

УДК 629.783

К.А. Катков, И.А. Колезнев, Н.Г. Петров

Ставропольский военный институт связи ракетных войск, Ставрополь

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ПОТРЕБИТЕЛЯ СПУТНИКОВОЙ РАДИОНАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТРЕХ НАВИГАЦИОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ И ПСЕВДОСПУТНИКА В ЦЕНТРЕ ЗЕМЛИ

Рассматривается задача определения координат потребителя спутниковой радионавигационной системы в случаях, когда в зоне радиовидимости потребителя находится только три навигационных космических аппарата, а в качестве четвертого используется псевдоспутник, имеющий координаты центра Земли.

Ключевые слова: спутниковые радионавигационные системы, псевдоспутник в центре Земли.

Введение

В спутниковых радионавигационных системах (СРНС) для однозначного определения потребителем своих пространственно-временных координат (ПВК) (т.е. позиционирования) необходимо одновременно наблюдать не менее 4-х навигационных космических аппаратов (НКА) [1, 2, 3]. При этом для точного позиционирования необходимо выполнение, как минимум, двух условий: 1) измерение псевдодальностей (\hat{D}_i) до каждого i -го НКА выбранного рабочего созвездия ($i \geq 4$) с малым средним квадратичным отклонением (СКО) $\sigma_{D_i} < 10\text{м}$; 2) оптимальный выбор рабочего созвездия НКА, когда влияние геометрии взаимного расположения (ГВР) НКА и потребителя сводится к минимуму [3].

Для выполнения второго условия в орбитальную группировку СРНС вводится избыточность (24 НКА), которая позволяет потребителю в любой точке земной поверхности наблюдать от 5 до 11 НКА ($i = 5 \dots 11$). В современной навигационной аппаратуре потребителей (НАП) СРНС задача получения вектора состояния потребителя $q = [X, Y, Z, t]^T$, где X, Y, Z – координаты потребителя в гринвичской системе координат; t – расхождение шкалы времени СРНС и потребителя, разбивается на два этапа обработки: первичную и вторичную. На этапе первичной обработки решается задача фильтрации радионавигационных параметров сигнала, а на этапе вторичной обработки вычисляются оценки вектора состояния потребителя с использованием полученных на первом этапе оценок радионавигационных параметров.

В настоящее время в блоке навигационно-временных определений современной НАП реализованы итерационные методы решения навигационных задач. Итерационные алгоритмы используются для уточнения априорных значений координат потребителя путем отыскания поправок к ним в процессе последовательных приближений [2, 3].

Данный алгоритм определения ПВК потребителя позволяет проводить сеансы позиционирования со

среднеквадратическим отклонением $\sigma_q = 16 \dots 100\text{м}$.

Недостатком такого метода является необходимость одновременного нахождения в зоне радиовидимости потребителя не менее четырех НКА. В случае, когда орбитальная группировка (ОГ) НКА развернута не полностью или часть НКА выведена из строя, существуют обширные области, где это условие не выполняется. В этом случае точное определение потребителем своих координат невозможно. При нахождении в составе ОГ менее 18 НКА площадь таких областей превышает 10^4 км^2 . Если в зоне радиовидимости НАП находится только три НКА, то предлагается использовать в качестве четвертого аппарата псевдоспутник в центре Земли (ЦЗ).

Цель статьи – разработка методики снижения погрешностей позиционирования в СРНС путем ввода в неполное рабочее созвездие «псевдоспутника», расположенного в центре Земли.

Определение координат потребителя на основе одномоментных измерений псевдодальностей

Известно [2, 3], что решение задачи определения вектора состояния потребителя $q = [X, Y, Z, t]^T$ на основе одномоментных измерений псевдодальностей с использованием метода наименьших квадратов (МНК) для неподвижного потребителя имеет следующий вид:

$$q = \left(H^T \cdot R_{\Delta D}^{-1} \cdot H \right)^{-1} \cdot H^T \cdot R_{\Delta D}^{-1} \cdot \Delta D + q^{(0)}, \quad (1)$$

где $q^{(0)} = [X^{(0)}, Y^{(0)}, Z^{(0)}, t^{(0)}]^T$ – априорный вектор состояния потребителя (начальное приближение); $R_{\Delta D}$ – весовая матрица измерений, $[4 \times 4]$; H – матрица частных производных от дальностей, дифференцируемых по определяемым параметрам (матрица наблюдений), $[4 \times 4]$, компонентами которой являются направляющие косинусы линии визирования i -го навигационного космического аппарата (НКА) в гринвичской системе координат;

$\Delta D = [\hat{D}_1 - D_1, \hat{D}_2 - D_2, \hat{D}_3 - D_3, \hat{D}_4 - D_4]^T$ – вектор погрешностей измерения псевдодальностей до 4-х НКА; $\hat{D}_i, (i=1..4)$ – измеренные значения псевдодальностей. В качестве весовой матрицы измерений $R_{\Delta D}$ используется матрица, на главной диагонали которой находятся дисперсии ошибок измерений псевдодальностей ($\sigma_{D_i}^2, i=1..4$).

