

УДК 389.14

Л.М. Віткін¹, В.У. Ігнаткін², В.А. Литвиненко²¹Держспоживстандарт України, Київ²Дніпродзержинський державний технічний університет

КОМП'ЮТЕРНИЙ СИНТЕЗ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ІМІТАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ЗВТ, ПРИСТОСОВАНИХ ДО РЕАЛЬНИХ УМОВ ЗАСТОСУВАННЯ

У роботі розглянуто диференційні та імітаційні моделі з 10-ма та 16-ма станами засобів вимірювальної техніки (ЗВТ), що знаходяться в експлуатації. Для цих моделей побудовано графіки зміни ймовірності станів ЗВТ та графі переходів з одного стану до іншого. Поставлено задачу і запропоновано наукові і методичні підходи до комп'ютерного синтезу і дослідження імітаційних моделей експлуатації ЗВТ, пристосованих до існуючих реальних умов використання.

Ключові слова: диференційні та імітаційні моделі, засоби вимірювальної техніки.

Стан розв'язання задачі

Експлуатація ЗВТ тісно пов'язана за часом з режимом експлуатації об'єкта контролю. Ці засоби, крім періодів застосування за призначенням і зберігання, проходять перевірку і самоперевірку, а несправні – регулювання і ремонт [1]. До перерахованих станів додаються стани, приховані від спостереження – застосування ЗВТ з прихованою відмовою, перевірка і самоперевірка непрацездатного і ремонт працездатного ЗВТ (ці стани викликані браком в процесі перевірки і регулювання) [2, 3]. В літературі наводиться модель експлуатації ЗВТ, яка розглядає десять різноманітних станів [4, 5]. Додаткові стани вводяться з метою більш якісної апроксимації ймовірності метрологічної відмови [6].

В більшості подібних робіт відображено тенденцію до збільшення кількості станів ЗВТ і ускладнення їх взаємозв'язків. Для подолання труднощів математичного порядку, авторами запропоновано спростити опис самих станів. При цьому аналізується тільки кінцевий стан моделей і розв'язання отримано тільки для попередньо редукованої моделі. Ті самі тенденції посилюються при розгляді приладомодульних систем [7, 8], моделі яких оперують комплектами ЗВТ різноманітних типів.

Розглянемо модель оптимізації параметрів процесу експлуатації ЗВТ на підприємстві [9 – 12], яку призначено для обчислення ймовірності знаходження ЗВТ в десяти різних станах $P_1 - P_{10}$: P_1 – ЗВТ застосовується за призначенням, і знаходиться в працездатному стані; P_2 – ЗВТ застосовується за призначенням з прихованою відмовою; P_3 – ЗВТ готується до відновлення, знаходиться в непрацездатному стані; P_4 – здійснюється відновлення непрацездатного ЗВТ; P_5 – здійснюється перевірка працездатного ЗВТ; P_6 – ЗВТ готується до відновлення і знаходиться знаходячись в працездатному стані (підготовка до помилкового ремонту); P_7 –

здійснюється перевірка непрацездатного ЗВТ; P_8 – виконується самоперевірка непрацездатного ЗВТ; P_9 – здійснюється відновлення працездатного ЗВТ; P_{10} – здійснюється самоперевірка непрацездатного ЗВТ. Модель призначено також для оптимізації тимчасових і ймовірностних параметрів процесу експлуатації ЗВТ.

Згідно з моделлю процесу експлуатації ЗВТ на підприємстві, процес можливих переходів ЗВТ з одного стану до інших описується таким матричним диференціальним рівнянням:

$$\dot{P}(t) = \Lambda \cdot \bar{P}(T), \quad (1)$$

де $\bar{P}(T) = (P_1, P_2, \dots, P_{10})^T$ – вектор ймовірності станів; Λ – матриця розмірності (10x10); T – операція транспонування.

Зважаючи на спосіб побудови матриці Λ , для всіх i і j компоненти $a_{ij} > 0$. a_{ij} залежать від компонент вектора параметрів моделі:

$$\bar{M} = (\lambda_c, \lambda_y, \lambda_p, \lambda_{рл}, \lambda_{вл}, \tau_{мп}, \tau_c, \tau_{сп}, T_{рем}, T_{пов}, \alpha_c, \alpha_{п}, \beta_c, \beta_p, \beta_{п}),$$

тобто $a_{ij} = a_{ij}(\bar{M})$.

