

УДК 53.088.2:389.1

Т.В. Быкова, Г.А. Черепашук

Национальный аэрокосмический университет  
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина

## СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОЦЕНКИ ИЗМЕРЯЕМОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Авторами предложен способ оценивания измеряемой величины при однократном измерении реализации переменного процесса и получена оценка неопределенности результата. Результаты моделирования подтвердили предположение, что в результате дифференцирования вейвлет-ряда не происходит усиления случайной составляющей погрешности, присутствующей в исходных данных. Внесение поправки в результат измерения на систематические динамические эффекты не приводит к увеличению интервала рассеивания результатов. Полученная в результате оценка измеряемой физической величины является несмещенной и эффективной.

**Ключевые слова:** динамические измерения, регуляризирующий алгоритм, вейвлет-преобразование.

### Введение

#### Анализ литературы и постановка задачи.

Основным направлением метрологии динамических измерений является повышение точности результатов. Это достигается путем эффективной обработки получаемых отсчетов СИТ. Динамические измерения относятся к совместным [1], так как предполагают одновременное измерение неоднородных величин: времени и искомой физической величины (ФВ), и установления функциональной зависимости между ними вида:

$$x = f(t, p_1, p_2, \dots, p_k), \quad (1)$$

где  $p_1, p_2, \dots, p_k$  – параметры зависимости.

Методика обработки результатов совместных измерений подробно описана в [2]. Она заключается в определении вида зависимости (1), вычислении и оценивании ее параметров и расчете неопределенности нахождения искомой физической величины  $x_k$  в момент времени  $t_k$ . При динамических измерениях отсчеты СИТ содержат систематическую составляющую, обусловленную возникающими в нем переходными процессами, поэтому, если не внести поправку, то оценка измеряемой физической величины получится смещенной.

Для определения поправки составляется модельное уравнение, которое выражает связь между выходным и входным сигналами СИТ. Вид уравнения соответствующим динамической модели СИТ, которая известна из технической документации на него или определена априорно. Динамический режим работы устройств описывается операторным уравнением

$$y(t) = B[x(t)], \quad (2)$$

где  $x(t)$  – измеряемая величина;  $y(t)$  – выходной сигнал СИТ;  $B$  – оператор, описывающий работу СИТ в динамическом режиме.

Вычисление поправки – это процедура решения уравнения (2) относительно  $x(t)$ , которая заключается в поиске обратного оператора и преобразовании с его помощью выходного сигнала СИТ.

Оператор  $B$  представляет собой дифференциальное уравнение вида

$$\sum_{i=0}^n \alpha_i x^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m \beta_j y^{(j)}(t), \quad (3)$$

где  $x^{(i)}(t)$ ,  $y^{(j)}$  – соответственно  $i$  и  $j$  производные входного и выходного сигналов;  $\alpha_i$ ,  $\beta_j$  – коэффициенты уравнения.

Измерительные устройства в своем составе дифференцирующих звеньев, как правило, не содержат, поэтому уравнение (3) приобретает вид

$$x(t) = \sum_{j=0}^m \beta_j y^{(j)}(t). \quad (4)$$

Из выражения (4) можно заключить, что оператор, обратный оператору, описывающему динамические свойства СИТ, состоит из суммы дифференцирующих звеньев. Отсчеты  $y(t)$  содержат ложную структуру, обусловленную шумами квантования, тепловыми шумами и другими эффектами, которая по своему характеру является случайной и не может быть полностью компенсирована. Таким образом обработка результатов измерений обратным оператором приводит к значительному увеличению дисперсии результата и оценка искомой физической величины превращается в неэффективную.

Модель процесса динамических измерений и обработки результатов показана на рис. 1 [3].

Для получения эффективной оценки измеряемой ФВ при динамических измерениях необходимо применять дополнительные методы повышения устойчивости процедуры обработки результатов измерения, называемые регуляризирующими.

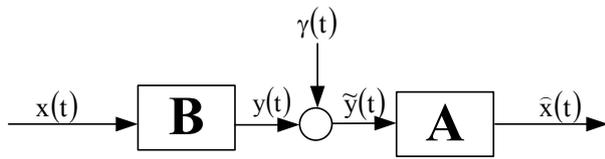


Рис. 1. Модель процесса динамических измерений и обработки результатов:

$B$  – оператор, описывающий работу СИТ в динамическом режиме;  $A$  – оператор, отражающий алгоритм вычисления оценки измеряемой величины, который должен быть обратным  $B$ ;  $\hat{x}(t)$  – оценка измеряемой величины;  $\tilde{y}(t)$  – результат измерения;  $\gamma(t)$  – помеха, приведенная к выходу СИТ

Для стационарных сигналов устойчивое решение уравнения (1) можно получить методом регуляризации Тихонова, отфильтровав ложную составляющую с помощью подобранного регуляризующего оператора. На практике в большинстве случаев выполняются измерения нестационарных сигналов, поэтому традиционные методы регуляризованной обработки для прикладных задач оказываются неэффективными. Для повышения качества обработки результатов динамических измерений нестационарных сигналов предлагается применить аппарат вейвлет-преобразования, который в таких случаях оказывается более эффективным по сравнению с аппаратом Фурье-преобразования [4].