Уравнение (1) позволяет определить вектор состояния потребителя, имея начальное приближение $q^{(0)}$ и организовав итерационный процесс.

Для начального приближения значений координат потребителя $q^{(0)} = [X^{(0)}, Y^{(0)}, Z^{(0)}, \tau^{(0)}]^T$ вычисляются расчетные значения дальностей до четырех НКА созвездия:

$$D_i = \sqrt{(x_i - X^{(0)})^2 + (y_i - Y^{(0)})^2 + (z_i - Z^{(0)})^2}. \quad (2)$$

Затем вычисляются элементы матрицы наблюдений:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{X_0 - x_1}{D_1} & \frac{Y_0 - y_1}{D_1} & \frac{Z_0 - z_1}{D_1} & c^2 \\ \frac{X_0 - x_2}{D_2} & \frac{Y_0 - y_2}{D_2} & \frac{Z_0 - z_2}{D_2} & c^2 \\ \frac{X_0 - x_3}{D_3} & \frac{Y_0 - y_3}{D_3} & \frac{Z_0 - z_3}{D_3} & c^2 \\ \frac{X_0 - x_4}{D_4} & \frac{Y_0 - y_4}{D_4} & \frac{Z_0 - z_4}{D_4} & c^2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Далее по (1) находится первое приближение вектора состояния $q^{(1)} = [X^{(1)}, Y^{(1)}, Z^{(1)}, \tau^{(1)}]^T$, которое используется в качестве начального для второго приближения. Затем вся процедура повторяется. При выполнении условий:

$$\zeta_X \geq |X^{(n+1)} - X^{(n)}|; \quad \zeta_Y \geq |Y^{(n+1)} - Y^{(n)}|;$$

$$\zeta_Z \geq |Z^{(n+1)} - Z^{(n)}|; \quad \zeta_\tau \geq |\tau^{(n+1)} - \tau^{(n)}|,$$

где $[\zeta_X, \zeta_Y, \zeta_Z, \zeta_\tau]$ – критерии точности нахождения координат, итерационные вычисления заканчиваются. Если начальное приближение вектора состояния ($q^{(0)}$) достаточно близко к истинному значению координат потребителя (q), то бывает достаточно и одной итерации.

Алгоритм решения навигационной задачи при использовании псевдоспутника в центре Земли

Если в зоне радиовидимости потребителя находится только три НКА, предлагается дополнить рабочее созвездие псевдоспутником, расположенном в центре Земли (рис. 1). Координаты ЦЗ в гринвичской системе координат равны (0; 0; 0). Дальность до псевдоспутника будет равна радиусу Земли (R_3) в точке нахождения потребителя.

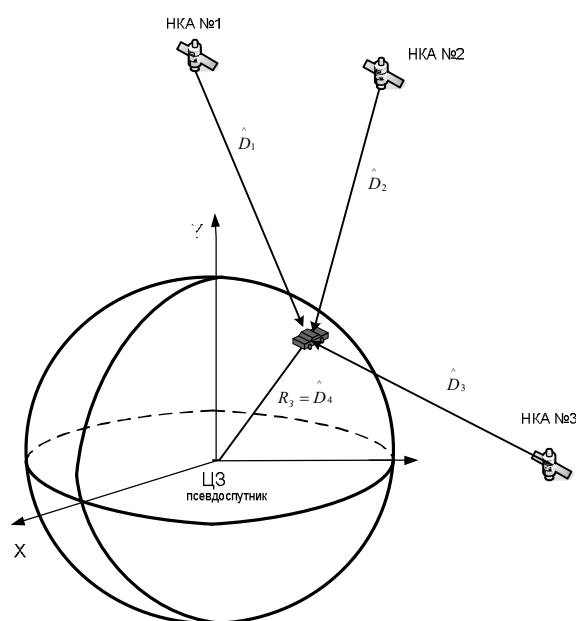


Рис. 1. Использование в решении навигационной задачи псевдоспутника в центре Земли

Так как Земля имеет неправильную форму (геоид), точное значение R_3 в момент замены НКА на псевдоспутник неизвестно, так как потребителю только предстоит определить свое местоположение. Предлагается для вычисления $R_3^{(0)}$ в начальный момент времени использовать значение вектора начального приближения ПВК, $q^{(0)}$ ($R_3^{(0)} = \sqrt{X^{(0)2} + Y^{(0)2} + Z^{(0)2}}$), отстоящего от текущего положения НАП на величину Δq (рис. 2).