При цьому зміст компонент такий:

- λ_c – інтенсивність прихованих відмов;
- λ_p – інтенсивність надходження ЗВТ у ремонт;
- $\lambda_{рл}$ – інтенсивність надходження ЗВТ у ремонт з помилковою відмовою;
- $\lambda_{вл}$ – інтенсивність надходження непрацездатних ЗВТ у ремонт;
- $\tau_{мп}$ – міжперевірочний інтервал для ЗВТ (години);
- τ_c – тривалість самоперевірки ЗВТ (години);
- $\tau_{сп}$ – періодичність самоперевірки ЗВТ (години);
- $\tau_{рем}$ – тривалість ремонту (години);
- $\alpha_c, \alpha_{п}$ – ймовірність помилок самоперевірки і перевірки ЗВТ I-го роду;
- $\beta_c, \beta_{п}$ – ймовірності помилок самоперевірки і

перевірки 2-го роду;

β_p – ймовірність помилки регулювання при відновленні ЗВТ (ремонті) 2-го роду;

$T_{пов}$ – час перевірки;

$T_{рем}$ – час ремонту.

Всі компоненти вектора \bar{M} позитивні, причому $\lambda_c < 1$, $\lambda_n < 1$, $\beta_c < 1$, $\beta_p < 1$.

У стаціонарному випадку $P(t) = 0$, тоді рівняння (1) спроститься до вигляду:

$$\Lambda \cdot \bar{P} = 0. \quad (2)$$

Це рівняння має розв'язання – вектор (\bar{P}), як функцію вектора параметрів моделі, тобто $\bar{P}(\bar{M})$.

Рішення – нетривіальне, оскільки матриця Λ така, що її визначник $\det \Lambda = 0$.

При оптимізації частина параметрів (компонент вектора \bar{M}) є змінною величиною в даних межах. Тому, загальному випадку задається множина векторів \bar{M} , на якій знаходиться оптимальне розв'язання. В якості критерію оптимальності взято найменше значення цільової функції $F(M) = \bar{W} \cdot \bar{P}(\bar{M})$, яка є скалярним добутком векторів $\bar{P}(\bar{M})$ і \bar{W} , де $\bar{W} = (W_1, W_2, \dots, W_{10})^T$. Коефіцієнти W_i визначають «вагу» (значимість) ймовірності кожного з десяти станів в цільовій функції: $P_1 - P_{10}$.

За умови пошуку оптимальних значень накладаються обмеження:

$$P_i(M) \geq 0, \quad i = 1 \div 10; \quad \sum_{i=1}^{10} P_i(M) = 1;$$

$$P_1(P_1 + P_2)^{-1} \geq K_{Г}; \quad P_1 \geq P_{\min}.$$

Таким чином, задача полягає в тому, щоб знайти вектор \bar{M}_0 параметрів моделі із заданої множини, такий, щоб на відповідному йому векторі ймовірностей $\bar{P}(\bar{M}_0)$, одержаному як розв'язання рівняння (2), цільова функція приймала мінімальне значення і виконувались прийняті обмеження.

Тепер зупинимося на розробленні моделі процесу експлуатації ЗВТ з урахуванням конкретних умов застосування, призначеної для постановки і розв'язання задачі комп'ютерного синтезу і аналізу розроблених моделей експлуатації ЗВТ у реальних умовах.

Постановка задачі

Поставимо задачу охоплення вже створених розрізнених моделей в рамках синтезу і дослідження імітаційних комп'ютерних моделей, які активно використовують базу даних підприємств, що експлуатують ЗВТ.

Найбільш суттєвими факторами такої задачі є:

– створення програмних засобів для ЕОМ, що дозволяють синтезувати і досліджувати моделі на робочому місці метролога;

– можливість синтезу моделей з різним числом станів і конфігурацій зв'язків, в залежності від наявної достовірної інформації і мети аналізу;

– можливість досліджувати моделі експлуатації як в статиці, так і в динаміці з урахуванням затримок руху ЗВТ на різних ділянках технологічного процесу та інших обмежень;

– широке використання в аналізі, накопиченої в базі даних підприємства інформації стосовно стану ЗВТ;

– використання відібраних у ході дослідження моделей та рішень при співставленні планів в автоматизованих системах керування (АСК) підприємства.

