

УДК 621.391, 681.375

А.А. Журавлев, С.В. Новиченко, С.В. Герасимов

Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков

## МЕТОД РАСЧЕТА ПРОГНОЗИРУЕМОЙ ТРАЕКТОРИИ АЭРОБАЛЛИСТИЧЕСКОГО АППАРАТА

*Проведено анализ основных задач, для решения которых необходимо прогнозировать траекторию полета и время достижения цели управляемым аэробаллистическим аппаратом. Показано, что задача прогнозирования траектории в масштабе реального времени полета высокоскоростных маневренных аэробаллистических аппаратов состоит в синтезе алгоритмов, обеспечивающих требуемую точность расчета траектории. Разработан метод прогнозирования траектории и времени полета аэробаллистического аппарата на основе внешнетраекторных измерений. Полученные аналитические соотношения положены в основу предложенного метода расчета прогнозируемой траектории и времени полета аэробаллистического аппарата.*

**Ключевые слова:** прогнозируемая траектория, аэробаллистический аппарат, точка встречи, время полета.

### Введение

**Постановка проблемы.** К классу аэробаллистических аппаратов (АБА) относят баллистические ракеты, совершающие полет на атмосферном участке траектории, аэробаллистические ракеты, зенитные управляемые ракеты, неуправляемые и управляемые авиационные бомбы, снаряды, корректируемые мины.

Особенностью АБА является целенаправленный управляемый полет в атмосфере с выключенной двигательной установкой.

Прогнозирование траектории полета и времени достижения цели управляемым АБА необходимо для решения следующих основных задач [1-3]:

- оценка прогнозируемого промаха на основе известных текущих параметров полета;
- формирование управляющих сигналов для компенсации прогнозируемого промаха в масштабе реального времени полета в системах терминального управления АБА;
- оценка области досягаемости АБА;
- оценка значения подлетного времени АБА;
- оценка области рассеивания точек падения АБА;
- синтез в масштабе реального времени полета АБА программной траектории, проходящей через заданную точку пространства.

Прогнозирование траектории в полете АБА возможно проводить

- на борту АБА по результатам решения навигационной задачи;
- на земле по результатам наблюдения за полетом АБА при помощи, например, радиолокационной станции (РЛС).

В полете АБА прогнозирование траектории может проводиться

- на основе решения в ускоренном масштабе времени системы дифференциальных уравнений, описывающих движение его центра масс;
- на основе аналитических выражений, получаемых при различных гипотезах о характере изменения силы тяготения и аэродинамической силы.

Первый путь позволяет достичь высокой точности прогнозирования, но требует значительный промежуток времени и высокопроизводительную бортовую вычислительную систему. Второй – позволяет получить решение за малые промежутки времени, но имеет значительно большие методические погрешности.

Задача прогнозирования траектории в масштабе реального времени полета высокоскоростных маневренных АБА состоит в синтезе алгоритмов, обеспечивающих требуемую (необходимую) точность прогнозирования.

**Анализ публикаций.** Вопросы прогнозирования траекторий в масштабе реального времени полета АБА рассматривались в [1 – 4].

Алгоритмы прогнозирования основываются на аппроксимации траекторий кубическими параболой, постоянные коэффициенты которых вычислялись по известным конструктивным параметрам АБА, параметрам воздуха и результатам решения навигационной задачи бортовыми вычислительными средствами.

Однако, способ вычисления значений коэффициентов аппроксимирующих парабол на основе внешнетраекторных измерений не рассматривался.

**Цель статьи** состоит в разработке метода прогнозирования траектории и времени полета АБА на основе внешнетраекторных измерений.

**Основная часть**

Определение прогнозированной траектории АБА основывается на гипотезе, что аппарат совершает полет в атмосфере под действием только сил лобового сопротивления и тяжести. Такая гипотеза позволяет получить аналитическую зависимость его координат  $y(x)$  в вертикальной плоскости в виде кубической параболы.

Рассмотрим двухэтапную процедуру прогнозирования траектории АБА.

