$ и пассивной помехи $y_{п}(t)$.

Он поступает в блок памяти, условно изображенный на рис. 1 в виде устройства задержки (УЗ) на интервал междупериодной обработки $T_M = \sum_{\ell=1}^{M-1} T_{\ell}$ с

$M \geq 2$ отводами, следующими через временные интервалы T_{ℓ} ($\ell \in 1, M-1$), согласованные с используемым законом зондирования. В частности, при постоянном периоде следования зондирующих импульсов $T_{\ell} = T$ и интервал междупериодной обработки $T_M = (M-1) T$.

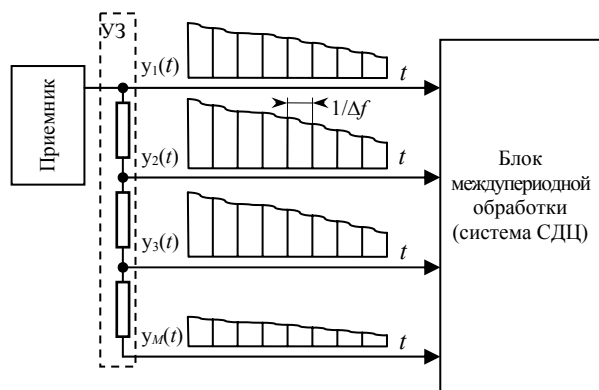


Рис. 1. Упрощенная структурная схема системы междупериодной обработки

Выходные сигналы M отводов (M временных каналов приема) образуют M -мерный вектор-столбец $\mathbf{Y}(t) = \{y_{\ell}(t)\}_{\ell=1}^M$, компоненты которого $y_{\ell}(t)$ описывают зависимость от времени комплексной амплитуды колебания, принимаемого в $(M+1-\ell)$ -ом периоде зондирования. В результате временной дискретизации в соответствии с теоремой Котельникова эти компоненты представляются вектором отсчетов $y_{\ell}(i)$ ($i \in 1, K$), где K – количество отсчетов следующих с интервалом $\Delta = 1/\Delta f$, обратно пропорциональным полосе пропускания приемника Δf (обычно согласованной с шириной спектра зондирующего сигнала). Вектор $\mathbf{Y}(t)$ преобразуется при этом в $M \times K$ матрицу

$$\mathbf{Y} = \{ \mathbf{Y}_i \}_{i=1}^K, \quad \mathbf{Y}_i = \left\{ y_{\ell}^{(i)} \right\}_{\ell=1}^M, \quad (1)$$

составленную из M -мерных столбцов \mathbf{Y}_i ($i \in 1, K$) комплексных амплитуд шума и помехи M каналов

приема в i -й момент времени (в i -ом интервале разрешения по дальности).

Отсчеты $y_{\ell}^{(i)}$ в ℓ -ом ($\ell \in 1, M$) канале приема в i -й момент времени представляют собой сумму большого числа комплексных величин со случайными амплитудами и фазами, одна из которых соответствует собственному шуму этого канала приема, а остальные – независимым от него сигналам от множества пассивных отражателей (блестящих точек), расположенных в i -ом элементе разрешения по дальности. В силу центральной предельной теоремы можно считать $y_{\ell}^{(i)}$ гауссовской (нормальной) случайной величиной с нулевым средним значением $\overline{y_{\ell}^{(i)}} = 0$ и дисперсией $\sigma_{\ell i}^2 = \overline{|y_{\ell}^{(i)}|^2}$, а вектор \mathbf{Y}_i в целом – гауссовским случайным вектором с плотностью [4]

$$P[\mathbf{Y}_i] = \pi^{-M} |\Phi_i^{-1}| \cdot \exp \left\{ -\mathbf{Y}_i^* \Phi_i^{-1} \mathbf{Y}_i \right\}, \quad i \in 1, K, \quad (2)$$

где $|\Phi_i^{-1}|$ – детерминант (определитель) матрицы

$$\Phi_i = \left\{ \omega_{pq}^{(i)} \right\}_{p,q=1}^M = \Phi_i^{-1}, \quad (3)$$

обратной корреляционной матрице (КМ)

$$\Phi_i = \left\{ \varphi_{pq}^{(i)} \right\}_{p,q=1}^M = \overline{\mathbf{Y}_i \mathbf{Y}_i^*} \quad (4)$$

вектора \mathbf{Y}_i (1). *)

Модель (2) соответствует существенной нестационарности пассивной помехи по времени (дальности), учитываемой различием корреляционной матрицы Φ_i при различных значениях i . Она может использоваться в частности, для описания пассивных помех, создаваемых оптически не наблюдаемыми объектами («ангелами»), отражениями от сильно взволнованной морской поверхности и т.п. Для отражений от местных предметов, метеообразований и дипольных облаков достаточно типичной является ситуация, когда КМ остается неизменной на интервале $K > 1$, т.е. когда

$$\overline{\mathbf{Y}_i \mathbf{Y}_i^*} = \Phi_i = \Phi = \left\{ \varphi_{pq} \right\}_{p,q=1}^M, \quad i \in 1, K. \quad (5)$$

Значение K в этом случае характеризует временную (внутрипериодную) протяженность интервала стационарности пассивной помехи по дальности. Модель (4) является частным случаем (5) при $K = 1$.

В силу различия и независимости пассивных отражателей в различных интервалах разрешения по дальности («кольцах» дальности) следует считать

) В (2), (4) и ниже черта сверху и знак () обозначают операции статистического усреднения и эрмитового сопряжения (комплексного сопряжения и транспонирования) соответственно.

независимыми (некоррелированными) векторы Y_i и Y_j при $i \neq j$, то есть

$$Y_i Y_j^* = O_M, \quad i \neq j, \quad i, j \in 1, K, \quad (6)$$

где O_M – нулевая $M \times M$ матрица.

В условиях (5), (6) совместная плотность элементов матрицы Y (1) имеет вид [4]

$$P(Y) = \prod_{i=1}^K P(Y_i) = \pi^{-KM} |\Phi_i^{-1}|^K \cdot \exp\left\{-\text{tr}(\Phi_i^{-1} Y_i Y_i^*)\right\}, \quad (7)$$

где $\text{tr} A$ – след (сумма диагональных элементов) матрицы A .

Как следует из (7), случайная матрица Y (1), описывающая смесь шума и пассивной помехи в M периодах следования и K интервалах разрешения по дальности, полностью определяется КМ Φ (5) междупериодных флюктуаций.

Отметим некоторые общеизвестные свойства этой матрицы, которые должны учитываться при моделировании.

В соответствии с определением (5), КМ Φ является эрмитовой ($\Phi^* = \Phi$, $\varphi_{pq} = \varphi_{qp}^*$), невырожденной и положительно определенной. Более того, для физически реальных случайных процессов она является «строго несингулярной», то есть имеет положительные детерминант и главные миноры всех порядков ($|\Phi^{(m)}(\ell)| > 0$, $\Phi^{(m)}(\ell) = \{\varphi_{pq}\}_{p,q=\ell}^{m+\ell-1}$ при $m \in 1, M$, $\ell \in 1, M+1-m$). В рассматриваемом случае в силу естественного предположения о независимости шума и помех она допускает представление

$$\Phi = \Phi_{ш} + \Phi_{п}, \quad (8)$$

где первое слагаемое описывает КМ $\Phi_{ш} = Y_{ш_i} Y_{ш_i}^*$

вектора комплексных амплитуд $Y_{ш_i} = \left\{ y_{ш \ell}^{(i)} \right\}_{\ell=1}^M$ собственных шумов M каналов приема в i -й ($i \in 1, K$) момент времени, а второе – КМ $\Phi_{п}$ соответствующего вектора $Y_{п_i} = \left\{ y_{п \ell}^{(i)} \right\}_{\ell=1}^M$ собственно пассивных помех.