**Целью статьи** является изложение метода оценки измеряемой величины при однократных динамических измерениях с помощью вейвлет-преобразования и расчет неопределенности оценивания.

### Основной материал

Согласно концепции кратномасштабного анализа [3] любой сигнал  $s(t)$  на  $j$ -м уровне разрешения задается суммой аппроксимирующей (приближенной) и детализирующих (уточняющих) составляющих:

$$s(t) = A_j(t) + \sum_{k=1}^j D_k(t),$$

причем уточняющие составляющие определяются итерационным способом путем анализа аппроксимирующих составляющих на предыдущих уровнях разрешения.

Таким образом, любой сигнал представляется разложением по ортогональному базису вейвлет-функций  $\{\varphi_{j,k}(t), \psi_{j,k}(t)\}$  и является рядом вида:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{j,k} \varphi_{j,k}(t) + \sum_{l=j}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{l,k} \psi_{l,k}(t), \quad (5)$$

где  $\varphi(t), \psi(t)$  – соответственно отцовский и материнский вейвлеты;  $a, d$  – соответственно аппроксимирующие и детализирующие коэффициенты, которые вычисляются следующим образом:

$$a_{j,k} = \int_0^{\infty} s(t) \varphi_{j,k}(t) dt \quad d_{l,k} = \int_0^{\infty} s(t) \psi_{l,k}(t) dt.$$

Применение ортогонального вейвлет-базиса позволяет производить точную реставрацию сигнала в исходных точках [5], следовательно, неопределенность значения ряда (2) в этих точках равна неопределенности отсчетов СИТ.

Решение уравнения (1) предполагает  $m$ -кратное дифференцирование результатов измерения  $\tilde{y}(t)$ , которые содержат случайную составляющую погрешности. При дифференцировании выражения (2) не происходит усиление высокочастотных составляющих в спектре результата, так как коэффициенты при базисных функциях остаются постоянными:

$$s^{(n)}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{j,k} \varphi_{j,k}^{(n)}(t) + \sum_{l=j}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{l,k} \psi_{l,k}^{(n)}(t). \quad (6)$$

В результате дисперсия значений производной сигнала  $s(t)$  равна дисперсии значений самого сигнала. При наличии информации о свойствах помехи  $\gamma(t)$  можно дополнительно осуществить ее отфильтровывание из спектра результата. Фильтрация осуществляется путем полного отбрасывания или частичного подавления слагаемых ряда (3) при коэффициентах  $d_{l,k}$  [5].

Таким образом, обработка результатов динамических измерений с использованием аппарата вейвлет-преобразования позволяет получить несмещенную и эффективную оценку физической величины при измерении нестационарных процессов.

Проверка описанной выше методики производства методом имитационного моделирования с помощью пакета программ Matlab. Исследовалась возможность компенсации искажений при измерении заданных сигналов средством измерительной техники, описываемым моделью апериодического звена первого порядка. Уравнение, описывающее СИТ этого типа, следующее:

$$x(t) = T \frac{dy(t)}{dt} + y(t), \quad (7)$$

где  $T$  – постоянная времени.

В качестве испытательного сигнала выбрана последовательность синусоид различной частоты. На искаженный выходной сигнал СИТ был наложен белый шум, среднеквадратическое значение которого составляло 10% от амплитуды входного сигнала. Аппроксимация выходной последовательности проводилась по базису вейвлета db4.

На рис. 2 показан испытательный сигнал, поданный на вход исследуемого СИТ. На выходе СИТ наблюдается процесс, показанный на рис. 3. Аппроксимирующая и детализирующие составляющие, полученные на пятом уровне разложения, представлены на рис. 4. Дифференцирование каждой составляющей и восстановление первой производной сигнала по производным от вейвлетов db4 иллюстрирует рис. 5. Анализ графиков на рис. 4 и 5, а именно оценки уровня детализирующих составляющих показывает, что усиление уровня шума в процессе дифференцирования не произошло.