На первом этапе по результатам оценки координат центра масс АБА в стартовой системе координат (системе координат противоракеты) на основе измерений РЛС, проводится “завязка” траектории по четырем последовательным точкам, соответствующим положению центра масс АБА в последовательные моменты времени  $t_0, t_1, t_2, t_3$ .

На втором этапе проводится прогнозирование положения центра масс АБА при гипотезе, что АБА совершает дальнейший полет в атмосфере также под действием только сил лобового сопротивления и тяжести.

Вводится виртуальная система координат (ВСК)  $O_B X_B Y_B Z_B$ . Начало ВСК – точка  $O_B$  размещается на траектории АБА в месте расположения ее центра масс в момент начала “завязки” траектории, который обозначим как  $t_0$ . Ось  $O_B X_B$  – расположена в плоскости местного горизонта и направлена вдоль проекции вектора скорости на эту плоскость. Ось  $O_B Y_B$  – направлена вертикально вверх. Ось  $O_B Z_B$  – дополняет систему до правой. На рис. 1 показана ТВ АБА с ПР.

В вертикальной плоскости  $O_B X_B Y_B$  на интервале времени  $t \in [t_0, t_3]$ , которому соответствует интервал изменения координаты  $x(t) \in [x_0, x_3]$ , траектория АБА с достаточной степенью точности аппроксимируется кубической параболой вида [4]:

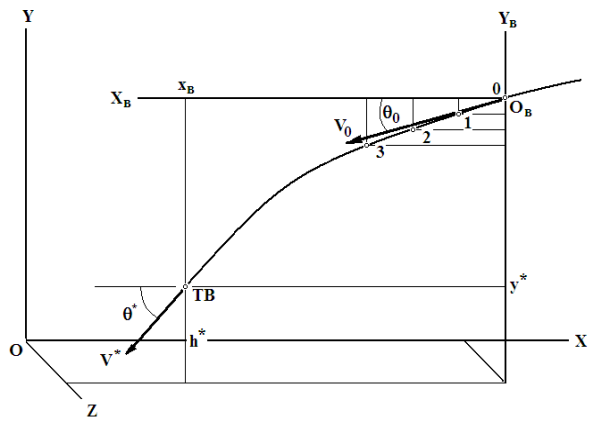


Рис. 1. Положение аэробаллистического аппарата в виртуальной системе координат

$$\Delta y = a_3 \Delta x(t)^3 + a_2 \Delta x(t)^2 + a_1 \Delta x(t), \quad (1)$$

где  $\Delta x(t) = x(t) - x_0$ ;  $\Delta y(t) = y(t) - y_0$ .

Для вычисления значений коэффициентов  $a_1, a_2, a_3$  кубической параболы (1) по координатам АБА, соответствующим четырем последовательным моментам времени  $t_0, t_1, t_2, t_3$  составляется система трёх линейных уравнений

$$\begin{cases} \Delta y_1 = a_1 \Delta x_1 + a_2 \Delta x_1^2 + a_3 \Delta x_1^3; \\ \Delta y_2 = a_1 \Delta x_2 + a_2 \Delta x_2^2 + a_3 \Delta x_2^3; \\ \Delta y_3 = a_1 \Delta x_3 + a_2 \Delta x_3^2 + a_3 \Delta x_3^3; \end{cases} \quad (2)$$

$$\Delta y_1 = y(t_1) - y(t_0), \quad \Delta y_2 = y(t_2) - y(t_0),$$

$$\Delta y_3 = y(t_3) - y(t_0), \quad \Delta x_1 = x(t_1) - x(t_0),$$

$$\Delta x_2 = x(t_2) - x(t_0), \quad \Delta x_3 = x(t_3) - x(t_0),$$

$$t_0 < t_1 < t_2 < t_3,$$

где  $t_0$  – момент начала “завязки” траектории АБА;  $t_1, t_2, t_3$  – последовательные моменты наблюдения полета АБА.