Интервал корреляции собственного шума определяется полосой пропускания приемника (рис. 1) и в подавляющем большинстве представляющих практический интерес ситуаций много меньше временного интервала между зондированиями. В связи с этим можно считать, что

$$\varphi_{ш_{pq}} = y_{ш_p} y_{ш_q}^* = \sigma_{ш_p}^2 \cdot \delta(p-q), \quad \text{где } \delta(v) \text{ – символ}$$

Кroneкера ($\delta(v) = 1$ при $v = 0$ и $\delta(v) = 0$ при $v \neq 0$). Поэтому матрица $\Phi_{ш}$ в целом является диа-

гональной $\Phi_{ш} = \text{diag} \left\{ \sigma_{ш_\ell}^2 \right\}_{\ell=1}^M$ с элементам $\sigma_{ш_\ell}^2$

на главной диагонали. Зависимость дисперсии (мощности) шума от номера временного канала приема $\ell \in 1, M$ отражает в принципе возможную неидентичность их амплитудно-частотных характеристик, междупериодную нестабильность параметров приемного тракта и т.п. Для «нормально» работающей РЛС можно считать, что $\sigma_{ш_\ell}^2 = \sigma_{ш}^2$ для всех $\ell \in 1, M$ и, следовательно, $\Phi_{ш} = \sigma_{ш}^2 \cdot I_M$, где I_M – единичная $M \times M$ матрица.

Элементы матрицы $\Phi_{п}$ в (8) в общем случае определяются зависящей от времени комплексной корреляционной функцией междупериодных флюктуаций $R(t, \tau) = \sigma_{п}^2(t) \rho(t, \tau)$, где $\sigma_{п}^2(t)$ – дисперсия (мощность) пассивной помехи, $\rho(t, \tau)$ – ее нормированная корреляционная функция ($\rho(t, 0) = 1$). Зависимость от времени t учитывает возможную азимутальную или угломестную нестационарность пассивной помехи в i -ом элементе разрешения («кольце») по дальности, обусловленную, например, неоднородностью подстилающей поверхности, конечностью угловых размеров облака отражателей и т.п. Эта нестационарность должна учитываться, например, при моделировании влияния вращения антенны по азимуту или углу места. Учет можно свести к соответствующему изменению нормированной корреляционной функции $\rho(\tau)$ и дисперсии помехи $\sigma_{п}^2$, характеризующих стационарные междупериодные флюктуации пассивных помех, возможно, различные в разные моменты времени (при различных положениях диаграммы направленности антенны). При таком подходе элементы $M \times M$ матрицы $\Phi_{п}$ в (8) равны

$$\varphi_{pq} = \sigma_{п}^2 \cdot \rho(T_p - T_q) = \varphi_{qp}^* = \sigma_{п}^2 \cdot \rho^*(T_q - T_p);$$

$$\varphi_{pp} = \sigma_{п}^2; \quad (9)$$

$T_p = \sum_{\ell=1}^{p-1} T_\ell$, $T_p - T_q = \sum_{\ell=q}^{p-1} T_\ell$, $p \in 1, M$, $q \in 1, p-1$, где T_ℓ , как и ранее, – временной интервал между ℓ -м и $(\ell-1)$ -м ($\ell \in 2, M$) зондированиями. Тем самым в общем случае (при произвольном зондировании) эрмитовая матрица $\Phi_{п}$ (8) однозначно задается ($M(M-1)/2 + 1$) параметрами – мощностью $\sigma_{п}^2$, «заполняющей» ее главную диагональ, и значениями $\rho(\tau)$ при $\tau = T_p - T_q$, определяющими по (9) ее поддиагональные элементы.

По мере введения тех или иных закономерностей в характер зондирования, число определяющих параметров может уменьшиться. В частности при постоянном периоде зондирования T , когда

$$T_p = (p-1)T, \quad T_p - T_q = (p-q)T, \quad \text{а матрица } \Phi_{\Pi} \quad (8)$$

с элементами

$$\Phi_{pq} = \sigma_{\Pi}^2 \cdot \rho((p-q)T) = \Phi_{pq}^*, \quad p \in 1, M, \quad q \in 1, p \quad (10)$$

полностью определяется M параметрами – дисперсией пассивной помехи σ_{Π}^2 и $(M-1)$ значениями ее нормированной корреляционной функции между периодами флюктуации $\rho(\tau)$ в эквидистантно расположенных на временной оси точках $\tau = \nu T$ ($\nu \in 1, M-1$). Набор значений $\rho(\tau)$ в этих точках представляет собой нормированную корреляционную последовательность (НКП) [5]. Составленный из элементов НКП M -мерный вектор-столбец, обозначенный

$$\mathbf{g} = \{ \rho(\nu) \}_{\nu=0}^{M-1}; \quad \rho(\nu) = \rho(\tau) \Big|_{\tau=\nu T}; \quad (11)$$

$$\rho(0) = 1; \quad \rho(-\nu) = \rho^*(\nu),$$

называют нормированным вектором корреляционной последовательности (НВКП), а полученный домножением его на σ_{Π}^2 M -мерный вектор

$$\mathbf{r} = \{ r(\nu) \}_{\nu=0}^{M-1} = \{ \sigma_{\Pi}^2 \cdot \rho(\nu) \}_{\nu=0}^{M-1} = \sigma_{\Pi}^2 \cdot \mathbf{g}, \quad - \quad (12)$$

вектором корреляционной последовательности (ВКП) ($r(-\nu) = r^*(\nu)$).

Вектор \mathbf{r} (12) при постоянном периоде следования зондирующих импульсов полностью определяет всю матрицу Φ_{Π} в (8), поскольку, в соответствии с (10)

$$\Phi_{\Pi} = \{ \Phi_{pq} \}_{p,q=1}^M = \{ \sigma_{\Pi}^2 \cdot \rho(p-q) \}_{p,q=1}^M = \{ r(p-q) \}_{p,q=1}^M. \quad (13)$$

Матрицы Φ_{Π} вида (13) являются эрмитовыми теплицевыми [6] и широко используются для описания КМ помех импульсным РЛС с постоянным периодом следования зондирующих импульсов [4]. Для них характерно важное свойство – равенство всех элементов, расположенных на одной и той же диагонали, соответствующим элементам первого (последнего) столбца, составленного из элементов ВКП (12), а именно

$$\Phi_{p+1, q+1} = \Phi_{pq} = \Phi_{p-q+1, 1} = \Phi_{qp}^* = r(p-q), \quad (14)$$

для $p \in 1, M, \quad q \in 1, p$.

В статье основное внимание уделяется моделированию пассивных помех именно для этой ситуации, поскольку для перехода к более общему случаю произвольного закона зондирования требуются незначительные корректировки.