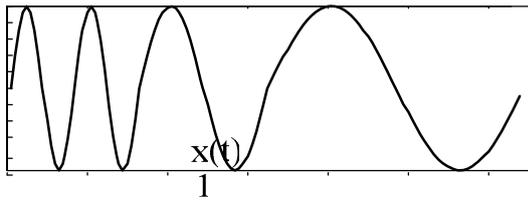


Рис. 2. Испытательный сигнал, поданный на вход исследуемого СИТ

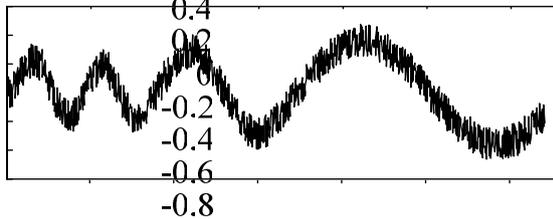


Рис. 3. Процесс на выходе СИТ

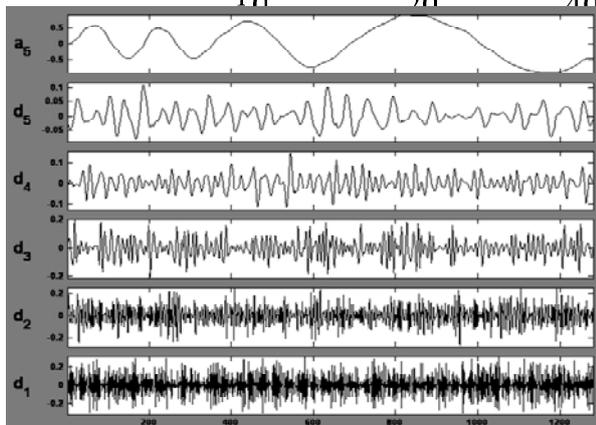


Рис. 4. Аппроксимирующая и детализирующие составляющие, полученные на пятом уровне разложения

Следовательно, дисперсия производной сигнала не превышает дисперсию самого сигнала. Это утверждение было также проверено численно путем обработки результатов и вычисления дисперсии сигнала на рис. 3 и его производной, полученной из разложения рис. 4. Дальнейшая обработка результатов измерений с целью вычисления неопределенности результата проводится согласно методике описанной в [2]. Оценку измеряемой величины нужно выполнять как оценку результатов косвенных измерений по уравнению (7). При этом в качестве дисперсии производной сигнала следует принимать дисперсию самого сигнала.

**НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ ВЕЙВЛЕТ-ВІДНОВЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИНАМІЧНИХ ВІМІРЮВАНЬ**

Бикова Т.В., Черепашук Г.О.

Авторами запропоновано спосіб оцінювання величини, що вимірюється, при однократному вимірюванні реалізації змінного процесу і отримана оцінка невизначеності результату. Результати моделювання підтвердили припущення, що в результаті диференціювання вейвлет-ряду не відбувається посилення випадкової погрешності, що становить, присутньої в початкових даних. Внесення поправки до результату вимірювання на систематичні динамічні ефекти не приводить до збільшення інтервалу розсіювання результатів. Отримана в результаті оцінка вимірюваної фізичної величини є незміщеною і ефективною.

**Ключові слова:** динамічне вимірювання, регуляризуючий алгоритм, вейвлет-відновлення.

**UNCERTAINTY OF A WAVELET-RESTORATION OF DYNAMIC MEASUREMENTS RESULTS**

Bykova T.V., Cherepaschuk G.A.

The measurable quantity estimation way in single measurement of a variable process is proposed by authors and result uncertainty is received. Design results confirmed supposition, that as a result of differentiation of row there is not strengthening of random error making term, present in basic data. Inserting amendment in the result of measuring on systematic dynamic effects does not result in multiplying the interval of dispersion of results. The estimation of the measured physical size got as a result is undisplaced and effective.

**Keywords:** dynamic measurings, regularizing algorithm, wavelet-restoration.

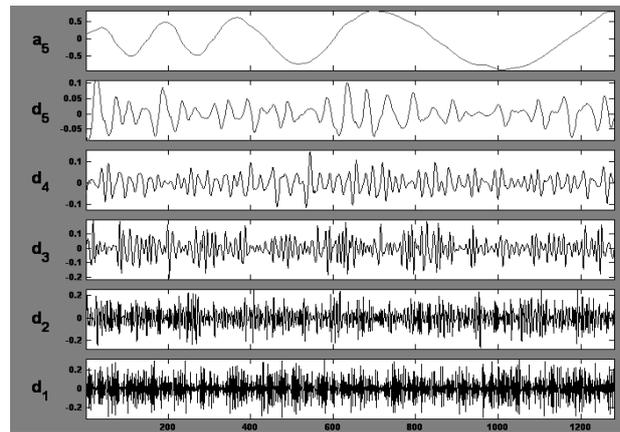


Рис. 5. Восстановление первой производной сигнала

**Заклучение**

Результаты моделирования подтвердили предположение, что в результате дифференцирования вейвлет-ряда не происходит усиления случайной составляющей погрешности, присутствующей в исходных данных. Таким образом, внесение поправки в результат измерения на систематические динамические эффекты не приводит к увеличению интервала рассеивания результатов. Полученная в результате оценка измеряемой физической величины является несмещенной и эффективной.

**Список литературы**

1. Грановский В.А. Динамические измерения: основы метрологического обеспечения. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 221 с.
2. Захаров И.П., Кукуш В.Д. Теория неопределенности в измерениях: Учеб. пособие. – Х.: Консум, 2002. – 256 с.
3. Солопченко Г.Н. Обратные задачи в измерительных процедурах // Измерения, контроль, автоматизация. – 1998. – № 2. – С. 39-46.
4. Бикова Т.В., Черепашук Г.А. Неопределенность вейвлет-восстановления результатов динамических измерений // Системи обробки інформації. – Х.: XV ПС. – 2007. – Вип. 7 (68). – С. 11-12.
5. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 400 с.

Поступила в редколлегию 17.04.2008

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. И.П. Захаров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.