

УДК 621.327:681.5

В.В. Баранник¹, А.В. Яковенко²¹Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба²Научно-исследовательский институт Министерства внутренних дел Украины

КОМБИНАТОРНАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСФОРМАНТ ДВУМЕРНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УОЛША

Показывается необходимость дополнительного повышения степени компактного представления реалистических изображений с контролируемой погрешностью. На основе проведенного анализа обосновывается необходимость создания подходов относительно сокращения новых видов избыточности в трансформантах двумерного преобразования Уолша. Излагаются основные особенности комбинаторного подхода относительно представления трансформант двумерного преобразования Уолша. Доказывается возможность дополнительного увеличения степени сжатия видеоданных за счет сокращения комбинаторной избыточности в трансформантах двумерного преобразования Уолша. Дается статистическая интерпретация процесса сокращения комбинаторной избыточности в трансформантах Уолша. Проводится сравнительная оценка различных подходов относительно устранения избыточности в трансформантах Уолша.

Ключевые слова: динамический диапазон, ортогональное преобразование, комбинаторная избыточность.

Введение

Постановка проблемы и анализ литературы.

Увеличение цифровых объемов видеоинформации с одной стороны диктуется растущими потребностями современного развития общества, а с другой стороны требует повышение затрат энергетических, информационно-вычислительных и телекоммуникационных ресурсов [1 – 5]. Решению данного противоречия посвящено множество разработанных технологий обработки изображений, в том числе их компактному представлению [1 – 3]. Наиболее эффективными среди данных технологий строятся с использованием ортогональных преобразований. Однако существующие подходы не обеспечивают решения, выдвигаемых к ним требований по степени сжатия, времени обработки и уровню достоверности информации [1 – 3]. Поэтому повышение эффективности процессов компактного представления является **актуальной научной задачей**.

В связи с этим **цель статьи** состоит в построении новых подходов относительно представления трансформант ортогональных преобразований.

Изложение основного материала

Прямое и обратное ортогональные преобразования задаются соответственно выражениями [1 – 3]:

$$Y(n, m) = \frac{1}{C_n} F(n) X(n, m) F'(m); \quad (1)$$

$$X(n, m) = \frac{1}{C_n} F'(n) Y(n, m) F(m), \quad (2)$$

где $Y(n, m)$ – трансформанта ортогонального преобразования размером $n \times m$; $X(n, m)$ – массив размером $n \times m$, составленный из элементов исход-

ного изображения; $F(n)$ – матрица дискретных значений базисных функций; $F'(m)$ – транспонированная матрица дискретных значений базисных функций; C_n – коэффициент нормировки.

Значения элементов матрицы $F(n)$ определяются видом базисных функций. Для преобразования Уолша матрица $F(n)$ равна $F(n) = F_y(k, \ell)$:

$$F_y(k, \ell) = (-1)^{\sum_{\xi=0}^{\ell \log_2 n - 1} v_{\xi}(k) \ell_{\xi}}; \quad k, \ell = \overline{0, n-1}; \quad (3)$$

$$v_0(k) = k_{q-1}; \quad v_1(k) = k_{q-1} + k_{q-2}.$$

В результате выполнения преобразования ДПУ, заданного соотношениями (1) и (3) формируется трансформанта, размером $n \times n$ элементов, представляемая в виде двумерного массива $Y = \{y_{i,j}\}$, где $y_{i,j}$ – (i, j) -я компонента трансформанты.

В соответствии со свойствами базисных функций Уолша компоненты трансформант ДПУ являются интегральными характеристиками структурного содержания фрагмента изображения [1 – 5]. Причем интегральные свойства компонент зависят от их положения в трансформанте. Такая зависимость выглядит следующим образом:

1. Значение компоненты в верхнем левом углу трансформанты пропорциональны средней яркости изображения.

2. Компоненты левой верхней области трансформанты характеризуют степень насыщенности блока изображения низкочастотными перепадами. К низкочастотным перепадам относят ступенчатые изменения уровня яркости или координаты цвета.

3. Компоненты в средней части трансформанты

определяют степень насыщенности блока изображения линейными, монотонными изменениями уровня яркости.

4. Значения компонент в нижней правой области трансформанты зависят от степени насыщенности блока изображения высокочастотными перепадами. К высокочастотным перепадам относят импульсные изменения значений элементов изображений.

Значение компонент изменяются по мере преобладания в изображении различных структурных особенностей.