В условиях (13) эрмитовой теплицевой является вся КМ (8) между периодами флюктуаций смеси собственных шумов и помех, а определяющий её ВКП равен

$$\mathbf{r}' = \{ r'(\nu) \}_{\nu=0}^{M-1} = \mathbf{r} + \sigma_{\text{ш}}^2 \cdot \mathbf{e}_1 = \sigma_{\Pi}^2 \cdot \mathbf{g}'; \quad (15)$$

$$\mathbf{g}' = \{ \rho'(\nu) \}_{\nu=0}^{M-1} = \mathbf{g} + \frac{1}{b} \mathbf{e}_1,$$

где $b = \sigma_{\Pi}^2 / \sigma_{\text{ш}}^2$ – отношение мощности помехи к мощности шума, \mathbf{e}_1 – первый столбец единичной $M \times M$ матрицы (вектор с единичным первым и нулевыми остальными элементами).

Значения σ_{Π}^2 и b (или $\sigma_{\text{ш}}^2$ и b), а также НВКП \mathbf{g} (11) являются «естественными» исходными данными для моделирования требуемой выборки \mathbf{Y} (1) с КМ Φ_{Π} вида (13) в (8). Наряду с ними в роли исходных данных для моделирования может использоваться и энергетический спектр между периодами флюктуаций случайных векторов выборки \mathbf{Y}_i (1), определяемый как [7]

$$S_0(f) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} r'(\nu) \cdot e^{-j2\pi f \nu} = \sigma_{\Pi}^2 \cdot \left(S(f) + \frac{1}{b} \right), \quad |f| \leq 1/2, \quad (16)$$

где $S(f) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \rho(\nu) \cdot e^{-j2\pi f \nu}$ – нормированный спектр

между периодами флюктуаций собственно пассивных помех. Функции $S_0(f)$ и $S(f)$ (16) положительные и периодические с периодом по f , равным 1. Под $f = f_d / F$ в них понимается отнесенная к частоте повторения $F = 1/T$ доплеровская частота помехи $f_d = 2V_r / \lambda$, где V_r – радиальная скорость перемещения, например, отражателей, метеообразований, λ – длина волны РЛС. Величина $2\pi f$ имеет в этом случае смысл доплеровского набега фазы помехи с частотой f за период следования T .

По заданному спектру $S(f)$ (16) однозначно восстанавливается НКП $\rho(\tau)$ [7]

$$\rho(\nu) = \int_{-1/2}^{1/2} S(f) \cdot e^{j2\pi f \nu} df, \quad (17)$$

$$\text{причем } \int_{-1/2}^{1/2} S(f) df = \rho(0) = 1.$$

Именно поэтому решение многих модельных задач обработки сигналов, в том числе и на фоне пассивных помех в системах СДЦ, как правило, иллюстрируется на примерах именно случайных процессов с так называемыми типовыми корреляционными функциями (последовательностями) или спектрами мощности. Эти процессы упрощают анализ, однако далеко не полностью описывают возможные разновидности реальных пассивных помех и, в связи с этим, требуют существенного расширения и дополнения. Возможный подход к такому расширению

базируется на особенностях типовых корреляционных функций и соответствующих им КП или спектров между периодных флюктуаций.

2. Анализ особенностей типовых корреляционных функций стационарных случайных процессов В табл. 1 приведены заимствованные из [11, С. 562-563] некоторые типовые корреляционные функции $\rho(\tau)$ и спектральные плотности мощности $S(f)$ стационарных случайных процессов, пригодных для аппроксимации пассивных помех.

Таблица 1

Типовые корреляционные функции стационарных случайных процессов и их спектральные плотности мощности

№ п/п	$\rho(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(f) \cdot e^{j2\pi f \tau} df$	$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) \cdot e^{-j2\pi f \tau} d\tau$
1.	$e^{-\alpha \tau }$	$\frac{2\alpha}{\alpha^2 + (2\pi f)^2}$
2.	$(1 + \alpha \tau) \cdot e^{-\alpha \tau }$	$\frac{4\alpha^3}{(\alpha^2 + (2\pi f)^2)^2}$
3.	$\left(1 + \alpha \tau + \frac{(\alpha\tau)^2}{3}\right) \cdot e^{-\alpha \tau }$	$\frac{16\alpha^5}{3 \cdot (\alpha^2 + (2\pi f)^2)^3}$
4.	$e^{-\alpha\tau^2}$	$\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \cdot e^{-\frac{\pi^2}{\alpha} f^2}$

Полагая $\tau = \nu T$ ($\nu = 0, 1, 2, \dots$) получены соответствующие НКП, приведенные в первых строчках колонки 2 табл. 2. Во вторых строчках этой колонки показаны связи параметров НКП с параметрами исходных корреляционных функций $\rho(\tau)$ табл. 1.

Несмотря на внешнее разнообразие, процессы с типовыми НКП имеют общую черту, позволяющую рассматривать их как частные случаи некоторой общей модели. Общность заключается в том, что элементы всех НКП табл. 2 могут рассматриваться как решения разностных уравнений различного порядка с постоянными коэффициентами или, что эквивалентно, удовлетворяют рекуррентным соотношениям порядка p , приведенным в колонке 3 табл. 2. Проверка в четвертой строке обусловлена тем, что такая НКП удовлетворяет рекуррентным соотношениям бесконечно высокого порядка ($p \rightarrow \infty$).

Наличие рекуррентных связей между элементами типовых НКП означает, что соответствующие процессы генерируются единой схемой (формирующим фильтром), один из вариантов которой приведен в [10] и на рис. 2. Здесь формирующий фильтр (ФФ) представляет собой возбуждаемый дискретным белым шумом ξ_k ($\xi_k \cdot \xi_\ell^* = C \cdot \delta(k - \ell)$, $k, \ell = 1, 2, \dots$) p -звенный рециркулятор, в цепи обратной связи которого используется p -отводная линия задержки с фиксированными весовыми коэффициентами ϕ_i ($i \in 1, p$) в отводах, следующих через единичный временной интервал T .

Таблица 2

Таблица соответствия элементов типовых НКП параметрам формирующих фильтров

№ п/п	Элементы НКП $\nu = 0, 1, 2, \dots$	Рекуррентные соотношения, $\nu > 0$	Параметры ФФ – вида рис. 2 – вида рис. 3
1	2	3	4
1.	$\rho(\nu) = \rho(1)^{ \nu }$ $\rho(1) = e^{-\alpha T}$	$\rho(\nu) = \rho(1)\rho(\nu - 1)$ $p = 1$	$\phi_1 = \rho(1)$ $x_1 = \rho(1)$
2.	$\rho(\nu) = (1 + \beta \nu) \cdot r^{ \nu }$ $\beta = \alpha T, r = e^{-\beta}$	$\rho(\nu) = 2r \cdot \rho(\nu - 1) - r^2 \cdot \rho(\nu - 2)$ $p = 2$	$\phi_1 = 2r, \phi_2 = -r^2$ $x_1, x_2 = r$
3.	$\rho(\nu) = \left(1 + \beta \nu + \beta^2 \frac{\nu^2}{3}\right) \cdot r^{ \nu }$ $\beta = \alpha T, r = e^{-\beta}$	$\rho(\nu) = 3r \rho(\nu - 1) - 3r^2 \rho(\nu - 2) + r^3 \rho(\nu - 3)$ $p = 3$	$\phi_1 = 3r, \phi_2 = -3r^2, \phi_3 = r^3$ $x_1, x_2, x_3 = r$
4.	$\rho(\nu) = \rho(1)^{\nu^2}$ $\rho(1) = e^{-\alpha T}$	– $p \rightarrow \infty$	–