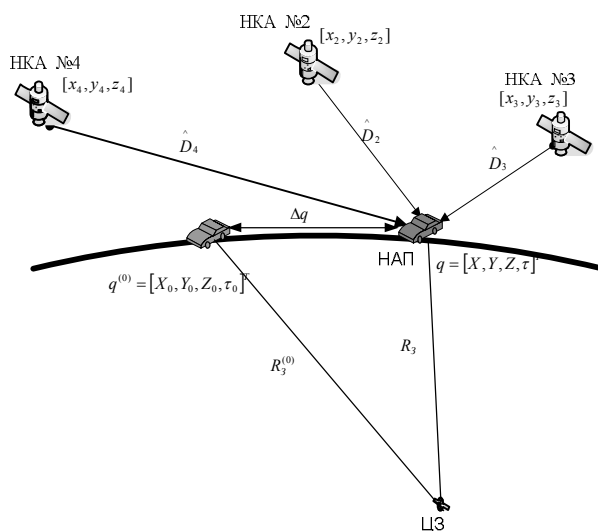


Рис. 2. Использование вектора начального приближения $q^{(0)}$ для вычисления радиуса Земли в начальный момент

На каждом шаге итерации следует уточнять значение R_3 относительно вновь вычисленных координат вектора ПВК потребителя. Другими словами, вычислив R_3 и приняв это значение в качестве дальности до псевдоспутника, с помощью описанного

выше итерационного алгоритма решается задача определения вектора состояния потребителя. После нахождения вектора $q = [X, Y, Z, \tau]$, величина R_3 вычисляется относительно этих новых координат ($R_3 = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$). Затем вся процедура повторяется. В качестве начального приближения используется снова вектор $q^{(0)}$, а в качестве дальности до псевдоспутника полученное на предыдущем шаге значение $R_3 = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$. Процесс повторяется до достижения требуемой точности.

Ввод в рабочее созвездие псевдоспутника в ЦЗ приведет к изменению геометрии взаимного расположения (ГВР) НКА и потребителя. Следовательно, при использовании псевдоспутника необходимо контролировать значение геометрического фактора GDOP. При $GDOP > 6$ погрешность позиционирования сильно возрастает и в таких случаях ввод псевдоспутника не принесет положительных результатов. Если $GDOP < 6$, то ГВР потребителя и НКА позволит решить задачу позиционирования потребителя.

Таким образом, алгоритм определения вектора ПВК потребителя при замене одного НКА на псевдоспутник в ЦЗ будет состоять из двух итерационных процессов: «внутреннего», где уточняется вектор ПВК потребителя (q), и «внешнего», где уточняется дальность до псевдоспутника (R_3). Решение навигационной задачи в этом случае проводится следующим образом.

1-й этап. Ввод исходных данных, какими есть начальное приближение искомого вектора состояния потребителя – $q^{(0)} = [X^{(0)}, Y^{(0)}, Z^{(0)}, \tau^{(0)}]^T$; координаты трех НКА – $[x_i, y_i, z_i]^T, (i=1...3)$; координаты псевдоспутника (ЦЗ) $[x_{цз}, y_{цз}, z_{цз}] = [0, 0, 0]$; критерии точности $[\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z, \varepsilon_\tau]$; измеренные значения псевдодальностей – \hat{D}_i ; скорость распространения радиоволн в вакууме $c = 2,99792458 \cdot 10^8$ м/с; значения $[\delta_X, \delta_Y, \delta_Z, \delta_\tau]$ для сравнения с критериями точности «внешнего» итерационного процесса.

2-й этап. Вводится псевдоспутник, которому присваиваются координаты ЦЗ

$$[x_4, y_4, z_4] = [x_{цз}, y_{цз}, z_{цз}].$$

Величинам X_m, Y_m, Z_m присваиваются значения вектора начального приближения ПВК потребителя: $X^{(0)}, Y^{(0)}, Z^{(0)}$.