Для наближення до розв'язання поставленої задачі будемо:

– розглядати деякі динамічні властивості моделі десяти станів в якості засобу довгострокового прогнозу;

– проводити модифікацію цієї моделі (більш реалістичне описання станів ЗВТ) для її використання в середньостроковому прогнозі;

– проводити збільшення кількості станів, що розглядаються ЗВТ, до шістнадцяти для покращення якості апроксимації ймовірності виникнення метрологічної відмови.

Диференціальна модель десяти станів ЗВТ

У попередній моделі було розглянуто процес експлуатації ЗВТ, який пов'язаний з ймовірністю знаходження ЗВТ в кожному з десяти можливих станів, при цьому розглядався тільки стаціонарний випадок.

$$\frac{d}{dt} \bar{P}(t) = \Lambda \cdot \bar{P}(t). \quad (3)$$

Якщо зберігати динамічні властивості задачі, тобто розв'язувати рівняння (3), то виходячи зі складності, його рішення в загальному вигляді може бути знайдене тільки чисельними методами. Початкове рівняння необхідно доповнити початковими умовами ($t = 0$), які задовольняють умові:

$$\sum_{i=1}^n P_i(t) = 1; \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} = 0, \quad (5)$$

де $j = 1, 2, \dots, n$;

$$a_{ij} < 0, \quad a_{ij} \geq 0, \quad (6)$$

де $i = 1, 2, \dots, n, j \neq i, j = 1, 2, \dots, n$; яким підкоряються елементи матриці Λ , породжують принаймні дві корисні властивості отриманого рішення.

Безпосередньо з (3) випливає, що:

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} P_i(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} P_j(t), \quad (7)$$

або, змінюючи порядок додавання, використовуючи (5) маємо:

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n P_i(t) = \sum_{j=1}^n P_j(t) \cdot \sum_{i=1}^n a_{ij} = 0. \quad (8)$$

Таким чином, сумарна ймовірність всіх станів не залежить від часу і умова (5) виконується для будь-якого моменту часу.

Другу з властивостей, що розглядаються, можна отримати, якщо представити розв'язання рівняння (3) в такому вигляді:

$$P_i(t) = \sum_{j=1}^n C_{ij} \exp(\lambda_j \cdot t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

де λ_i – власні числа матриці Λ .

Має місце рівність:

$$\min_{1 \leq i \leq n} (\operatorname{Re} a_{ij} - Q_i) \leq \operatorname{Re} \lambda_i \leq \max_{1 \leq i \leq n} (\operatorname{Re} a_{ii} + Q_i), \quad (10)$$

де $\operatorname{Re} x$ – дійсна частина x , а $Q_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|$.

В даному випадку $\operatorname{Re} a_{ii} = a_{ii}$ і враховуючи (5) і (6) $Q_i = -a_{ii}$, звідки $2 \min_{1 \leq i \leq n} a_{ij} \leq \operatorname{Re} \lambda_j \leq 0$.

Отже, розв'язання рівняння (7), можливо після невеликих коливань, сходиться до стаціонарного рішення при $t \rightarrow \infty$. Більш того, може бути одержана верхня оцінка тривалості процесу переходу до цього стану.

У попередній моделі приведені явні вирази для всіх елементів матриці Λ і така оцінка може бути корисною.

Чисельне розв'язання рівняння (3) за допомогою ЕОМ не складає труднощів. На рис. 1 наведений приклад такого розв'язання. При цьому використані позначення для станів ЗВТ з попередньої моделі:

S_1 – застосовується за призначенням, перебуває в працездатному стані;

S_2 – застосовується за призначенням з прихованою відмовою;

S_3 – готується до відновлення і знаходиться в непрацездатному стані;

S_4 – знаходиться в ремонті;

S_5 – перевіряється;

S_6 – готується до відновлення і знаходиться в працездатному стані;

S_7 – перевіряється в непрацездатному стані;

S_8 – самоперевіряється в непрацездатному стані;

S_9 – знаходиться в ремонті (помилковий ремонт);

S_{10} – самоперевіряється.

