

УДК 621.39

Ал.М. Носик<sup>1</sup>, Ан.М. Носик<sup>2</sup>, Л.Н. Качур<sup>3</sup>, В.Н. Сай<sup>4</sup><sup>1</sup>Метрологический центр военных эталонов ВС Украины, Харьков<sup>2</sup>Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба<sup>3</sup>Кировоградский технический национальный университет<sup>4</sup>Научный центр боевого использования РВиА Сумского государственного университета

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ НЕДВОИЧНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Рассматриваются двоичные дискретные сигналы, образованные обобщенно-перестановочным преобразованием кодовых слов двоичного избыточного кода. Исследуются корреляционные свойства формируемых дискретных сигналов, показано, что по своим характеристикам они не уступают другим известным классам сигналов.

**Ключевые слова:** кодовые слова, двоичный избыточный код.

### Постановка проблемы в общем виде и анализ литературы

Перспективным направлением совершенствования радиосистем управления и связи с кодовым разделением каналов является разработка методов синтеза больших ансамблей слабокоррелированных дискретных сигналов [1, 2]. В работах [3 – 6] предложен новый подход, основанный на использовании обобщенно-перестановочных преобразований кодовых слов двоичного избыточного кода, который позволяет формировать большие ансамбли двоичных дискретных сигналов с улучшенными свойствами.

**Целью данной статьи** является исследование корреляционных свойств формируемых двоичных дискретных сигналов, оценка статистических характеристик величин выбросов боковых лепестков функции корреляции.

### Методика исследования корреляционных свойств формируемых дискретных сигналов

Для проведения статистических исследований свойств формируемых дискретных последовательностей воспользуемся методикой, подробно рассмотренной в [7].

Основным параметром, характеризующим свойства полученных последовательностей, является значение максимального выброса бокового лепестка  $R_{\max}$  функции корреляции. При этом при проведении статистических исследований данный показатель характеризуется его математическим ожиданием  $U_{\max}$  и средним квадратическим отклонением (СКО)  $\sqrt{D_{U_{\max}}}$ .

Согласно методике, приведенной в [7], производились статистические исследования следующих параметров функции корреляции:

–  $U_{\max}$  – математическое ожидание максимального выброса боковых лепестков

$$U_{\max} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k R_{\max i}, \quad (1)$$

где  $N$  – количество реализаций;

–  $\sqrt{D_{U_{\max}}}$  – СКО максимальных выбросов боковых лепестков

$$\sqrt{D_{U_{\max}}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^k (R_{\max i} - U_{\max})^2}. \quad (2)$$

Естественной оценкой для математического ожидания  $m$  случайной величины  $X$  является среднее арифметическое ее наблюдаемых значений (или статистическое среднее)

$$\tilde{m} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i. \quad (3)$$

Оценка дисперсии определяется выражением

$$\tilde{D} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \tilde{m})^2. \quad (4)$$

В силу центральной предельной теоремы теории вероятностей: при больших значениях количества реализаций  $N$  среднее арифметическое будет иметь распределение, близкое к нормальному с математическим ожиданием

$$M[\tilde{m}] \approx \tilde{m} \quad (5)$$

и средним квадратическим отклонением

$$\sigma[\tilde{m}] \approx \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \quad (6)$$

где  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение оцениваемого параметра.

При этом вероятность того, что оценка  $\tilde{m}$  отклонится от своего математического ожидания меньше, чем на  $\varepsilon$  (доверительная вероятность), равна

$$P(|\tilde{m} - m| < \varepsilon) \approx 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma[\tilde{m}]}\right), \quad (7)$$

где  $\Phi(x)$  – функция Лапласа, определяется выражением

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (8)$$

Рассмотренная выше методика позволяет на основе развитых методов теории вероятности и математической статистики проводить статистические исследования свойств сигнально-кодовых конструкций.

### Результаты статистических исследований

В соответствии с рассмотренной методикой проведены статистические исследования корреля-

ционных свойств формируемых недвоичных дискретных сигналов.

Полученные результаты статистических исследований характеристики периодической функции взаимной корреляции (ПФВК) сведены в табл. 1.