Широкий класс изображений содержит в основном линейные, монотонные и ступенчатые структурные изменения уровня яркости. Импульсные изменения занимают меньшую площадь изображения. Кроме того, они могут быть вызваны шумами дискретизации. Поэтому наибольшие значения имеют компоненты расположенные в верхней левой части трансформанты. Компоненты в нижней части трансформанты соответствуют высокочастотным изменениям и поэтому имеют меньшие значения.

Для трансформант ДПУ изображений сильно-насыщенных деталями характерны следующие особенности: значения компонент ДПУ уменьшается по диагональному зигзагу слева – направо, сверху – вниз; компоненты ДПУ с большими значениями сконцентрированы в относительно малой области трансформанты. Наоборот компоненты с минимальными значениями занимают большую площадь трансформанты. Причем, чем больше отношение площади, имеющей малоизменяющуюся яркость к площади изображения передаваемого объекта, тем меньше размер области трансформанты с большими значениями компонент [4]. Отсюда следует, что важными характеристиками трансформант ДПУ являются:

– величины $y_{k\ell}^{(\max)}$ динамических диапазонов их компонент $y_{k\ell}$:

$$y_{k\ell}^{(\max)} = y_{k\ell} + 1; \quad (4)$$

– динамический диапазон $d_{тр}$ для всей трансформанты ортогональных преобразований, равный

$$d_{тр} = |y_{\max}| - |y_{\min}| + 1; \quad (5)$$

$$y_{\max} = \max_{\substack{0 \leq k \leq m-1; \\ 0 \leq \ell \leq n-1;}} \{y_{k;\ell}\}; \quad y_{\min} = \min_{\substack{0 \leq k \leq m-1; \\ 0 \leq \ell \leq n-1;}} \{y_{k;\ell}\}, \quad (6)$$

где y_{\max} и y_{\min} – соответственно максимальное и минимальное значение компоненты в трансформанте ортогонального преобразования;

– величина d_k динамического диапазона строки трансформанты равная разности между максимальным $y_{k,\max}$ и $y_{k,\min}$ минимальным значениями компонент в k -й строке

$$(y_{k,\max} - y_{k,\min}) + 1 = d_k; \quad (7)$$

– величина d_ℓ динамического диапазона ℓ -го столбца трансформанты равная разности между максимальным $y_{\ell,\max}$ и $y_{\ell,\min}$ минимальным значениями компонент ℓ -го столбца

$$(y_{\ell,\max} - y_{\ell,\min}) + 1 = d_\ell. \quad (8)$$

Поскольку неравномерность динамических диапазонов характерна как для строк, так и для столбцов трансформанты, то в общем случае выполняется неравенство $d_k \neq d_\ell$. Поэтому для повышения точности определения динамического диапазона компоненты $y_{k\ell}$ необходимо использовать величину $d_{k\ell}$, полученную на основе динамических диапазонов строк d_k и столбцов d_ℓ , т.е. учитывается неравномерность диапазонов по двум направлениям трансформанты. Значение величины $d_{k\ell}$ равно

$$d_{k\ell} = \min(d_k; d_\ell). \quad (9)$$

Тогда с учетом соотношений (7) – (9) выполняются неравенства:

$$y_{k\ell} < d_{k\ell}; \quad d_{k\ell} < d_k; \quad d_{k\ell} < d_\ell. \quad (10)$$

Для динамических диапазонов компонент трансформант ДПУ характерны следующие свойства:

1) значения динамических диапазонов строк (столбцов) уменьшаются при увеличении индекса строки (столбца): $d_\xi \geq d_u$, если $\xi < u$, где $\xi, u = \overline{1, n}$; $d_\zeta \geq d_\vartheta$, если $\xi < u$, где $\zeta, \vartheta = \overline{1, n}$, т.е.

$$d_{\xi\zeta} \geq d_{u\vartheta}, \quad (11)$$

где ξ, u и ζ, ϑ – соответственно индексы строк и столбцов трансформанты ДПУ;

2) величины $d_{k\ell}$ динамических диапазонов для начальных индексов ($k \rightarrow 1$ и $\ell \rightarrow 1$) определяются значениями компонент, сосредоточенных в верхнем левом углу трансформанты. Данная тенденция задается следующими соотношениями

$$y_{k\ell}^{(\max)} \rightarrow d_{k\ell}, \text{ для } k \rightarrow 1 \text{ и } \ell \rightarrow 1; \quad (12)$$

3) значения динамических диапазонов $d_{k\ell}$ для компонент, расположенных в нижнем правом углу трансформанты стремятся к единице

$$d_{k\ell} \rightarrow y_{k\ell}^{(\max)} = 1, \text{ для } k \rightarrow n \text{ и } \ell \rightarrow n. \quad (13)$$

Сформулируем комбинаторную интерпретацию трансформанты двумерного преобразования Уолша.