Система линейных уравнений (2) может быть представлена в следующем виде

$$M_x a = Y, \quad (3)$$

$$M_x = \begin{bmatrix} \Delta x_1 & \Delta x_1^2 & \Delta x_1^3 \\ \Delta x_2 & \Delta x_2^2 & \Delta x_2^3 \\ \Delta x_3 & \Delta x_3^2 & \Delta x_3^3 \end{bmatrix}; \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_3 \end{bmatrix},$$

где  $M_x$  – квадратная матрица размерностью  $3 \times 3$  с известными значениями элементов;  $Y$  – матрица-столбец  $3 \times 1$  с известными значениями элементов;  $a$  – матрица-столбец  $3 \times 1$  значения элементов которой требуется найти.

При условии, что радиус-векторы  $\vec{r}(t_0), \vec{r}(t_1), \vec{r}(t_2), \vec{r}(t_3)$ , характеризующие положение центра масс АБА в ИзСК не коллинеарные, то матрице  $M_x$  соответствует определитель  $D \neq 0$ .

Элементы  $a_i$  матрицы-столбца  $a$  вычисляются по формуле  $a_i = D_i / D$ , или в развернутом виде

$$a_1 = \frac{\frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} \nabla x_{32} \Delta x_2 \Delta x_3 + \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2} \nabla x_{13} \Delta x_1 \Delta x_3 + \frac{\Delta y_3}{\Delta x_3} \nabla x_{21} \Delta x_1 \Delta x_2}{\Delta x_1^2 \nabla x_{32} + \Delta x_2^2 \nabla x_{13} + \Delta x_3^2 \nabla x_{21}}; \quad (4)$$

$$a_2 = -\frac{\frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} \nabla x_{32} (\Delta x_2 + \Delta x_3) + \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2} \nabla x_{13} (\Delta x_1 + \Delta x_3) + \frac{\Delta y_3}{\Delta x_3} \nabla x_{21} (\Delta x_1 + \Delta x_2)}{\Delta x_1^2 \nabla x_{32} + \Delta x_2^2 \nabla x_{13} + \Delta x_3^2 \nabla x_{21}}; \quad (5)$$

$$a_3 = \frac{\frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} \nabla x_{32} + \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2} \nabla x_{13} + \frac{\Delta y_3}{\Delta x_3} \nabla x_{21}}{\Delta x_1^2 \nabla x_{32} + \Delta x_2^2 \nabla x_{13} + \Delta x_3^2 \nabla x_{21}}; \quad (6)$$

$$\nabla x_{32} = \Delta x_3 - \Delta x_2; \quad \nabla x_{13} = \Delta x_1 - \Delta x_3; \quad \nabla x_{21} = \Delta x_2 - \Delta x_1.$$

Коэффициенты  $a_1, a_2, a_3$  также могут быть выражены через параметры движения центра масс АБА –  $V_0$  и  $\theta_0$ ; конструктивные параметры –  $m$  и  $S$ , коэффициент аэродинамической силы лобового сопротивления  $C_x$ , и параметры, характеризующие среднеинтегральные значения плотности воздуха  $\rho_c$  и ускорения силы земного тяготения  $g_c$ , определяются следующими формулами

$$a_1 = \operatorname{tg} \theta_0; \quad a_2 = -\frac{g_c}{2V_{x0}^2}; \quad a_3 = -\frac{g_c b}{3V_{x0}^2}; \quad (7)$$

$$b = \frac{SC_x \rho_c}{2m};$$

$$V_{x0} = V_0 \cos \theta_0.$$

Среднеинтегральные значения плотности воздуха  $\rho_c$  и ускорения силы земного тяготения  $g_c$ , вычисляются с помощью соотношений

$$g_c = \frac{g_0 R^2}{(h_0 + R)(h_3 + R)};$$

$$\rho_c = \frac{\rho_0}{\beta} \cdot \frac{1}{h_0 - h_3} [\exp(-\beta h_3) - \exp(-\beta h_0)]; \quad (8)$$

$$h_0 = h(t_0); \quad h_3 = h(t_3);$$

$$R = 6371110 \text{ м}; \quad g_0 = 9,81 \text{ м/с}^2;$$

$$\rho_0 = 1,225875 \text{ кг/м}^3; \quad \beta = 0,000141 \text{ м}^{-1};$$

где  $\rho_0$  – среднее ускорение силы земного притяжения на уровне моря;  $\rho_0$  – плотность воздуха на уровне моря;  $\beta$  – коэффициент экспоненциального закона изменения плотности воздуха.