Результати, наведені на рис. 1, розраховані для малонадійного ЗВТ, процес експлуатації якого і сам ЗВТ характеризується такими параметрами: інтенсивність явних відмов $\lambda_{я} = 0,01$ [1/год]; інтенсивність прихованих відмов $\lambda_c = 0,01$ [1/год]; інтенсив-

ність надходження в ремонт непрацездатного ЗВТ $\lambda_p = 0,01$ [1/год]; інтенсивність надходження в ремонт працездатного ЗВТ $\lambda_{рл} = 0,01$ [1/год]; інтенсивність ремонту працездатного ЗВТ $\lambda_{вл} = 0,01$ [1/год]; міжперевірочний інтервал $\tau_{мп} = 1000$ годин; тривалість перевірки $T_{пов} = 20$ годин; інтервал часу між самоперевірками $\tau_{сп} = 50$ годин; тривалість самоперевірки $T_c = 10$ годин; тривалість ремонту $T_{рем} = 40$ годин; ймовірність помилок першого роду при перевірці $\alpha_{п1} = 0,2$; ймовірність помилок другого роду при перевірці $\beta_{п1} = 0,1$; ймовірність помилок першого роду при самоперевірці $\alpha_c = 0,1$; ймовірність помилок другого роду при самоперевірці $\beta_c = 0,1$; умовна ймовірність визнання відремонтованого непрацездатного ЗВТ працездатним $\beta_p = 0,1$.

Початкові умови мають такий вигляд:

$$\bar{P}(0) = (0,8; 0,2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0). \quad (11)$$

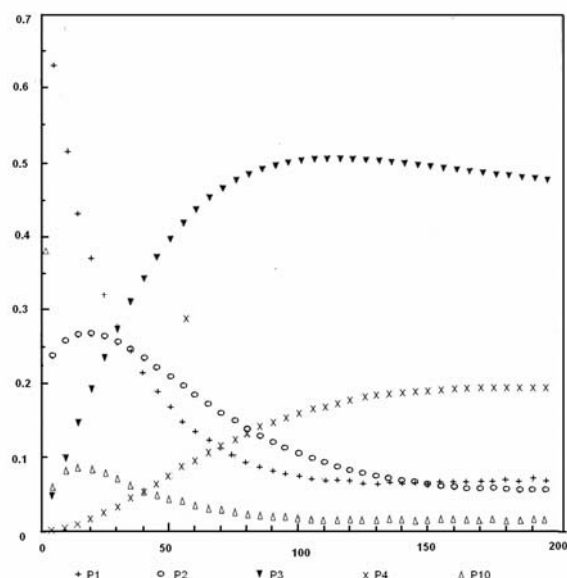


Рис. 1. Графіки зміни ймовірності деяких станів ЗВТ в диференційній моделі десяти станів (приклад I)

Імітаційна модель десяти станів ЗВТ

Система рівнянь (3) має достатньо простий вигляд. Це дозволило зробити деякі висновки щодо характеру її розв'язання. Але це стало наслідком спрощеного опису окремих станів. Так, наприклад, кількість відремонтованих за одиницю часу ЗВТ припускається пропорційною кількості ЗВТ, що знаходяться в ремонті, і обернено пропорційною середній тривалості ремонту. Такі спрощення можуть бути допустимі лише при аналізі моделі на інтервалах часу на багато більших тривалості подібних процесів. Оскільки лише при довгостроковому прогнозі, або лише при аналізі стаціонарних станів таке припущення є правильним.

Для того, щоб модель десяти станів можна було використовувати при середньостроковому аналізі руху ЗВТ, змінимо описання більшості станів, збері-

$Y_i(Q) = 0$ для всіх $i = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ і $Q \leq 0$.

При аналізі цієї моделі використовуються такі вирази для коефіцієнту готовності:

$$K_G = P_1 (P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_9)^{-1}.$$

На рис.3 наведений приклад чисельного розв'язання для описаної моделі при тих же значеннях параметрів і $\mu = 0,01$ [1/год].

Порівняння результатів рис. 1 і 3 свідчить, наскільки реалістичніше друга модель відпрацьовує затримки і обмеження пропускної спроможності.

На рис. 4 наведений приклад чисельного розв'язання для моделі, що розглядається, з параметрами:

$$\lambda_c = 0,02 \text{ (1/год)}; \mu = 0,002 \text{ (1/год)};$$

$$T_c = 5 \text{ год}; T_{\text{рем}} = 25 \text{ год}; T_{\text{пов}} = 5 \text{ год}; \alpha_{\text{п}} = 0,1.$$

Крім того, з метою моделювання критичної ситуації допускається, що починаючи з $t = 2400$ годин протягом 150 годин, служба ремонту не приймала

ЗВТ. Модель дозволяє оцінити, як пов'язане з цим падіння коефіцієнту готовності, так і час його відновлення до прийнятної величини.