Определение 1. Трансформанта ДПУ представляет собой перестановку с повторениями на элементах $y_{k\ell}$, которой наложены ограничения на динамический диапазон.

Как следует, из анализа трансформанты на ее компоненты с учетом их знака могут накладываться три варианта ограничений сверху, задаваемых соответственно неравенствами (4), (5) и (10). Если рас-

смаивривать только абсолютные значения компонент (знак не учитывается), то согласно трем вариантам ограничений их значения будут находиться в следующих диапазонах:

$$y_{k\ell} = 0, \overline{y_{k\ell}^{(\max)}} - 1; \quad (14)$$

$$y_{k\ell} = 0, \overline{d_{k\ell}} - 1; \quad (15)$$

$$y_{k\ell} = 0, \overline{d_{\text{тр}}} - 1. \quad (16)$$

Тогда количество различных трансформант ДПУ, составленных из $n \times n$ -го количества компонент $y_{k\ell}$, удовлетворяющих соотношениям (14) - (16) соответственно равно:

$$V_{n \times n}^{(1)} = \prod_{k=1}^n \prod_{\ell=1}^n y_{k\ell}^{(\max)}; \quad (17)$$

$$V_{n \times n}^{(2)} = \prod_{k=1}^n \prod_{\ell=1}^n d_{k\ell}; \quad (18)$$

$$V_{n \times n}^{(3)} = \prod_{k=1}^n \prod_{\ell=1}^n d_{\text{тр}} = (d_{\text{тр}})^{n \times n}, \quad (19)$$

где $V_{n \times n}^{(1)}$, $V_{n \times n}^{(2)}$, $V_{n \times n}^{(3)}$ – количество трансформант ДПУ, компоненты которых удовлетворяют соответственно ограничениям (14) – (16).

Поскольку $y_{k\ell}^{(\max)} \leq d_{k\ell} \leq d_{\text{тр}}$, то для величин $V_{n \times n}^{(1)}$, $V_{n \times n}^{(2)}$, $V_{n \times n}^{(3)}$ выполняется неравенство

$$V_{n \times n}^{(1)} \leq V_{n \times n}^{(2)} \leq V_{n \times n}^{(3)}. \quad (20)$$

Согласно комбинаторной интерпретации трансформант ДПУ и соотношениям (17) – (19) количество информации, в среднем содержащееся в одной компоненте $y_{k\ell}$, для трех случаев будет равно:

$$\bar{H}_1 = \log_2 V_{n \times n}^{(1)} = \sum_{k=1}^n \sum_{\ell=1}^n \log_2 y_{k\ell}^{(\max)}; \quad (21)$$

$$\bar{H}_2 = \log_2 V_{n \times n}^{(2)} = \sum_{k=1}^n \sum_{\ell=1}^n \log_2 d_{k\ell}; \quad (22)$$

$$\bar{H}_3 = \log_2 V_{n \times n}^{(3)} = n^2 \log_2 d_{\text{тр}}, \quad (23)$$

где \bar{H}_1 , \bar{H}_2 , \bar{H}_3 – количество информации, приходящееся в среднем на одну компоненту трансформанты ДПУ в случае ее комбинаторной модели, соответственно для ограничений (14) – (16).

В соответствии с неравенством (20) будет выполняться неравенство

$$\bar{H}_1 \leq \bar{H}_2 \leq \bar{H}_3. \quad (24)$$

Отсюда можно сформулировать следующее определение.

Определение 2. Количество комбинаторной избыточности в трансформанте ДПУ определяется разницей между количеством информации, приходящимся в среднем на одну компоненту, для разных ограничений на динамический диапазон.

Природа комбинаторной избыточности следует из того, что разница между количеством информации зависит от количества перестановок с повторениями, которое можно составить для различных ограничений на динамический диапазон.