3 – 4 этапы. Начало «внешнего» итерационного процесса. Проверка соответствия величин $[\delta_X, \delta_Y, \delta_Z, \delta_\tau]$ критериям точности $[\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z, \varepsilon_\tau]$. Псевдодальность до псевдоспутника принимается равной радиусу Земли R_3 в точке с координатами

$$X_m, Y_m, Z_m \quad (\hat{D}_4 = R_3 = \sqrt{X_m^2 + Y_m^2 + Z_m^2}).$$

5-й этап. Расчет вектора состояния потребителя известным итерационным методом на n -м шаге «внешнего» итерационного процесса

$$(q^{(n)}) = [X_n, Y_n, Z_n, \tau_n].$$

6-й этап. Рассчитываются модули разностей $\delta_X = |X_n - X_m|$; $\delta_Y = |Y_n - Y_m|$; $\delta_Z = |Z_n - Z_m|$; $\delta_\tau = |\tau_n - \tau_m|$. Координатам $[X_m, Y_m, Z_m, \tau_m]$ присваиваются значения $[X_n, Y_n, Z_n, \tau_n]$, найденные на предыдущем этапе. Переход к этапу 3. Если модули $[\delta_X, \delta_Y, \delta_Z, \delta_\tau]$ больше критериев точности $[\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z, \varepsilon_\tau]$, то радиус Земли рассчитывается относительно нового вектора ПВК ($q^{(n)}$). Этапы 4 – 6 повторяются до достижения требуемой точности.

7-й этап. По окончании «внешнего» итерационного процесса проверяется соответствие значения GDOP условию « $GDOP < 6$ ». При выполнении этого условия алгоритм переходит к этапу 10, при невыполнении – к этапу 9.

8-й этап. При $GDOP > 6$ выводится сообщение «Ошибка – $GDOP > 6$ », значение вектора q не определяется и алгоритм останавливается. Ввод в решение навигационной задачи псевдоспутника не оправдан.

9-й этап. При $GDOP < 6$ координатам потребителя $[X, Y, Z, \tau]$, рассчитанным в условиях ввода псевдоспутника в ЦЗ, присваиваются значения $[X_m, Y_m, Z_m, \tau_m]$, полученные после завершения «внешнего» итерационного процесса.

10-й этап. На средства отображения выводится полученный вектор ПВК потребителя $q = [X, Y, Z, \tau]$. Алгоритм останавливается.

Экспериментальная проверка решения навигационной задачи при наличии трех НКА и псевдоспутника в ЦЗ

В соответствии с приведенным алгоритмом был рассчитан вектор ПВК потребителя q . В качестве начального приближения ($q^{(0)}$) были взяты точки, отстоящие от истинного положения потребителя на ≈ 50 км ($\Delta q = |q - q^{(0)}| \approx 50$ км) в различных направлениях (север, юг, восток, запад). Следует упомянуть, что была выбрана относительно равнинная местность с перепадом высот 100 – 200 м. Расчеты проводились для n сеансов позиционирования. В рамках данного исследования $n=400$.

В 17% сеансов позиционирования ввод псевдоспутника привел к «плохой» ГВР потребителя и НКА ($GDOP > 6$). Для остальных 83% сеансов позиционирования (при $GDOP < 6$) было рассчитано значение СКО позиционирования при использовании

псевдоспутника в ЦЗ ($\sigma_q^{ЦЗ}$). Графики изменения этой величины на n сеансах позиционирования для различных направлений, в которых откладывалось значение Δq , представлены на рис. 3.

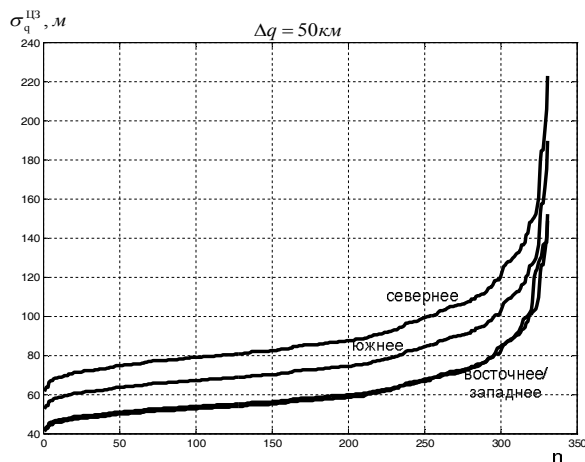


Рис. 3. Графики изменения СКО позиционирования при использовании псевдоспутника в центре Земли для различных точек начального приближения