Імітаційна модель 16-ти станів ЗВТ

Як приклад синтезу та вивчення моделі з іншою структурою застосуємо метод додаткових станів для точнішого описання закону виникнення метрологічної відмови ЗВТ. Для цього між станами S_1 , в якому похибка вимірювання приладу близька до нуля, і станом метрологічної відмови S_2 введені три додаткові стани S_{11}, S_{12}, S_{13} , які відображають різні рівні наростання похибки ЗВТ. Інтенсивність переходів $S_1-S_{11}, S_{11}-S_{12}, S_{12}-S_{13}$ і $S_{13}-S_2$, вважалася однаковою і рівною λ_c . Ймовірність помилок першого роду при самоперевірці в станах S_{14}, S_{15} і S_{16} тотожна $\alpha_{c1}, \alpha_{c2}, \alpha_{c3}$, відповідно де

$$\alpha_{c1} = \alpha_c + d/4, \alpha_{c2} = \alpha_c + d/2, \\ \alpha_{c3} = \alpha_c + d \cdot 3/4, d = 1 - \beta_c - \alpha_c.$$

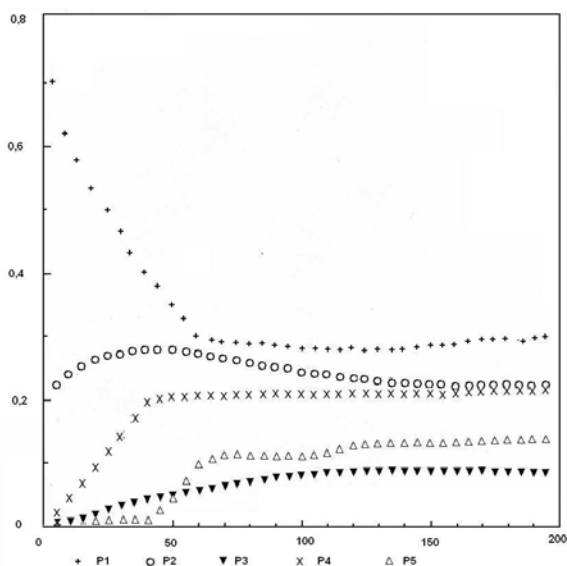


Рис. 3. Графіки зміни ймовірності деяких станів ЗВТ в імітаційній моделі десяти станів (приклад 1)

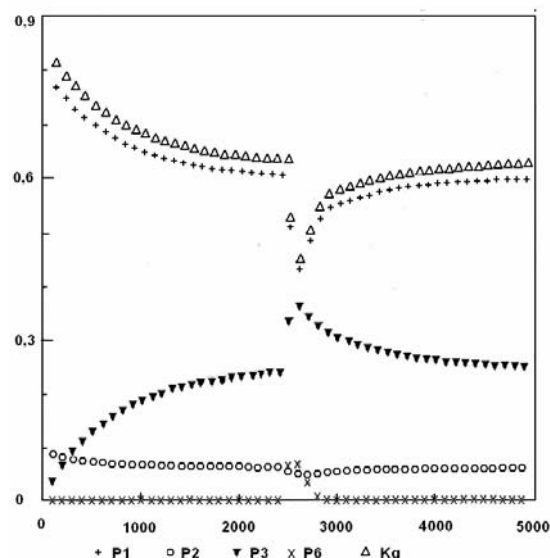


Рис. 4. Графіки зміни ймовірності деяких станів ЗВТ в імітаційній моделі десяти станів (приклад 2)