После вычисления значений коэффициентов  $a_1, a_2, a_3$  для контроля может быть проведена оценка значений по следующим формулам:

– угла наклона вектора скорости:

$$\theta_0 = \arctg a_1; \quad (9)$$

– модуля вектора скорости:

$$v_0 = \sqrt{-\frac{g_c}{2a_2 \cos^2 \theta_0}}, \quad (10)$$

где  $a_2 < 0$  согласно (7).

Разделим коэффициент  $a_3$  на коэффициент  $a_2$  и после преобразования получим формулу для оценки значения коэффициента  $K_{АБА}$ :

$$K_{АБА} = \frac{3a_3}{2a_2 \rho_c}, \quad (11)$$

где  $K_{АБА}$  – функция конструктивных параметров АБА, которая определяется

$$K_{АБА} = \frac{SC_x}{2m}.$$

Примем гипотезу, что до прогнозируемой точки встречи дальнейшее движение центра масс АБА в вертикальной плоскости  $O_B X_B Y_B$  ВСК будет происходить только под действием сил лобового сопротивления и тяжести.

Тогда прогнозируемая траектория центра масс АБА будет описываться кубической параболой (1). При этом, в выражениях (7) для коэффициентов  $a_2, a_3$  следует использовать среднеинтегральные значения плотности воздуха  $\rho_c^*$  и ускорения силы земного тяготения  $g_c^*$ , которые вычисляются соотношениями:

$$g_c^* = \frac{g_0 R^2}{(h_0 + R)(h^* + R)}; \quad (12)$$

$$\rho_c^* = \frac{\rho_0}{\beta} \frac{1}{h_0 - h^*} \times [\exp(-\beta h^*) - \exp(-\beta h_0)],$$

где  $h^*$  – заданная высота прогнозируемой точки встречи АБА с ПР.

Значения коэффициентов вычисляются так:

$$a_2^* = -\frac{g_c^*}{2V_{x0}^2}; \quad a_3^* = -\frac{g_c^* \rho_c^*}{3V_{x0}^2} K_{АБА}; \quad (13)$$

или

$$a_2^* = a_2 \frac{g_c^*}{g_c}; \quad a_3^* = a_3 \frac{g_c^* \rho_c^*}{g_c \rho_c}. \quad (14)$$

Значение координаты  $\Delta x_B$ , при которой кубическая парабола пересекает условную горизонтальную поверхность, расположенную на заданной высоте  $h^*$  – прогнозируемой ТВ, может быть найдено как наименьший положительный корень решения кубического уравнения

$$\Delta y^* = a_3^* \Delta x_B^3 + a_2^* \Delta x_B^2 + a_1 \Delta x_B. \quad (15)$$

Прогнозируемое значение угла наклона вектора скорости АБА  $\theta^*$  на высоте полета  $h^*$  определяется выражением:

$$\theta^* = \arctg(3a_3^* \Delta x_B^2 + 2a_2^* \Delta x_B + a_1). \quad (16)$$

Прогнозируемое значение  $V^*$  модуля вектора скорости АБА определяется формулой

$$v^* = v_0 \cos \theta_0 \exp\left(-\frac{K_{АБА} \rho_c^* \Delta x_B}{\cos \theta_0}\right) \times \sqrt{1 + \left(\frac{g_c^*}{v_{x0}^2} \Delta x_B (1 + K_{АБА} \rho_c^* \Delta x_B) - a_1\right)^2}. \quad (17)$$