Анализ графиков на рис. 3 показывает, что при выборе точки начального приближения в радиусе 50 км от истинного положения потребителя, использование псевдоспутника в ЦЗ при условии приемлемой ГВР потребителя и НКА приводит к СКО позиционирования $\sigma_q^{ЦЗ} \approx 42 \dots 200$ м. При этом в 255 случаях (что составляет 64% от общего числа сеансов) СКО позиционирования не превысит значения $\sigma_q^{ЦЗ} = 100$ м. С увеличением дальности до точки начального приближения (Δq) погрешность позиционирования $\sigma_q^{ЦЗ}$ при использовании псевдоспутника возрастает. Необходимо заметить, что данный вывод справедлив только для равнинной местности или поверхности воды. В то же время, если не использовать псевдоспутник в ЦЗ, позиционирование будет невозможно.

Заключение

На основании проведенного анализа, представленных графиков можно сделать следующие выводы.

СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ СПОЖИВАЧА СУПУТНИКОВОЇ РАДІОНАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ТРЬОХ НАВІГАЦІЙНИХ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ І ПСЕВДОСУПУТНИКА В ЦЕНТРІ ЗЕМЛІ

К.А. Катков, І.А. Колезнев, М.Г. Петров

У статті розглядається задача визначення координат споживача супутникової радіонавігаційної системи у випадках, коли в зоні радіовидимості споживача знаходиться тільки три навігаційні космічні апарати, а як четвертий використовується псевдосупутник, що має координати центру Землі.

Ключові слова: супутникові радіонавігаційні системи, псевдосупутник в центрі Землі.

METHOD OF DEFINITION OF COORDINATES OF THE CONSUMER OF SATELLITE RADIO NAVIGATING SYSTEM AT USE OF THREE NAVIGATING SPACE VEHICLES AND THE PSEUDO-COMPANION IN THE CENTER OF THE EARTH

K.K. Katkov, I.A. Kozhnev, N.G. Petrov

In article the problem of definition of co-ordinates of the consumer of satellite radio navigating system in cases when in a zone of radio visibility of the consumer is only three navigating space vehicles is considered, and as the fourth the pseudo-companion having coordinates of the centre of the Earth is used

Keywords: satellite radio navigating systems, the pseudo-companion in the centre of the Earth.

1. Ввод в рабочее созвездие НКА псевдоспутника в центре Земли оправдан при следующих условиях: 1) потребитель и точка начального приближения находятся на относительно равнинной местности (поверхности воды); 2) точка начального приближения находится в радиусе < 50 км от истинного положения потребителя ($\Delta q < 50$ км); 3) возникающая при вводе псевдоспутника ГВР потребителя и НКА отвечает требованию $GDOP < 6$. Это позволяет с вероятностью 0,83 решить навигационную задачу с СКО позиционирования $\sigma_q^{ЦЗ} \approx 42 \dots 200$ м. С вероятностью 0,64 СКО позиционирования составит $\sigma_q^{ЦЗ} \leq 100$ м.

2. Необходима модификация существующей навигационной аппаратуры потребителя. Помимо известных функций, обеспечивающих работу в штатном режиме, НАП должна включать следующую. При нахождении в зоне радиовидимости только трех НКА навигационная аппаратура потребителя должна ввести в рабочее созвездие псевдоспутник в центре Земли и определение вектора состояния потребителя проводить в соответствии с представленным алгоритмом.

Приведенный способ определения вектора состояния потребителя увеличит объем вычислений, но позволит потребителю определять свои пространственно-временные координаты в условиях, когда орбитальная группировка СРНС не развернута до полного состава.

Список литературы

1. Волков Н.М. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / Н.М. Волков, Н.Е. Иванов, В.А. Салищев, В.В. Тюбалин // Успехи современной радиоэлектроники. 1977. – №1. – С. 31-46.
2. Харисов В.Н. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / В.Н. Харисов, А.И. Перова, В.А. Болдина. – М.: ИПРЖР, 1998. – 400 с.
3. Шебшаевич В.С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / В.С. Шебшаевич, П.П. Дмитриев, Н.В. Иванцевич и др. – М.: Радио и связь, 1993. – 408 с.

Поступила в редколлегию 8.12.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.Ф. Купченко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.