С учетом неравенства (24) имеем такие варианты определения комбинаторной избыточности в трансформанте ДПУ:

$$\bar{R}_{2,1} = \bar{H}_2 - \bar{H}_1; \quad (25)$$

$$\bar{R}_{3,2} = \bar{H}_3 - \bar{H}_2; \quad (26)$$

$$\bar{R}_{3,1} = \bar{H}_3 - \bar{H}_1, \quad (27)$$

где $\bar{R}_{2,1}$, $\bar{R}_{3,2}$, $\bar{R}_{3,1}$ – количество комбинаторной избыточности, приходящееся в среднем на одну компоненту трансформанты ДПУ соответственно для случаев: наложения ограничений (14) относительно ограничения (15); наложения ограничений (15) относительно ограничения (16); наложения ограничений (14) относительно ограничения (16).

Из анализа выражений (21) – (23) вытекает то, что количество информации будет уменьшаться при понижении значения динамического диапазона. Поэтому раздельное представление исходных компонент трансформанты в виде двух массивов: массива Y абсолютных целочисленных значений компонент трансформант и двоичного массива G их знаков (где $g_{k,\ell}$ ($k; \ell$)-й элемент массива знаков) является оправданным.

Различное количество перестановок, а значит и наличие комбинаторной избыточности в трансформантах ДПУ для разных вариантов ограничений на динамический диапазон объясняется:

- неравномерными значениями компонент в строках трансформанты;
- остаточной взаимной корреляцией между компонентами ДПУ (в отличие от преобразования Корунэна-Лоева преобразование Уолша не является оптимальным с позиций декорреляции исходных элементов изображений);
- взаимозависимостью компонент ДПУ (поскольку за счет преобразования Уолша достигается частичное разрушение только линейных зависимостей, а нелинейные зависимости не учитываются);
- неравномерностью распределения значений компонент ДПУ.

Наличие комбинаторной избыточности в трансформантах двумерного преобразования Уолша имеет статистическую и психовизуальную обусловленность [4; 5]:

1. Психовизуальная избыточность вызвана нечувствительностью зрения человека к некоторым аналоговым особенностям изображений. Следовательно, найдутся такие различные перестановки элементов изображения, которые будут восприниматься визуально одинаково. Различия между содержанием исходного и восстановленного фрагментов изображения для преобразования Уолша вызвано:

- нормировкой на передающей стороне (в процессе выполнения прямого преобразования);
- частичной нормировкой на приемной и передающей сторонах.

В результате нормировки компоненты ДПУ представляют собой вещественные числа $b_{k\ell}$. Рассмотрим динамические диапазоны вещественных компонент соответственно трем случаям $y(b)_{k\ell}^{(max)}$, $d(b)_{k\ell}$ и $d(b)_{тр}$. Среднее количество информации $\overline{H(b)}_1$, $\overline{H(b)}_2$, $\overline{H(b)}_3$ по аналогии с выражениями (21) – (23) находится по формулам:

$$\overline{H(b)}_1 = \sum_{k=1}^n \sum_{\ell=1}^n \log_2 y(b)_{k\ell}^{(max)};$$

$$\overline{H(b)}_2 = \sum_{k=1}^n \sum_{\ell=1}^n \log_2 d(b)_{k\ell}; \quad \overline{H(b)}_3 = n^2 \log_2 d(b)_{тр}.$$

Количество разрядов, отводимое на представление динамического диапазона для вещественных компонент, будет больше, чем для целочисленных компонент. Следовательно, будут выполняться неравенства:

$$\overline{H}_1 \leq \overline{H(b)}_1; \quad \overline{H}_2 \leq \overline{H(b)}_2; \quad \overline{H}_3 \leq \overline{H(b)}_3. \quad (28)$$

Значит для вещественного представления компонент соответствует большее количество допустимых перестановок содержания трансформант. Однако, эти дополнительные перестановки можно считать избыточными, тогда, когда определен уровень внесения погрешностей.

2. Вероятностно-статистическая избыточность определяется различной вероятностью появления некоторых последовательностей элементов изображений. С точки зрения комбинаторики это можно трактовать как безвозвратную выборку из элементов с различными значениями спецификаций (количество элементов одного вида). Классификатором вида является значение динамического диапазона. Значит появление избыточных выборок имеет также статистическую интерпретацию.