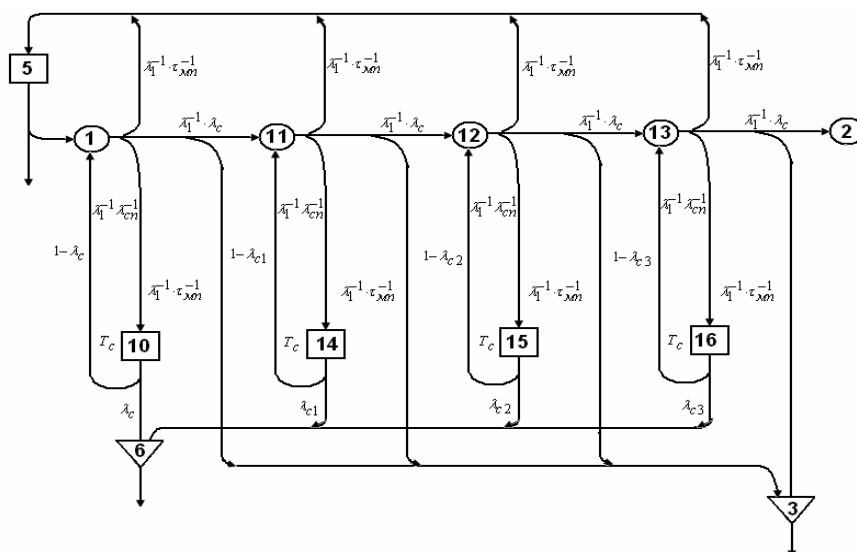


Рис. 5. Фрагмент графа переходів імітаційної моделі ЗВТ, що експлуатується, 16-ти станів

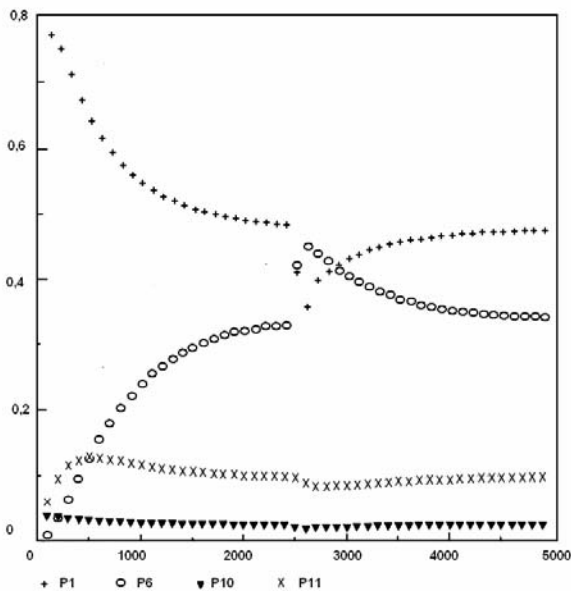


Рис. 6. Графіки зміни ймовірності деяких станів ЗВТ в імітаційній моделі 16-ти станів (приклад 2)

На рис. 6 наведений приклад розрахунку поведінки моделі при тих же значеннях параметрів, при яких одержано розв'язання, показане на рис. 4. Відмінність між ними, в першу чергу, обумовлена зміною параметра λ_c при збереженні його значення незмінним. На рис. 7 представлений приклад розрахунку при інших значеннях параметрів, які краще демонструють динаміку ймовірності перебування ЗВТ в станах S_1, S_{11}, S_{12} .

Висновки

1. Розглянуто диференційні та імітаційні моделі експлуатації ЗВТ з складним описом і великою кількістю їх станів (10 та 16). Запропоновано модель оптимізації тимчасових і ймовірностних параметрів процесу експлуатації ЗВТ. Для цих моделей побудовано графіки зміни ймовірності станів ЗВТ та графіки переходів з одного стану до іншого.

2. Поставлено задачу і запропоновано наукові і методичні підходи до комп'ютерного синтезу і дослідження імітаційних моделей експлуатації ЗВТ, пристосованих до існуючих реальних умов використання.

3. Запропоновані моделі можуть бути використані підприємствами для оцінювання стану готовності ЗВТ та продуктивності роботи служб ремонту і перевірки ЗВТ.

4. Наведені підходи дають можливість синтезувати та аналізувати різні моделі експлуатації ЗВТ в статичному і динамічному режимах з урахуванням затримок руху ЗВТ та інших обмежень реального виробництва.

Список літератури

1. *Современные методы оптимальной эксплуатации средств измерений (обзор)*. – М.: ВНИИКИ, 1973. – 180 с.
2. Крецук В.В. Математическая модель системы метрологического обслуживания контрольно-измери-

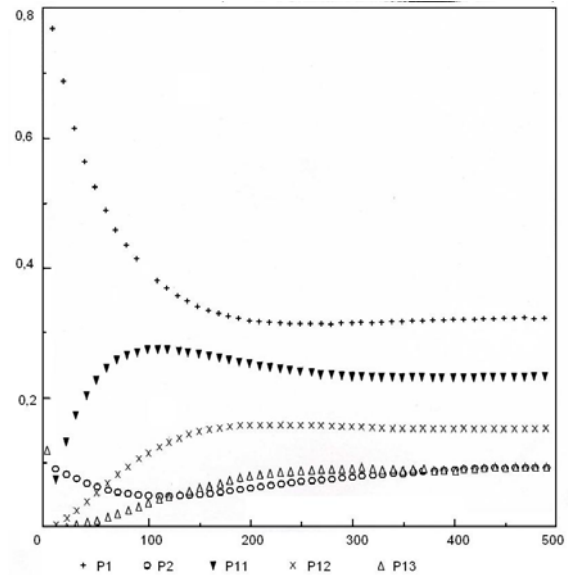


Рис. 7. Графіки зміни ймовірності деяких станів ЗВТ в імітаційній моделі 16-ти станів (приклад 3)

