УДК 681.3

Н.Б. Репнікова, Т.М. Сідорова, В.О. Архипенко, О.В. Петрухно

Національний технічний університет України «КПІ», Київ

ЗАСТОСУВАННЯ ПАКЕТА MATLAB ДЛЯ ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПО ШВИДКОДІЇ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

Розроблені моделі оптимальних по швидкодії систем управління на базі принципу максимуму Понтрягіна з використанням пакета MatLab та дослідження їх поведінки на фазовій площині.

Ключові слова: *пакет MatLab, системи управління, принцип максимуму Понтрягіна.*

Вступ

У наш час існують розроблені алгоритми синтезу систем оптимальних по швидкодії. Наприклад, задача про максимальну швидкодію може бути вирішена методом динамічного програмування або загальновідомим принципом максимуму Понтрягіна [1].

Однак, не для всіх алгоритмів розроблені діючі моделі систем.

Основний матеріал

У даній статті для побудови моделей використовується аналітичний алгоритм принципу максимуму Понтрягіна та середа моделювання – MatLab.

Згадаємо постановку задачі про максимальну швидкодію. Заданий об'єкт:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \Psi(U(t), x(t)), \quad (1)$$

де X(t) – вектор стану системи; U(t) – управляючий вплив; Ψ(t) – функція залежності.

Рівняння (1) запишемо для об'єкту управління другого порядку, заданого рівняннями стану виду:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = U(t). \end{cases} \quad (2)$$

На управління накладені обмеження виду:

$$|U| \le 1. \quad (3)$$

Завдання буде полягати у тому, щоб в області допустимих управлінь (3) знайти таке, за яке об'єкт буде переведений з початкового стану у початок координат за мінімальний час.

Щоб отримати таке управління був застосований алгоритм принципу максимуму Понтрягіна.

Після проведення теоретичних розрахунків, знаходимо алгоритм роботи оптимального керуючого пристрою:

$$\begin{aligned} \overline{U} &= -\mathrm{sign}(x_1 + 0,5x_2^2 \cdot \mathrm{sign}(x_2)) = \\ &= -\mathrm{sign}(x_1 + 0,5 \cdot |x_2| \cdot x_2). \end{aligned} \quad (4)$$

Оптимальне управління складається з двох парабол:

$$x_1 = 0,5x_2^2 + c_1; \quad (5)$$

$$x_1 = -0,5x_2^2 + c_2, \quad (6)$$

де С – постійні інтегрування; (5) – парабола, симметрична відносно осі x_1, гілки якої спрямовані вправо; (6) – парабола, симметрична відносно осі x_1, гілки якої спрямовані вліво.

На рис. 1 представлена фазова площина з нанесеними фазовими траєкторіями та відповідними початковими умовами.

Так як U = ±1, то дві траєкторії, що приводять об'єкт в (0, 0), позначено на рис. 1 через γ+ і γ_ (лінія перемикання).

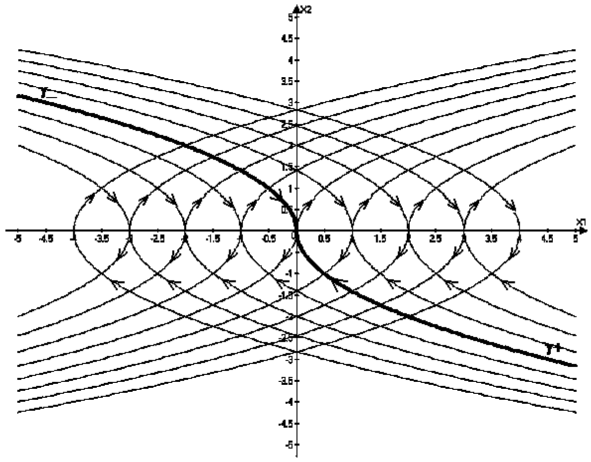

Рис.1. Вимушені траєкторії на фазовій площині

Розробимо модель системи, яка реалізовує алгоритм (4) за допомогою пакета MatLab (рис. 2).

Рівняння стану змодельовані двома інтеграторами: на виході першого інтегратора маємо x2, а на виході другого – x1. Оптимальне управління реалізовано за формулою (4). Результуючий сигнал $|x_2| \cdot x_2$ подаємо до суматора, де і відбудеться додавання з x1. Блок Relay є технічною реалізацією операції sign.