Проведем оценку статистической обусловленности комбинаторной избыточности в трансформантах ДПУ. Для этого введем величины: N_y – оценка степени неравномерности распределения значений динамических диапазонов $y_{k\ell}^{(max)}$ и N_d – оценка степени неравномерности распределения значений динамических диапазонов $d_{k\ell}$. Введем величины $\overline{y}_{k\ell}$ и $\overline{d}_{k\ell}$, равные соответственно:

$$\overline{y}_{k\ell} = y_{k\ell} / d_{тр}; \quad (29)$$

$$\overline{d}_{k\ell} = d_{k\ell} / d_{тр}, \quad (30)$$

где $d(b)_{тр}$ – является константой в пределах одной трансформанты.

Величины $\overline{y}_{k\ell}$ и $\overline{d}_{k\ell}$ определяют:

- с одной стороны в соответствии с выражениями (29) и (30) нормированный динамический диапазон $(k; \ell)$ -й компоненты соответственно для ограничений (14) и (15);

- с другой стороны, поскольку $y_{k\ell} < d_{тр}$ и $d_{k\ell} < d_{тр}$, то $\overline{y}_{k\ell} \in [0; 1]$ и $\overline{d}_{k\ell} \in [0; 1]$. Значит сумма величин $\overline{y}_{k\ell}$ и $\overline{d}_{k\ell}$ для равных значений $y_{k\ell}$ и $d_{k\ell}$ определяет соответственно вероятность их появления

$$P(y_{k\ell}) = \sum_{\substack{k=1, n; \ell=1, n; \\ y_{k\ell} = const}} \overline{y}_{k\ell}; \quad (31)$$

$$P(d_{k\ell}) = \sum_{\substack{k=1, n; \ell=1, n; \\ d_{k\ell} = const}} \overline{d}_{k\ell}, \quad (32)$$

где $P(y_{k\ell})$, $P(d_{k\ell})$ – вероятности распределения соответственно величин $y_{k\ell}$ и $d_{k\ell}$.

Тогда величины N_y и N_d вычисляются на основе соотношений:

$$N_y = - \sum_{y_{k;\ell}=0}^{d_{тр}} h(y_{k;\ell}); \quad (33)$$

$$h(y_{k;\ell}) = \begin{cases} P(y_{k;\ell}) \log_2 P(y_{k;\ell}), & \rightarrow P(y_{k;\ell}) > 0; \\ 0, & \rightarrow P(y_{k;\ell}) = 0; \end{cases} \quad (34)$$

$$N_d = - \sum_{d_{k;\ell}=0}^{d_{тр}} h(d_{k;\ell}); \quad (35)$$

$$h(d_{k;\ell}) = \begin{cases} P(d_{k;\ell}) \log_2 P(d_{k;\ell}), & \rightarrow P(d_{k;\ell}) > 0; \\ 0, & \rightarrow P(d_{k;\ell}) = 0; \end{cases} \quad (36)$$

$$N_{тр} = \log_2 d_{тр}. \quad (37)$$

Диаграмма величин N_y , N_d и $N_{тр}$ в зависимости от степени насыщенности фрагментов изображений приведена на рис. 1 (расчеты проводились по формулам (33) – (37)).

Анализ диаграммы на рис. 1 показывает, что:

- значение энтропии N_y и N_d распределения с учетом неравномерности диапазонов в среднем в 3 раза меньше, чем энтропия $N_{тр}$ для постоянного диапазона. Значит распределение динамических диапазонов компонент трансформант двумерного преобразования Уолша имеет неравномерный характер. Основная часть энергии трансформанты ДПУ сконцентрирована в ограниченном количестве компонент;

– между величинами N_y и N_d выполняется неравенство $N_y < N_d$. Причем разница не более 10%.