Нетрудно убедиться, что элементы НКП

$$\rho(\nu) = y_k \cdot y_{k-\nu}^* \tag{18}$$

отсчетов выходного процесса

$$y_k = \sum_{i=1}^p \phi_i \cdot y_{k-i} + \xi_k \tag{19}$$

ФФ (рис. 2) при $\nu > 0$ удовлетворяют разностному

уравнению (рекуррентному соотношению) p -го порядка. Действительно, умножая на y_{k-v}^* и статистически усредняя обе части (19), можно получить

$$\overline{y_k \cdot y_{k-v}^*} = \sum_{i=1}^p \overline{\varphi_i \cdot y_{k-i} \cdot y_{k-v}^*} + \overline{\xi_k \cdot y_{k-v}^*}$$

откуда в соответствии с определением (18)

$$\rho(v) = \sum_{i=1}^p \varphi_i \cdot \rho(v-i) + C \cdot \delta(v), \quad v > 0, \quad (20)$$

то есть

$$\rho(0) = 1 = \sum_{i=1}^p \rho^*(i) \cdot \varphi_i + C; \quad \rho(v) = \sum_{i=1}^p \rho(v-i) \cdot \varphi_i. \quad (21)$$

В (20), (21) учтено, что в силу (18) $\rho(-v) = \rho^*(v)$, а также то, что y_{k-v}^* при любых $v > 0$ определяется только значениями, некоррелированными с ξ_k , в связи с чем при этом

$\overline{\xi_k \cdot y_{k-v}^*} = 0$. Если же $v = 0$, то в соответствии с (19), $\overline{\xi_k \cdot y_k^*} = \overline{\xi_k \cdot \xi_k^*} = C$ где C – дисперсия (мощность) входного шума, обеспечивающая выполнение условия нормировки $\rho(0) = 1$ (равенство единице мощности процесса на выходе ФФ).

Из сопоставления (21) с рекурсиями в колонке 3 табл. 2 видно, что процессы с типовыми НКП генерируются ФФ с различным числом звеньев p и весовыми коэффициентами φ_i ($i \in 1, p$). Так, экспоненциальная НКП (№1) соответствует простейшему варианту $p = 1$, НКП (№ 2) – $p = 2$, НКП (№ 3) – $p = 3$. Для процесса с гауссовской НКП (№4) теоретически необходимое значение $p \rightarrow \infty$. Коэффициенты φ_i , требующиеся для генерации процессов с типовыми НКП, приведены в первой строчке колонки 4 табл. 2.

Отсюда следует, что за счет выбора порядка p и весовых коэффициентов φ_i ФФ (рис. 2) можно моделировать процессы как с типовыми НКП, так и с НКП, отличающимися от типовых, которые требуются при моделировании реальных пассивных помех. При этом, однако, используемые значения φ_i ($i \in 1, p$) не могут быть произвольными. Из множества наборов этих весов допустимы только те, для которых корни x_i уравнения

$$x^p - \sum_{i=1}^p \varphi_i \cdot x^{p-i} = 0 \quad (22)$$

лежат внутри единичного круга $|x_i| < 1$ ($i \in 1, p$).

Физический смысл этого требования состоит в следующем. Очевидно, что частотная характеристика ФФ (рис. 2) при $|f| < 1/2$ имеет вид

$$K(f) = \left(1 - \sum_{i=1}^p \varphi_i \cdot e^{-ji2\pi f} \right)^{-1}$$

Плотность мощности (для краткости спектр) выходного процесса $S(f)$, равная произведению входного спектра $S_{вх}(f) = C$ на квадрат модуля частотной характеристики, есть

$$S(f) = C \cdot \frac{1}{\left| 1 - \sum_{i=1}^p \varphi_i \cdot e^{-ji2\pi f} \right|^2}, \quad |f| \leq 1/2. \quad (23)$$

Пусть $x = e^{j2\pi f}$, так что $|x|^2 = 1$. Тогда знаменатель (23) можно переписать в виде

$$\left| x^p - \sum_{i=1}^p \varphi_i \cdot x^{p-i} \right|^2 = \prod_{i=1}^p |x - x_i|^2, \quad \text{где } x_i = x'_i + j \cdot x''_i -$$

в общем случае комплексный корень уравнения (22) с действительной x' и мнимой x'' частями. При таком представлении знаменателя спектр выходного процесса $S(f)$ записывается в виде

$$S(f) = \frac{C}{\prod_{i=1}^p |x - x_i|^2} = C \prod_{i=1}^p \frac{1}{|1 - x_i \cdot e^{j2\pi f}|^2}. \quad (24)$$

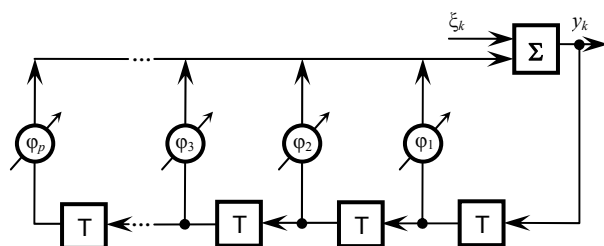


Рис. 2. Схема формирующего фильтра для генерации случайного АР-процесса

Это означает, что вместо ФФ (рис. 2) может использоваться эквивалентный ему ФФ (рис. 3), составленный из p последовательно соединенных однозвенных рециркуляторов (ФФ порядка $p = 1$) с «коэффициентами усиления» (весами) цепей обратной связи x_i ($i \in 1, p$), совпадающими с корнями уравнения (22). Из теории цепей известно, что ФФ (рис. 3) будет устойчивым (обеспечит конечность дисперсии выходного процесса), если будет устойчив каждый из составляющих его однозвенных рециркуляторов. Последние же, как известно, будут устойчивы, если модули $|x_i|$ «коэффициентов усиления» их цепей обратной связи будут меньше единицы. Тем самым требование $|x_i| < 1$ к корням уравнения (22) физически эквивалентно требованию

устойчивости соответствующих формирующих фильтров (рис. 2, 3). В этом случае НКП $\rho(v)$ (20), как и КП $r(v)$ (12) и, тем более КП $r'(v)$ (15) являются «позитивными» [12]. Применительно к решаемой нами задаче указанная позитивность обеспечивает «строгую несингулярность» формируемых на основе этих КП корреляционных матриц Φ_{II} (13), (14) и Φ (8), (9), необходимую при имитации физически реальных случайных процессов, в том числе и пассивных помех.

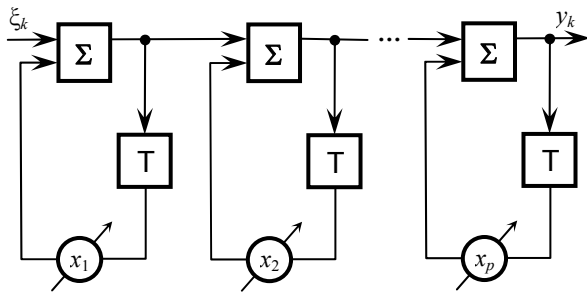


Рис. 3. Схема формирующего фильтра для генерации случайного процесса

Во второй строке колонки 4 табл. 2 приведены «коэффициенты усиления» x_i ($i \in 1, p$) однозвенных рециркуляторов ФФ (рис. 3) процессов с типовыми НКП. Из сопоставления их с параметрами исходных корреляционных функций, показанных во второй строке колонки 2, видно, что значения $|x_i|$ для всех процессов с типовыми НКП, как и следовало ожидать, меньше 1. В то же время наглядно видно, что генерирующие их ФФ порядка $p > 1$ состоят из идентичных ФФ порядка $p = 1$ с равными действительными значениями $x_i = x_0$ (НКП № 2, 3 и, как будет показано ниже, НКП № 4). Как следует из (24) спектр генерируемого процесса равен

$$S(f) = \frac{C}{|1 - x_0 \cdot e^{-j2\pi f}|^{2p}} = \frac{C}{(1 - 2x_0 \cdot \cos(2\pi f) + x_0^2)^p} \quad (25)$$

и, следовательно, имеет единственный максимум на частоте $f = 0$, равный $S(0) = C / (1 - x_0)^{2p}$.