Задамо початкові умови, наприклад, x1 = 5, а x2 = = 4. За допомогою блока, що має назву "XY Graph1" отримаємо графік залежності x1 від x2 (рис. 3).

Помітно, що рух відбувається від початкової точки (5; 4) до початку координат. Спочатку об'єкт рухається по одній з парабол 1-2 (рис. 1), потім потрапляє на лінію перемикання (точка 2) і по ній прямує до початку координат (точка 3). Лінію перемикання можна переглянути за допомогою блока, що має назву " XY Graph1" (рис. 4).

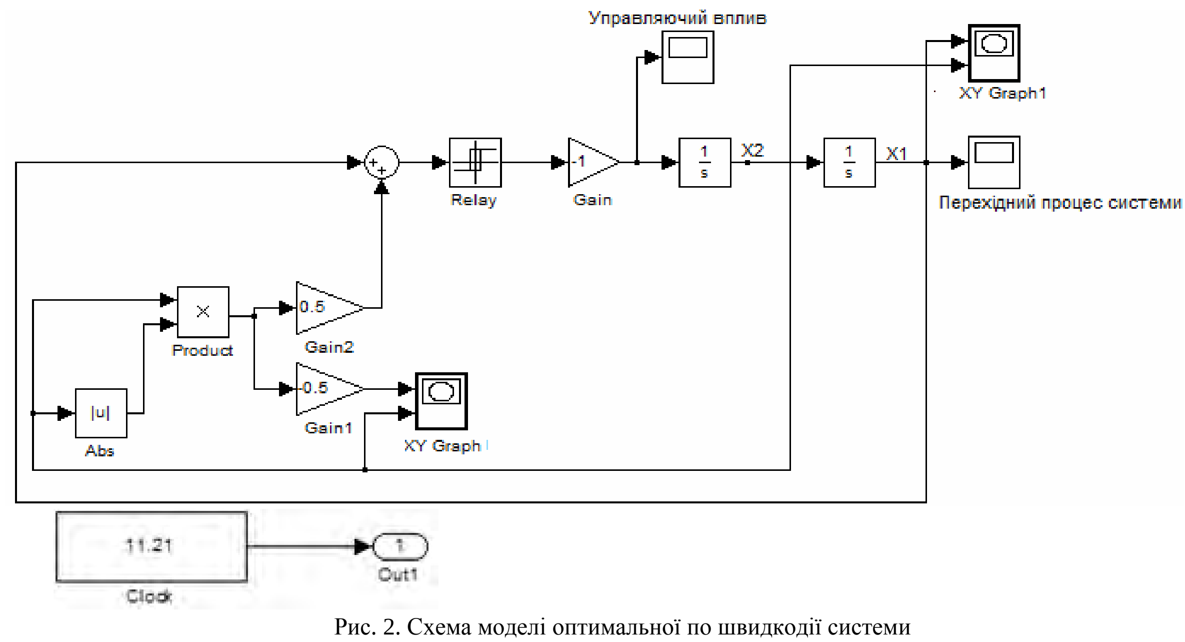

Рис. 2. Схема моделі оптимальної по швидкодії системи

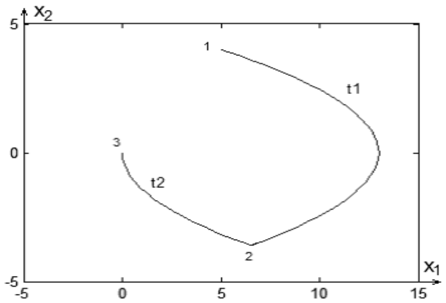

Рис. 3. Траєкторія руху об'єкту (1 – початок руху, 2 – точка перемикання, 3 – початок координат, кінець руху)

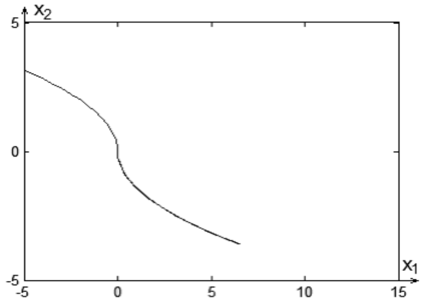

Рис.4. Лінія перемикання

Розглянемо модель системи управління, зображену на рис. 5.