Прогнозируемое время  $T^*$  движения АБА до заданной высоты  $h^*$ , вычисляется по аналитическому выражению

$$T^* = \frac{\left[1 + 2 \cos \theta_0 - \exp\left(-\frac{K_{АБА} \rho_c^* \Delta x_B}{\cos \theta_0}\right)\right] \times \left[1 + 2 \cos \theta_0 + 2 K_{АБА} \rho_c^* \Delta x_B\right]}{K_{АБА} \rho_c^* v_0}. \quad (18)$$

## Вывод

Таким образом, полученные аналитические соотношения (1) – (18) представляют собой метод расчета прогнозируемой траектории и времени полета АБА.

## Список литературы

1. Журавлев А.А. Синтез семейства попадающих траекторий беспилотного летательного аппарата в условиях неопределенности / О.Н. Фоменко, А.А. Журавлев // Системы обработки информации: Зб. наук. пр. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2002. – Вып. 3(19). – С. 253-258.
2. Журавлев А.А. Аналитические модели траекторий аэробаллистических летательных аппаратов при универсализации терминального управления / А.А. Журавлев // Системы обработки информации: Зб. наук. пр. – Х.: ХВУ, 2003. – Вып. 4. – С. 157-165.
3. Журавлев А.А. Оперативное прогнозирование промаха при интеллектуальном траекторном управлении аэробаллистическим летательным аппаратом в условиях целевой неопределенности / А.А. Журавлев // Системы обработки информации: Зб. наук. пр. – Х.: ХВУ, 2004. – Вып. 6. – С. 61-70.
4. Журавлев А.А. Оперативная оценка в полете области возможных маневров аэробаллистических летательных аппаратов при интеллектуальном траекторном управлении / А.А. Журавлев // Системы обработки информации: Зб. наук. пр. – Х.: ХВУ, 2004. – Вып. 7(35). – С. 39-45.

Поступила в редколлегию 17.04.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. А.М. Сотников, Харьковский университет Воздушных сил им. И. Кожедуба, Харьков.

## МЕТОД РОЗРАХУНКУ ПРОГНОЗОВАНОЇ ТРАЄКТОРІЇ АЕРОБАЛІСТИЧНОГО АПАРАТУ

О.О. Журавльов, С.В. Новіченко, С.В. Герасимов

Проведено аналіз основних завдань, для вирішення яких необхідно прогнозувати траєкторію польоту і час досягнення цілі керованим аеробалістичним апаратом. Показано, що завдання прогнозування траєкторії в масштабі реального часу польоту високошвидкісних маневрених аеробалістичних апаратів полягає в синтезі алгоритмів, що забезпечують необхідну точність розрахунку траєкторії. Розроблений метод прогнозування траєкторії і часу польоту аеробалістичного апарату на основі зовнішньотраєкторних вимірювань. Отримані аналітичні співвідношення покладені в основу запропонованого методу розрахунку прогнозованої траєкторії і часу польоту аеробалістичного апарату.

**Ключові слова:** прогнозована траєкторія, аеробалістичний апарат, точка зустрічі, час польоту.

## METHOD OF CALCULATION OF THE FORECAST TRAJECTORY AEROBALLISTIC VEHICLE

A.A. Zhuravlev, S.V. Novichenko, S.V. Gerasimov

The analysis of basic tasks is conducted, for the decision of which it is necessary to forecast the trajectory of flight and time of achievement of purpose the guided airballistic vehicle. It is rotined that the task of prognostication of trajectory in a real time scale of flight of Speed maneuvers an airballistic vehicles factor consists of synthesis of algorithms, providing the required exactness of calculation of trajectory. The method of prognostication of trajectory and block of airballistic vehicle hours is developed on the basis of the external trajectory measuring. The got analytical correlations are fixed in basis of the offered method of calculation of the forecast trajectory and block of airballistic vehicle hours.

**Keywords:** forecast trajectory, airballistic vehicle, point of meeting, block hours.