тельной аппаратуры / В.В. Крецук // *Измерительная техника*. – 1974. – № 8. – С. 37-41.

3. *Универсальная модель анализа и регулирования единообразия средств измерений* / Б.П. Зеленцов и др. // *Измерительная техника*. – 1974. – № 8. – 61-65.

4. *Автоматизация метрологического обслуживания средств измерений промышленного предприятия* / В.У. Игнаткин и др.; под ред. В.У. Игнаткина. – М.: Изд-во стандартов, 1988. – 208 с.

5. Крецук В.В. *Метрологическое обеспечение эксплуатации сложных изделий* / В.В. Крецук. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 208 с.

6. *Оценка надежности систем с использованием графов* / К. Райнике и др. – М.: Радио и связь, 1988. – 340 с.

7. *Метрологическое обеспечение и эксплуатация измерительной техники*. – М.: Радио и связь, 1990. – 260 с.

8. *Алгоритмы оптимизации объема и периодичности поверки приборно-модульных автоматизированных измерительных систем* / Е.И. Сычев и др. // *Метрология*. – 1990. – № 3. – С. 51-57.

9. Кондратов В.Т. *Особенности и состояние проблемы метрологической надежности средств измерений* / В.Т. Кондратов // *Український метрологічний журнал*. – 2007. – № 2. – С. 27-31.

10. Віткін Л.М. *Комп'ютерне коригування міжперіодичних інтервалів ЗВТ за критерієм мінімуму витрат* / Л.М. Віткін, В.У. Ігнаткін, В.А. Литвиненко // *Системи обробки інформації: зб. наук. пр.* – Х.: ХУ ПС, 2008. – Вип. 3 (73). – С. 24-29.

11. Віткін Л.М. *Модель оптимізації метрологічних характеристик средств измерительной техники предприятия* / Л.М. Віткін, В.У. Ігнаткін // *Український метрологічний журнал*. – 2007. – № 4. – С. 3-6.

12. Віткін Л.М. *Модель оптимізації затрат на систему метрологического обеспечения средств измерительной техники* / Л.М. Віткін, В.У. Ігнаткін // *Український метрологічний журнал*. – 2008. – № 1. – С.3-7.

Надійшла до редколегії 05.11.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.П. Захаров, Харківський національний університет внутрішніх справ, Харків.

**КОМПЬЮТЕРНЫЙ СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ СИТ,
ПРИСПОСОБЛЕННЫХ К РЕАЛЬНЫМ УСЛОВИЯМ ПРИМЕНЕНИЯ**

Л.М. Виткин, В.У. Игнаткин, В.А. Литвиненко

В работе рассмотрены дифференциальные и имитационные модели из 10-ти и 16-ти состояниями средств измерительной техники (СИТ), которые находятся в эксплуатации. Для этих моделей построены графики изменения вероятности состояний СИТ и графики переходов с одного состояния в другое. Поставлена задача и предложены научные и методические подходы к компьютерному синтезу и исследованию имитационных моделей эксплуатации СИТ, приспособленных к существующим реальным условиям использования.

Ключевые слова: дифференциальные и имитационные модели, средства измерительной техники.

**COMPUTER SYNTHESIS AND RESEARCH OF MODELS OF SIMULATIONS OF EXPLOITATION OF FMT,
ADJUSTED TO THE REAL TERMS OF APPLICATION**

L.M. Vitkin, V.U. Ignatkin, V.A. Litvinenko

In work the differential and models of simulations are considered from 10 and to 16 by the states of facilities of measuring technique (FMT), which are in exploitation. For these models the graphs of change probability of the states of FMT and graphic arts of transitions are built from one state in other. The problem is set and scientific and methodical approaches are offered to the компьютерному synthesis and research of models of simulations of exploitation of FMT, adjusted to the existent real terms of the use.

Keywords: differential and models of simulations, facilities of measuring technique.