Как показывают многочисленные экспериментальные исследования, а также анализ записей выходных сигналов цифровых приемников, спектры реальных пассивных помех могут иметь существенно более сложные формы. В связи с этим при создании модели пассивных помех нельзя ограничиваться только процессами с типовыми НКП. В то же время ФФ (рис. 2, 3) в принципе позволяют генерировать широкий класс процессов с разнообразными формами спектров или КП. Такое расширение возможно за счет варьирования порядка p ФФ и их параметров φ_i (рис. 2) или x_i (рис. 3) в диапазоне, обеспе-

чивающем «позитивность» КП. Именно такой путь построения модели пассивных помех предлагается в данной статье.

3. Авторегрессионная модель пассивных помех. Проведенный выше анализ показал, что процессы с типовыми НКП представляют собой частные случаи более общих процессов вида (19) с НКП (20), (21) и спектрами (23), (24), которые в литературе называются (дискретными) процессами авторегрессии (АР) p -го порядка ($p > 1$) [5, 7, 12]. Смысл термина «авторегрессия» поясняется, в частности, в [12, С. 24]. В ряде работ, их называют также «марковскими p -связными» процессами. Обширный материал по теоретическим и практическим аспектам использования АР-процессов приведен в [7, 12].

Для описания пассивных помех и оценки эффективности систем СДЦ на их фоне частные виды этих процессов рассматривались в [4, 13 и др.]. Тем не менее, вопросы практического моделирования АР-процессов произвольного порядка и с произвольными параметрами в открытой литературе освещены явно недостаточно.

Рассмотрим вначале вытекающую из (20), (21) взаимосвязь между элементами НКП $\rho(v)$ и параметрами φ_i и x_i ($i \in 1, p$) ФФ (рис. 2, 3). Для этого запишем (20) в виде

$$\sum_{i=1}^p \rho(v-i) \cdot \alpha_i = C \delta(v), \quad v=0, 1, \dots, \quad (26)$$

где

$$\alpha_0 = 1, \alpha_i = -\varphi_i, \quad i \in 1, p. \quad (27)$$

Рассматривая (26) при $v \in 0, p$, получим систему линейных уравнений

$$\Phi^{(p+1)} \cdot \mathbf{a} = C \cdot \mathbf{e}_1^{(p+1)}, \quad (28)$$

где $\Phi^{(p+1)} = \{f_{ij}\}_{i,j=1}^{p+1}$ – $(p+1) \times (p+1)$ -мерная эрмитова теплицева матрица с элементами

$$f_{ij} = \rho(i-j), \quad f_{ji} = f_{ij}^*, \quad i, j \in 1, p+1, \quad (29)$$

$\mathbf{a} = \{\alpha_i\}_{i=0}^p$ – $(p+1)$ -мерный вектор-столбец с элементами α_i (27);

$\mathbf{e}_1^{(p+1)}$ – первый столбец $(p+1) \times (p+1)$ единичной матрицы \mathbf{I}_{p+1} ($(p+1)$ -мерный вектор из всех нулевых элементов, кроме первого, равного 1).

Из (28) следует, что вектор \mathbf{a} , в силу (27) задающий параметры ФФ (рис. 2), а также коэффициенты уравнения (22), корни которого определяют параметры ФФ (рис. 3), равен

$$\mathbf{a} = C \cdot \Psi \cdot \mathbf{e}_1^{(p+1)} = C \cdot \Psi_1, \quad (30)$$

то есть пропорционален первому столбцу

$\Psi_1 = \{ \omega_{i1} \}_{i=1}^{p+1}$ $(p+1) \times (p+1)$ -мерной матрицы Ψ

$$\Psi = \{ \omega_{ij} \}_{i,j=1}^{p+1} = \left(\Phi^{(p+1)} \right)^{-1}, \quad (31)$$

обратной матрице $\Phi^{(p+1)}$ (28), (29). Коэффициент пропорциональности C , имеющий, как отмечалось выше, смысл мощности формирующего шума, приводящей к единице мощность выходного процесса, находится из (27) и (30). Видно, что $\alpha_0 = 1 = C \cdot \omega_{11}$ и, следовательно, C равен

$$C = 1/\omega_{11}, \quad (32)$$

то есть обратный первому диагональному элементу матрицы Ψ (31). Поэтому для вектора \mathbf{a} (30) получим

$$\mathbf{a} = 1/\omega_{11} \cdot \Psi \cdot \mathbf{e}_1^{(p+1)} = 1/\omega_{11} \cdot \Psi_1. \quad (33)$$

Отсюда следует, что если в качестве исходных данных используются элементы заданной НКП $\rho(v)$, то в принципе возможен следующий алгоритм моделирования АР-процесса произвольного p -го порядка, аппроксимирующего пассивную помеху.

1. По (29) формируется эрмитова теплицева матрица $\Phi^{(p+1)}$.

2. Матрица $\Phi^{(p+1)}$ обращается, после чего первый столбец Ψ_1 матрицы Ψ (31) нормируется в соответствии с (32) для получения вектора \mathbf{a} (33).

3. Вектор \mathbf{a} преобразуется в вектор $\Phi = \{ \phi_i \}_{i=1}^p$

по (27), а элементы последнего используются в качестве параметров ФФ (рис. 2).

Такой алгоритм приемлем, например, для моделирования АР-процессов с типовыми НКП. Однако использование НКП, отличных от типовых, делает необходимым еще один шаг алгоритма – проверку позитивности НКП за счет отыскания корней характеристического уравнения (22). Этот шаг нежелателен, поскольку существенно усложняет алгоритм. Кроме того, сама процедура выбора НКП, отличной от типовой, достаточно неопределенна, ибо нет каких-либо простых способов, позволяющих трансформировать физически наглядные свойства пассивных помех в значения НКП.

По этой же причине затруднено и использование в качестве исходных данных параметров ϕ_i ($i \in 1, p$) ФФ (рис. 2), также требующее предварительного решения уравнения (22) при стремлении моделировать процессы с отличными от типовых НКП.

Практически наиболее удобными исходными данными являются параметры x_i ($i \in 1, p$) ФФ (рис. 3). Это обусловлено непосредственной связью этих параметров с «желаемыми» характеристиками

моделируемого процесса и простотой гарантии позитивности формируемой НКП. Поясним это более подробно, имея в виду основную цель моделирования – возможность изменения в широком диапазоне характеристик пассивных помех.

Известно, что потенциальные возможности систем СДЦ определяются относительной шириной и формой спектра междупериодных флуктуаций пассивных помех. Последняя характеризуется числом максимумов спектра и скоростью его спада с частотой (крутизной). Применительно к модели ФФ (рис. 2, 3) изменение этих параметров регулируется выбором числа звеньев (порядком АР-процесса) p , определяющим возможное число мод (максимумов) спектра $S(f)$ на интервале $|f| < 1/2$. Этот же параметр позволяет менять скорость спада спектра на низком уровне, изменяющуюся по степенному закону с показателем $-2p$.