Приведенные результаты получены при количестве реализаций  $N \gg 10^5$ , что для данной постановки задачи согласуется с общепринятым подходом в теории вероятности и математической статистике. Результаты расчетов доверительной вероятности полученных оценок с использованием выражения (7) при заданной точности  $\varepsilon$  представлены в табл. 2.

Таким образом, как показывает анализ табл. 2, доверительная вероятность полученных экспериментальных оценок не менее 0,99, что говорит о высокой достоверности полученных результатов.

Таблица 1

Статистические характеристики ПФВК

Параметры ПФВК	Число элементов в сигнале (n)						
	15	31	63	127	255	511	1023
фазовая манипуляция							
$U_{\max}$	–	$\frac{0,37}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,296}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,23}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,18}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,135}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,102}{\sqrt{n}}$
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	–	$0,88 \cdot 10^{-1}$	$0,57 \cdot 10^{-1}$	$0,37 \cdot 10^{-1}$	$0,24 \cdot 10^{-1}$	$0,16 \cdot 10^{-1}$	$0,11 \cdot 10^{-1}$
квадратурная фазовая манипуляция							
$U_{\max}$	$\frac{0,308}{\sqrt{n}}$	–	$\frac{0,207}{\sqrt{n}}$	–	$\frac{0,128}{\sqrt{n}}$	–	$\frac{0,073}{\sqrt{n}}$
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	$1,04 \cdot 10^{-1}$	–	$0,41 \cdot 10^{-1}$	–	$0,18 \cdot 10^{-1}$	–	$0,78 \cdot 10^{-2}$
8x фазовая манипуляция							
$U_{\max}$	–	–	$\frac{0,23}{\sqrt{n}}$	–	–	$\frac{0,122}{\sqrt{n}}$	–
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	–	–	$0,44 \cdot 10^{-1}$	–	–	$0,2 \cdot 10^{-1}$	–
16x фазовая манипуляция							
$U_{\max}$	–	–	–	–	$\frac{0,224}{\sqrt{n}}$	–	–
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	–	–	–	–	$0,35 \cdot 10^{-1}$	–	–

Таблица 2

Доверительная вероятность полученных оценок

Число элементов в сигнале	Количество реализаций	Точность ( $\varepsilon$ )	Доверительная вероятность
15	8390656	$1 \cdot 10^{-4}$	0,9946513994
63	$10^7$	$1 \cdot 10^{-4}$	0,9999999999
255	$10^7$	$5 \cdot 10^{-5}$	0,9999999999
1023	539415	$5 \cdot 10^{-5}$	0,9999974985
8x фазовая манипуляция			
63	$10^7$	$5 \cdot 10^{-5}$	0,9996690084
511	$10^6$	$5 \cdot 10^{-5}$	0,9880277925
16x фазовая манипуляция			
255	$10^6$	$1 \cdot 10^{-4}$	0,9962095155

Анализ данных, приведенных в табл. 1, показывает, что средние значения максимумов боковых лепестков функции взаимной корреляции уменьшаются с ростом длины последовательности и лежат в диапазоне  $\approx \frac{2 \div 3}{\sqrt{n}}$ , где  $n$  – длина последовательности.

Абсолютные значения максимальных выбросов функции взаимной корреляции с ростом длины последовательностей также резко уменьшается, что согласуется с известными результатами и положениями теории дискретных сигналов.

Проведем сравнительные исследования корреляционных свойств дискретных сигналов, формируемых различными методами синтеза.

В табл. 3 приведены результаты сравнения статистических характеристик ПФВК линейных рекур-

рентных последовательностей максимального периода (ЛРПМ), характеристических последовательностей, производных ортогональных последовательностей с синтезированными последовательностями.