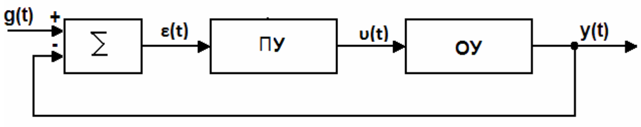

Рис. 5. Система управління:
ПУ – пристрій управління; ОУ – об'єкт управління;
g(t) – задавальна дія; y(t) – вихідний сигнал

Об'єкт управління описується рівняннями (2), на вхід системи в момент t=0 подається сигнал g(t) = = 1(t). Необхідно знайти такий алгоритм роботи ПУ у формі $\overline{u} = u(\varepsilon)$, при якому система за мінімальний час відпрацює задавальну дію.

На управління накладені обмежування виду:

$$|U| \le 1. \tag{7}$$

Якщо врахувати, що бажаний вектор стану $x_ж = (1;0)$ та між бажаним та реальним векторами стану існує розузгодження ε(t) = (ε₁(t), ε₂(t)), тоді

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = 1 - x_1(t); \\ \varepsilon_2 = -x_2(t). \end{cases} \tag{8}$$

Відповідно рівняння стану будуть мати вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2; \\ \dot{\varepsilon}_2 = -U(t). \end{cases} \tag{9}$$

Оптимальне управляння має вигляд:

$$\begin{aligned} \overline{U} &= -\mathrm{sign}(-\varepsilon_1 + 0{,}5\varepsilon_2^2 \cdot \mathrm{sign}(\varepsilon_2)) = \\ &= -\mathrm{sign}(-\varepsilon_1 + 0{,}5 \cdot |\varepsilon_2| \cdot \varepsilon_2). \end{aligned} \tag{10}$$

Модель оптимальної по швидкодії системи в новій системі координат наведена на рис. 6. Траєкторія руху та лінія перемикання на рис. 7, 8.

Розробимо наступну модель, що відповідає синтезу оптимальної по швидкодії системи управління, передавальна функція якої має два дійсних полюси і не має нулів. Нехай рівняння стану мають вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -2x_1(t) + -2u(t); \\ \dot{x}_2(t) &= -3x_2(t) + - 3u(t). \end{aligned} \tag{11}$$

Отримаємо вираз для лінії перемикання:

$$b(t) = \frac{x_1}{|x_1|}\left\{(1+|x_1|)^{\alpha} - 1\right\}, \tag{12}$$

$$\alpha = 1{,}5.$$

Початкові умови: x1 = 2, x2 = 2.

Модель об'єкта управління у середовищі MatLab на рис. 9.

Лінія перемикання організована блоками Sign і Fcn. Блок Fcn моделює вираз, що стоїть у фігурних скобках (12): pow((1+abs(u)), 1,5) – 1. Сигнали від Sign і Fcn демультиплексуються у блоці Product.