Весьма наглядна и роль каждого из p однозвенных рециркуляторов ФФ (рис. 3) с комплексным «коэффициентом усиления» $x_i = |x_i| \cdot e^{j\beta_i}$. Как следует из (23)-(25), квадрат модуля его частотной характеристики равен

$$S_i(f) = \frac{1}{|1 - |x_i| \cdot e^{-j(2\pi f - \beta_i)}|^2} = \frac{1}{1 - 2|x_i| \cdot \cos(2\pi f - \beta_i) + |x_i|^2}. \quad (34)$$

Отсюда видно, что формируемый им i -й множитель результирующего спектра (24), (25) представляет собой одновершинную (унимодальную) кривую с максимумом в точке $f_{i \max} = \beta_i/2\pi$, равным $(1 - |x_i|)^{-2}$ и минимумом в точках $f_{i \min} = \pm 1/2 + \beta_i/2\pi$, равным $(1 + |x_i|)^{-2}$. Тем самым фаза $|\beta_i| \leq \pi$ коэффициента усиления x_i i -го фильтра ФФ (рис. 3) определяет положение $f_{i \max}$ i -й моды формируемого спектра на частотной оси $-1/2 < f < 1/2$, а его модуль $|x_i|$ – относительную ширину $\Delta f_i < 1$ этой моды на выбранном уровне $1/d$ относительно максимума. Эта относительная ширина, как следует из (34), равна

$$\Delta f_i = \frac{1}{\pi} \arccos \frac{1 + |x_i|^2 - d \cdot (1 - |x_i|)^2}{2|x_i|}, \quad i \in 1, p \quad (35)$$

и тем меньше, чем ближе значение $|x_i|$ к единице.

Указанная простота трансформации обычно используемых характеристик спектров пассивных помех (число и положение мод на частотной оси, их относительная широкополосность) в параметры p и

x_i ФФ (рис. 3), в сочетании с гарантией позитивности формируемой НКП (достаточно выполнить условия $|x_i| < 1$ для всех $i \in 1, p$) определяет целесообразность использования именно этих параметров в качестве исходных при моделировании. Варьируя эти параметры, можно смоделировать пассивные помехи с практически любой формой спектра междупериодных флуктуаций.

По заданным значениям параметров x_i ($i \in 1, p$) ФФ (рис. 3) однозначно восстанавливаются параметры φ_i ФФ (рис. 2). Последние являются коэффициентами уравнения (22), корнями которого служат x_i , и поэтому представляют собой элементарные симметрические функции (ЭСФ) этих корней [14, С.38]. Это означает, что

$$\varphi_i = (-1)^{i+1} S_i, \quad \alpha_i = (-1)^i S_i, \quad i \in 1, p, \quad (36)$$

где i -я ЭСФ S_i определяется как сумма

$$C_p^i = \frac{p!}{i!(p-i)!} \text{ произведений, каждое из которых}$$

содержит по i сомножителей с несовпадающими индексами. В частности,

$$S_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_p; \quad S_2 = x_1 x_2 + x_1 x_3 + \dots + x_{p-1} x_p; \\ S_p = x_1 x_2 \cdot \dots \cdot x_p. \quad (37)$$

Знание вектора параметров $\mathbf{a} = \{\alpha_i\}_{i=0}^p$, в соответствии с (33) означает и знание нормированного первого столбца Ψ_1 матрицы Ψ (31), обратной корреляционной. Этот столбец, как известно, определяет и всю матрицу Ψ , обратную эрмитовой теплицевой. Один из способов ее восстановления по этому столбцу базируется на формулах Гохберга – Семенцула [6], в соответствии с которыми матрица Ψ представляется в виде разности произведений двух треугольных теплицевых матриц, определяющие столбцы которых содержат элементы вектора \mathbf{a} . Обращая восстановленную таким образом матрицу Ψ , можно получить матрицу $\Phi^{(p+1)}$ (28), (29), первый столбец которой определяет вид сгенерированной НКП. Возможен, однако, и более простой способ получения этой НКП, использующий то обстоятельство, что определяющий ее вектор \mathbf{g} (11) пропорционален первому столбцу треугольного сомножителя \mathbf{T} матрицы $\Phi^{(p+1)}$. Его отыскание является составной частью предлагаемого ниже алгоритма моделирования пассивных помех по заданным корням характеристического уравнения.

В частном, но представляющем самостоятельный интерес случае, когда параметры x_i всех фильтров в ФФ (рис. 3) одинаковы ($x_i = x_0$, $i \in 1, p$) можно получить явные формулы, связывающие значения $\rho(v)$ с x_0 . Знание этих связей позволяет

осознанно выбирать значение x_0 исходя не только из формы спектра, но и заданных требований к значению коэффициента междупериодной корреляции помех $\rho(1)$, который в этом случае определяет и всю НКП.

Пусть $x_i = x_0$, $i \in 1, p$, причем без потери общности будем считать x_0 действительным. Комплексность x_0 приведет только к смещению спектра генерируемого процесса по частотной оси, но не изменит его формы и модуля $\rho(v)$.

Характеристический полином (22) в рассматриваемой ситуации кратных корней преобразуется к виду $(x - x_0)^p = 0$, откуда следует, что

$$\varphi_i = (-1)^{i+1} \cdot C_p^{(i)} \cdot x_0^i. \quad (38)$$

Спектр выходного процесса (24) записывается в виде

$$S(f) = \frac{C}{(1 - 2x_0 \cos(2\pi f) + x_0^2)^p}. \quad (39)$$

Он имеет единственный максимум при $f = 0$, равный $S(0) = C / (1 - x_0)^{2p}$, а его ширина на уровне $1/d$ от максимума равна

$$\Delta f = \frac{1}{\pi} \arccos \frac{1 + x_0^2 - \sqrt{d} \cdot (1 - x_0)^2}{2x_0}, \quad (40)$$

что позволяет по заданным значениям Δf и d выбирать значения p и x .

В [9, 10] установлена связь между «кратным корнем» x_0 и коэффициентом междупериодной корреляции $\rho(1)$, которая позволяет заданием x_0 при соответствующем p обеспечить требуемые значения $\rho(1)$.

Непрерывному процессу с гауссовским спектром соответствует дискретный АР-процесс со спектром (39) при $p \rightarrow \infty$. В этом случае, как показано в [13, С.318],

$$S(f) = C \cdot e^{a \cos 2\pi f}; \quad \rho(v) = C \cdot I_0(a); \quad C = 1/I_0(a), \quad (41)$$

где $I_0(a)$ – модифицированная функция Бесселя v -го порядка; a – параметр, однозначно связанный с $\rho(1)$.

На рис. 4 приведены нормированные спектры $S(f)/S(0)$ смеси шумов и пассивных помех – АР-процессов различного порядка p для рассматриваемого случая – $x_i = x_0$ при $\rho(1) = 0.96$ и отношении помеха/шум $b = 50$ дБ (15). Как видно из графиков, спектры АР-процессов порядка $p \geq 2$ на высоком уровне близки к «гауссовскому» ($p \rightarrow \infty$, строка 4 табл. 1, 2), а на низком – заполняют широкую про-

межзвонную область между ним и процессом с экспоненциальной НКП ($p = 1$, строка 1 табл. 1, 2). По данным многочисленных экспериментальных исследований именно такого рода закономерности характерны для реальных пассивных помех.