Таблица 3

Результаты сравнительных исследований статистических характеристик ПФВК

Линейные рекуррентные последовательности максимального периода						
Параметры ПФВК	Число элементов в сигнале (n)					
	15	63	255	511	1023	
$U_{\max}$	$\frac{2,9}{\sqrt{n}}$	$\frac{2,5}{\sqrt{n}}$	$\frac{2,9}{\sqrt{n}}$	$\frac{3,1}{\sqrt{n}}$	$\frac{3,1}{\sqrt{n}}$	
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	$0,51 \cdot 10^{-1}$	$0,6 \cdot 10^{-1}$	$0,63 \cdot 10^{-1}$	$0,55 \cdot 10^{-2}$	$0,53 \cdot 10^{-2}$	
Характеристические последовательности						
Параметры ПФВК	Число элементов в сигнале (n)					
	16	60	256	508	1020	
$U_{\max}$	$\frac{3,1}{\sqrt{n}}$	$\frac{3,0}{\sqrt{n}}$	$\frac{3,8}{\sqrt{n}}$	$\frac{3,2}{\sqrt{n}}$	$\frac{3,1}{\sqrt{n}}$	
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	$0,61 \cdot 10^{-1}$	$0,67 \cdot 10^{-1}$	$0,68 \cdot 10^{-1}$	$0,66 \cdot 10^{-1}$	$0,61 \cdot 10^{-2}$	
Производные ортогональные последовательности						
Параметры ПФВК	Число элементов в сигнале (n)					
	16	60	256	508	1020	
$U_{\max}$	0,38	0,33	0,19	$\frac{3,2}{\sqrt{n}}$	$\frac{3,8}{\sqrt{n}}$	
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$0,85 \cdot 10^{-1}$	$0,77 \cdot 10^{-3}$	
Полученные последовательности (фазовая манипуляция)						
Параметры ПФВК	Число элементов в сигнале (n)					
	31	63	127	255	511	1023
$U_{\max}$	0,37	0,296	0,23	0,18	0,135	0,102
	$\frac{2,08}{\sqrt{n}}$	$\frac{2,35}{\sqrt{n}}$	$\frac{2,6}{\sqrt{n}}$	$\frac{2,82}{\sqrt{n}}$	$\frac{3,04}{\sqrt{n}}$	$\frac{3,25}{\sqrt{n}}$
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	$0,88 \cdot 10^{-1}$	$0,57 \cdot 10^{-1}$	$0,37 \cdot 10^{-1}$	$0,24 \cdot 10^{-1}$	$0,16 \cdot 10^{-1}$	$0,11 \cdot 10^{-1}$
Полученные последовательности (квадратурная фазовая манипуляция)						
Параметры ПФВК	Число элементов в сигнале (n)					
	15	63	255	1023		
$U_{\max}$	0,308	0,207	0,128	0,073		
	$\frac{1,19}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,64}{\sqrt{n}}$	$\frac{2,04}{\sqrt{n}}$	$\frac{2,33}{\sqrt{n}}$		
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	$1,04 \cdot 10^{-1}$	$0,41 \cdot 10^{-1}$	$0,18 \cdot 10^{-1}$	$0,78 \cdot 10^{-2}$		
Полученные последовательности (8x фазовая манипуляция)						
Параметры ПФВК	Число элементов в сигнале (n)					
	63	511				
$U_{\max}$	0,23	0,122				
	$\frac{1,82}{\sqrt{n}}$	$\frac{2,77}{\sqrt{n}}$				
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	$0,44 \cdot 10^{-1}$	$0,2 \cdot 10^{-1}$				
Полученные последовательности (16x фазовая манипуляция)						
Параметры ПФВК	Число элементов в сигнале (n)					
	255					
$U_{\max}$	0,224					
	$\frac{3,57}{\sqrt{n}}$					
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	$0,35 \cdot 10^{-1}$					

Как следует из приведенных в табл. 3. данных, предлагаемый метод синтеза позволяет формировать недвоичные дискретные сигналы с корреляционными свойствами, не уступающими лучшим известным методам. В тоже время, следует отметить, что увеличение мощности образующего поля приводит к незначительному повышению уровня боковых выбросов функции корреляции. Так, математическое ожидание максимального выброса боковых лепестков корреляционной функции двоичных фазоманипулированных сигналов составляет  $\frac{2 \div 3}{\sqrt{n}}$ , в

зависимости от длины  $n$  последовательности, а для дискретных сигналов с манипуляцией фазы на 16-ть уровней соответствующее значение составляет  $\frac{3 \div 3,5}{\sqrt{n}}$ . Следовательно, переход к недвоичным фазоманипулированным сигналам с манипуляцией фазы на несколько уровней за счет уменьшения расстояния между точками сигнального пространства приводит к 10 – 15% повышению значений боковых выбросов функции корреляции.