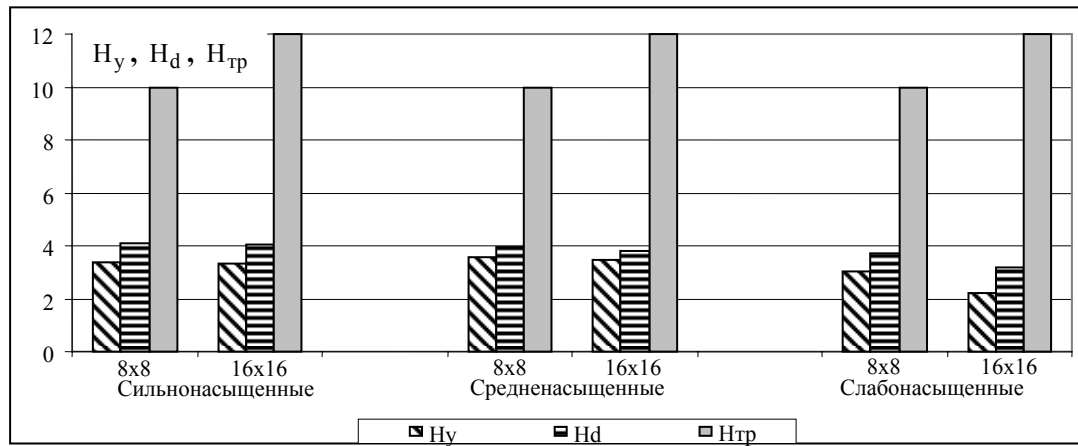


Рис. 1. Диаграмма зависимости величин H_y , H_d и H_{tr} от класса изображений

Выводы

1. Построена модель оценки информативности трансформант ДПУ с учетом неравномерности распределения динамических диапазонов компонент Уолша. Обосновано, что трансформанта ДПУ имеет комбинаторную избыточность. Значение энтропии распределения с учетом неравномерности диапазонов в среднем в 3 раза меньше, чем энтропия для постоянного диапазона.

2. Обосновано, что в результате полиадического кодирования сокращается структурная избыточность, вызванная с одной стороны когерентностью областей изображений, а с другой стороны – наличием анизотропных свойств изображения.

Новизна научных результатов состоит в том, что получила дальнейшее развитие методика оценки информативности видеоданных. Отличительная особенность методики – количество информации оценивается на основе выявления двумерных комбинаторных закономерностей в трансформанте двумерного преобразования Уолша, обусловленных неоднородностью динамических диапазонов их компонент.

Список литературы

1. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов / Под ред. И.Б. Фоменко. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
2. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. Том 1, 2. – М.: Мир, 1985. – 736 с.
3. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео / В.И. Ватолин, А. Ратушняк, М. Смирнов, В. Юкин. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 2002. – 384 с.
4. Королев А.В., Баранник В.В., Метод сокращения избыточности изображений // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2001. – № 2. – С. 85-88.
5. Баранник В.В. Рельефное представление изображений пирамидальным кодированием // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2002. – № 1. – С. 17-25.

Поступила в редакцию 11.07.2008

Рецензент: д-р тех. наук, проф. В.И. Хаханов, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

КОМБІНАТОРНА МОДЕЛЬ ТРАНСФОРМАНТ ДВОВИМІРНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ УОЛША

В.В. Баранник, О.В. Яковенко

Показано необхідність додаткового підвищення ступеня компактного представлення реалістичних зображень з контрольованою погрешністю. На основі проведеного аналізу обґрунтовується необхідність створення підходів щодо скорочення нового вигляду надмірності в трансформантах двовимірного перетворення Уолша. Висловлюються основні особливості комбінаторного підходу щодо представлення трансформант двовимірного перетворення Уолша. Доводиться можливість додаткового збільшення ступеня стиснення відеоданих за рахунок скорочення комбінаторної надмірності в трансформантах двовимірного перетворення Уолша. Дається статистична інтерпретація процесу скорочення комбінаторної надмірності в трансформантах Уолша. Проводиться порівняльна оцінка різних підходів щодо усунення надмірності в трансформантах Уолша.

Ключові слова: динамічний діапазон, ортогональне перетворення, комбінаторна надмірність.

COMBINATORY MODEL OF TRANSFORMS OF 2-D TRANSFORMATION OF WALSH

V.V. Barannik, A.V. Yakovenko

The necessity of additional increase of degree of compact presentation of realistic images is shown with the controlled error. On the basis of the conducted analysis a necessity is grounded creation of approaches in relation to reduction of new types of surplus in the transforms of two measuring transformation of Walsh. The basic features of combinatorial approach are expounded in relation to presentation of transforms two measuring transformation of Walsh. Possibility of additional increase of degree of compression of videoinformation is proved due to reduction of combinatorial surplus in the transforms of two measuring transformation of Walsh. Statistical interpretation of process of reduction of combinatorial surplus is given in the transforms of Walsh. The comparative estimation of different approaches is conducted in relation to the removal of surplus in the transforms of Walsh.

Keywords: dynamic range, orthogonal transformation, combinatorial surplus.