Обратим теперь внимание на одно обстоятельство, существенное для обоснования выбора способа моделирования АР-пассивных помех.

Наиболее очевидный из них – непосредственное «пропускание» белого гауссовского шума через

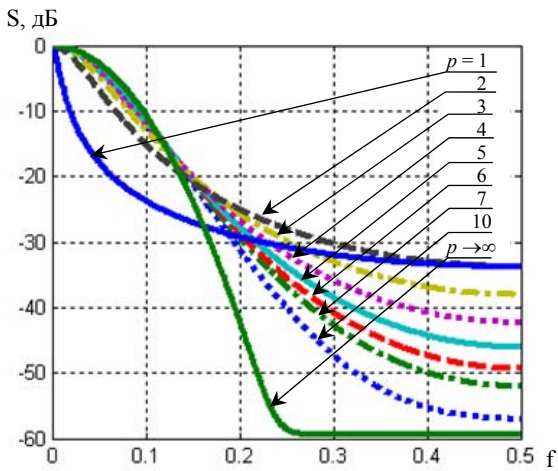


Рис. 4. Нормированные спектры смеси шумов и пассивных помех – АР-процессов различного порядка p

ФФ (рис. 3 или рис. 2) с выбранными параметрами (x_i или φ_i ($i \in 1, p$)). Будучи достаточно простым, этот способ, однако, практически непригоден, особенно для моделирования узкополосных (сильно коррелированных) пассивных помех. Это связано с тем, что в генерируемом таким образом процессе «желаемые» свойства будут достигнуты только по окончании переходного процесса, который может оказаться недопустимо длительным.

Как показано в [10] в случае $p = 1$ дисперсия σ_k^2 выходных отсчетов y_k зависит от их номера, т.е. моделируемый процесс не является стационарным. Для k -го отсчета

$$\sigma_k^2 = (1 - |\varphi_1|^{2k}) \cdot \sigma_y^2, \quad (42)$$

где $\sigma_y^2 = C / (1 - |\varphi_1|^2)$ – дисперсия формируемого процесса при $k \rightarrow \infty$ в «установившемся» режиме.

Как следует из (42) $\sigma_k^2 < \sigma_y^2$. Если считать, что переходный процесс заканчивается при $\sigma_k^2 = 0.95 \cdot \sigma_y^2$, то значение k , с которого по этому критерию можно считать процесс стационарным, равно $k = k_y \approx 14, 29, 150, 1500$ при $\varphi_1 = x_0 = \rho(1) = 0,9; 0,95; 0,99; 0,999$ соответственно. Отсюда видно, что по мере роста коррелирован-

ности процесса происходит существенный рост объема «лишних» вычислений, результаты которых должны быть отброшены. Потери еще больше возрастают при увеличении порядка p генерируемого процесса. Поэтому непосредственное использование ФФ (рис.2, 3) или соотношений типа (19) оказывается практически неприемлемым, особенно при моделировании сильно коррелированных пассивных помех, аппроксимируемых АР-процессами высокого порядка.

Рассмотрим принципиально другой, лишенный этого недостатка способ моделирования на основе метода линейного преобразования [2], получившего наибольшее распространение в рамках корреляционной теории. Способ предполагает моделирование случайного M -мерного гауссовского вектора Y_i с нулевым средним значением ($\overline{Y_i} = 0$) и заданной корреляционной матрицей $\Phi = \overline{Y_i \cdot Y_i^*} = \Phi_{ш} + \Phi_{п}$ (8) по соотношению

$$Y_i = \xi_{ш_i} + Y_{п_i}, \quad Y_{п_i} = T \cdot \xi_{п_i}, \quad i \in 1, K, \quad (43)$$

где $\xi_{ш_i}$ – гауссовский M -мерный вектор собственных шумов каналов приема с нулевым средним значением и КМ

$$\overline{\xi_{ш_i} \cdot \xi_{ш_i}^*} = \Phi_{ш} = I_M; \quad (44)$$

$\xi_{п_i}$ – независимый от него гауссовский M -мерный вектор «возбуждения» с нулевым средним и КМ (44), такой, что $\overline{\xi_{п_i}} = 0$, $\overline{\xi_{п_i} \cdot \xi_{ш_i}^*} = 0$, $\overline{\xi_{п_i} \cdot \xi_{п_i}^*} = I_M$, $i \in 1, K$, $T = \{t_{ij}\}_{i,j=1}^M$ – $M \times M$ матрица («корень» из матрицы $\Phi_{п}$), удовлетворяющая условию

$$T \cdot T^* = \Phi_{п}. \quad (45)$$

Простой проверкой легко убедиться, что сформированный по (43) вектор Y_i с матрицей T (45) и векторами $\xi_{ш_i}$, $\xi_{п_i}$ (44) имеет нулевое среднее и КМ Φ (8) при произвольном $i \in 1, K$, т.е. обладает необходимыми свойствами уже при $i = 1$.

Заметим, что способ (43) в равной мере пригоден для моделирования как пассивных, так и активных помех на выходах M пространственных каналов приема. Специфика активных помех проявится при этом только в конкретном виде матрицы T , тогда как соотношение (43) окажется неизменным и в этом случае.

4. Способ моделирования авторегрессионных пассивных помех с заданными спектральными и корреляционными свойствами. Методика п.3 позволяет по заданным требованиям к форме спектра междупериодных флуктуаций пассивных помех задать число p и значения x_i ($i \in 1, p$) корней

характеристического уравнения (22), лежащих внутри единичного круга $|x_i| < 1$, что обеспечивает «позитивность» соответствующей КМ. Алгоритм моделирования АР-пассивных помех включает в себя следующие этапы.

1. Выбор формы спектра моделируемых помех заданием порядка p АР-процесса, модуля $|x_i|$ и фазы $\beta_i = 2\pi f_i$ корней $x_i = |x_i| \cdot e^{j\beta_i}$ характеристического уравнения (22) ($i \in 1, p$).

2. Вычисление коэффициентов ϕ_i характеристического уравнения и последней строки треугольного сомножителя \mathbf{H} $(p+1) \times (p+1)$ матрицы $\Psi = (\Phi^{(p+1)})^{-1}$, обратной корреляционной $\Phi^{(p+1)}$, в разложении $\Psi = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H}$.

3. Восстановление треугольного сомножителя \mathbf{H} матрицы Ψ по его последней строке и формирование $M \times M$ матрицы $\mathbf{H}^{(M)}$.

4. Формирование матрицы $\mathbf{T} = (\mathbf{H}^{(M)})^{-1}$ и реализация соотношения (43) для произвольного значения K числа моделируемых векторов помехи.

Коротко охарактеризуем основные этапы моделирования АР-процесса, аппроксимирующего пассивную помеху.

При заданном p -мерном векторе $\mathbf{x} = \{x_i\}_{i=1}^p$ корней x_i характеристического уравнения p -го порядка (22) его коэффициентами ϕ_i ($i \in 1, p$) являются элементарные симметрические функции (37). В соответствии с (27) – (33) последние определяют $(p+1)$ -мерный вектор $\mathbf{a} = \{\alpha_i\}_{i=0}^p$, требующийся для последующих этапов моделирования.