### Выводы

В результате проведенных исследований установлено, что по корреляционным свойствам недвоичные ансамбли дискретных сигналов, формируемые с использованием разработанного в [3 – 6] подхода, не уступают другим известным методам. Средние значения максимумов боковых лепестков функции взаимной корреляции уменьшаются с ростом длины последовательности и лежат в диапазоне  $\approx \frac{2 \div 3}{\sqrt{n}}$ , где  $n$  – длина последовательности. Абсолютные значения максимальных выбросов функции взаимной корреляции с ростом длины последовательностей также резко уменьшается, что согласуется с известными результатами и положениями теории дискретных сигналов.

**Перспективным направлением дальнейших исследований** является разработка предложений по программной и аппаратной реализации устройств формирования дискретных сигналов, экспериментальные исследования качественных характеристик каналов управления и связи с использованием формируемых сигналов.

### Список литературы

1. Гряник М.В., Фролов В.И. *Технология CDMA – будущее сотовых систем в Украине // Мир связи. – 1998. – № 3. – С. 40-43.*
2. Скляр Б. *Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – М.: Вильямс, 2003. – 1104 с.*
3. Стасев Ю.В., Кузнецов А.А., Носик А.М. *Формирование псевдослучайных последовательностей с улучшенными автокорреляционными свойствами // Кибернетика и системный анализ: Международный научно-теоретический журнал. – К.: НАНУ. – 2007. – № 1. – С. 3-16.*
4. *Формирование больших ансамблей дискретных сигналов с использованием избыточных кодов / Ю.В. Стасев, А.А. Кузнецов, А.М. Носик, Л.Н. Качур // Збірник наукових праць ХУ ВС. – Х.: ХУ ВС. – 2008. – Вип. 2 (17). – С. 102-109.*
5. *Разработка метода и алгоритмов синтеза больших ансамблей недвоичных дискретных сигналов на основе обобщенных перестановочных преобразований / А.А. Кузнецов, А.М. Носик, А.А. Смирнов, Л.Н. Качур // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ВС. – 2008. – Вип. 5 (72). – С. 151-156.*
6. *Синтез больших ансамблей дискретных сигналов с использованием недвоичных избыточных кодов / А.А. Смирнов, А.М. Носик, Л.Н. Качур, С.Ю. Стасев // Четверта наукова конференція харківського університету Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба 16 – 17 квітня 2008 р. Матеріали конференції. – Х.: ХУ ВС. – 2008. – С.154 - 155.*
7. Варакин Л.Е. *Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Сов. Радио, 1985. – 384 с.*

Поступила в редколлегию 13.08.2008

**Рецензент:** д-р техн. наук, с.н.с. А.А. Кузнецов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

### ДОСЛІДЖЕННЯ КОРЕЛЯЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ НЕДВІЙКОВИХ ДИСКРЕТНИХ СИГНАЛІВ

Ол.М. Носик, Ан.М. Носик, Л.М. Качур, В.М. Сай

*Розглядаються недвійкові дискретні сигнали, утворені загальноно-перестановочним перетворенням кодових слів недвійкового надмірного коду. Досліджуються кореляційні властивості сформованих дискретних сигналів, показано, що за своїми характеристиками вони не поступаються іншим відомим класам сигналів.*

**Ключові слова:** кодові слова, недвійковий надмірний код.

### RESEARCH OF PROPERTIES OF CORRELATIONS OF UNBINARY DISCRETE SIGNALS

A.M. Nosik, An.M. Nosik, L.N. Kachur, V.N. Say

*Unbinary discrete signals, formed generalized- interchangeable transformation of words of codes of unbinary surplus code, are examined. Properties of correlations of the formed discrete signals are explored, it is shown that by the recommendations they do not yield to other known classes of signals.*

**Keywords:** words of codes, unbinary surplus code.