Сформированный в соответствии с (33) вектор \mathbf{a} пропорционален первому столбцу $(p+1) \times (p+1)$ матрицы Ψ (31). В случае треугольной матрицы $\Phi^{(p+1)}$ матрица Ψ – персимметричная (ее элементы симметричны относительно побочной диагонали). С учетом этого свойства нетрудно показать, что справедливо равенство

$$\mathbf{H}_{p+1}^* = \{h_{1j}\}_{j=1}^{p+1} = \mathbf{e}_{p+1}^* \cdot \mathbf{H} = h_{p+1,p+1} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{P},$$

где \mathbf{P} – $(p+1) \times (p+1)$ ортогональная симметричная матрица перестановок, содержащая единицы на побочной диагонали и нули – в остальных позициях;

\mathbf{e}_{p+1}^* – последняя строка единичной $(p+1) \times (p+1)$ матрицы \mathbf{I}_{p+1} .

На учете этого свойства основан возможный способ восстановления матрицы \mathbf{H} по ее последней

строке \mathbf{H}_{p+1}^* , который предложен в [10].

Если размерность моделируемых векторов пассивных помех $M = p+1$, то после формирования \mathbf{H} этап 3 заканчивается. Если $M < p+1$, то в роли матрицы $\mathbf{H}^{(M)}$ выступает главная $M \times M$ (угловая) подматрица матрицы \mathbf{H} . Если $M > p+1$, то в роли матрицы $\mathbf{H}^{(M)}$ выступает ленточная $M \times M$ матрица, главная (угловая) подматрица которой совпадает с \mathbf{H} , а строки матрицы $\mathbf{H}^{(M)}$ с номерами $m > p+1$ повторяют с циклическим сдвигом вправо последнюю строку матрицы \mathbf{H} .

Итоговый вектор \mathbf{Y}_i пассивной помехи \mathbf{Y}_{pi} и шумов $\xi_{ш_i}$ формируется по (43), чем завершается алгоритм моделирования случайного нормального комплексного M -мерного вектора АР-пассивных помех по заданным корням характеристического уравнения (22).

Выводы

Широко используемые в литературе при анализе пассивных помех модели случайных процессов с типовыми корреляционными функциями являются частным случаем процессов авторегрессии, соответствующему равенству параметров звеньев ФФ (рис. 3). Отказ от такого равенства позволяет существенно расширить набор моделируемых корреляционных функций (спектров междупериодных флуктуаций).

Наиболее наглядный способ задания статистических характеристик пассивных помех заключается в непосредственном назначении комплексных коэффициентов усиления звеньев ФФ (рис. 3). Их количество определяет число мод (гребней) и крутизну спектра мощности процесса, а фазы и модули – соответственно расположение на частотной оси и ширину таких гребней.

Показано, что классические реализации ФФ АР-процесса, например, в виде последовательного соединения p однозвенных рециркуляторов практически мало пригодны для моделирования узкополосных пассивных помех из-за неоправданно больших временных затрат, обусловленных длительными переходными процессами.

Предложен способ моделирования пассивных помех на основе метода линейного преобразования, позволяющий формировать АР-процессы с требуемыми корреляционными свойствами уже с первой выборки. Он «автоматически» обеспечивает позитивность нетиповых корреляционных последовательностей, соответствующих спектрам АР-процессов порядка $p \geq 2$, которые на высоком уровне близки «гауссовскому» ($p \rightarrow \infty$), а на низком – заполняют широкую промежуточную область меж-

ду ним и процессом с экспоненциальной НКП ($p=1$). Именно такого рода закономерности, как показывают данные многочисленных экспериментальных исследований, характерны для реальных пассивных помех.

Такой алгоритм целесообразно использовать на этапе разработки адаптивных систем защиты от помех различного вида для статистической оценки эффективности таких систем с целью их сравнительного анализа и обоснованного выбора, а также для контроля работоспособности штатных цифровых систем помехозащиты.

Список литературы

1. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) и его приложения / Н.П. Бусленко, Д.И. Голенко и др. – М.: Физматгиз, 1962. – 340 с.
2. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – М.: Сов. радио, 1971. – 328 с.
3. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. – М.: Наука, 1976. – 320 с.
4. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
5. Фридландер Б. Решетчатые фильтры для адаптивной обработки данных // ТИИЭР. – 1982. – Т. 70, № 8. – С. 54-97.
6. Иохвидов И.С. Ганкелевы и теплицевы матрицы и формы. Алгебраическая теория. – М.: Наука, 1974. – 263 с.

7. Дженкинс Р., Ватс Д. Спектральный анализ его приложения: пер. с англ. – М.: Мир, 1972. – Т. 2. – 288 с.
8. Пугачев В.С. Теория случайных функций. – М.: Физматгиз, 1962.
9. Кириллов И.Г., Ткаченко В.М., Пищухин В.М. Моделирование пассивных помех для систем СДЦ импульсных РЛС // Сборник научных трудов ХВУ. – Х.: ХВУ. – 1998. – Вып. 16. – С. 62-69.
10. Разработка модели расчета основных показателей качества пространственно-временной обработки: Отчет о НИР «Модель» (промежуточный). – Х.: ХВУ, 1994. – 60 с.
11. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
12. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 1. – М.: Мир, 1974. – 360 с.
13. Бакут П. А., Большаков Н. А. Вопросы статистической теории радиолокации / Под ред. Г.П. Тартаковского. – М.: Сов. радио, 1963. – Т. 1. – 352 с.
14. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных сотрудников и инженеров. – М., 1960. – 720 с.

Поступила в редколлегию 12.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.М. Седишев, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

МОДЕЛЮВАННЯ ПАСИВНИХ ЗАВАД ІМПУЛЬСНИМ РЛС НА ОСНОВІ ПРОЦЕСІВ АВТОРЕГРЕСІЇ ДОВІЛЬНОГО ПОРЯДКУ

Д.І. Леховицький, І.Г. Кіриллов

Обговорюються загальні вимоги до моделі пасивних завад імпульсним РЛС. Обґрунтовується можливість представлення таких завад набором взаємно незалежних гаусових випадкових векторів комплексних амплітуд із заданою кореляційною матрицею міжперіодних флуктуацій. Аналізуються особливості випадкових процесів з типовими кореляційними функціями, що є окремим випадком процесів авторегресії. Пропонується спосіб моделювання авторегресійних пасивних завад довільного порядку із заданими «нетиповими» спектральними і кореляційними властивостями.

Ключові слова: пасивна завада, типова кореляційна функція, нормована кореляційна послідовність, енергетичний спектр, стаціонарний процес авторегресії, що формує фільтр, одноланковий рециркулятор.

THE SIMULATION OF CLUTTERS FOR PULSE RADARS ON THE BASIS OF PROCESSES OF RANDOM ORDER AUTOREGRESSION

D.I. Lekhovytskyi, I.G. Kirillov

The general requirements to the model of clutters for pulse radars are discussed. The possibility of representation of such clutters as a set of mutually independent Gaussian random vectors of complex amplitudes with the given correlation matrix of interperiod fluctuations is grounded. The features of random processes with typical correlation functions which are the particular case of autoregression processes are analyzed. The mean of simulation of autoregressive clutters of random order with the given «nonstandard» spectral and correlation properties is offered.

Keywords: passive hindrance, model correlation function, rationed correlation sequence, power spectrum, stationary process of autoregression, forming a filter, single-mess recirculating.