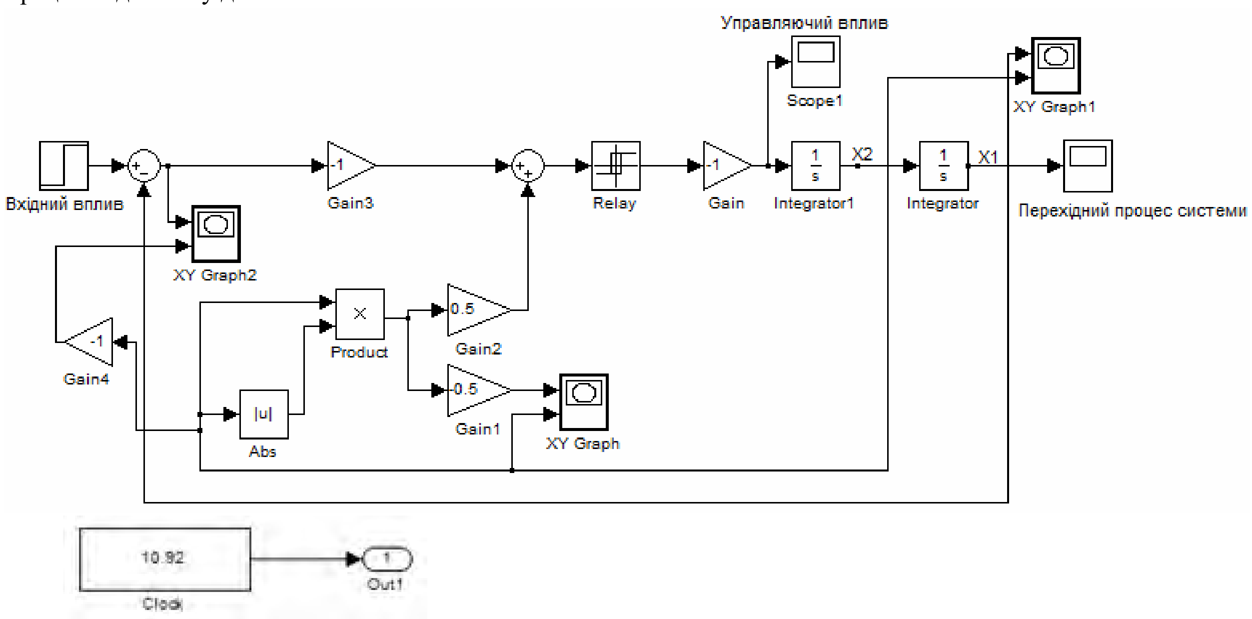

Рис. 6. Схема моделі з початковими умовами $x_2 = 4$, $x_1 = 5$

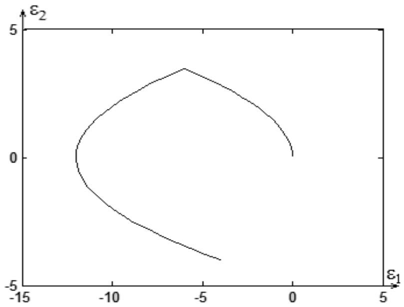

Рис. 7. Траєкторія руху об'єкту

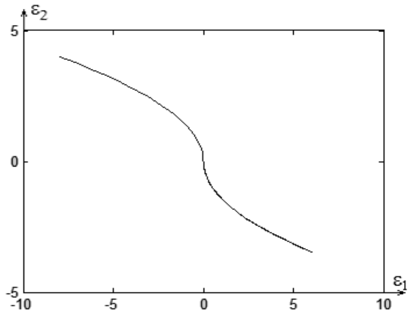

Рис. 8. Лінія перемикання

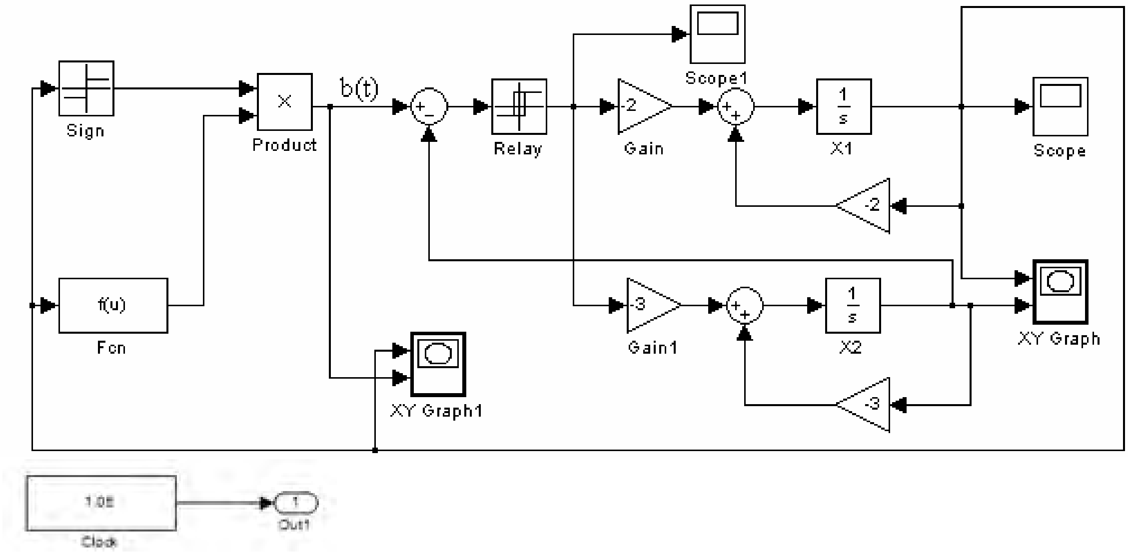

Рис. 9. Схема моделі і час руху при початкових умовах (2;2)

Враховуючи початкові умови рух об’єкта має відбуватись від точок (2;2) до початку координат (рис. 10).

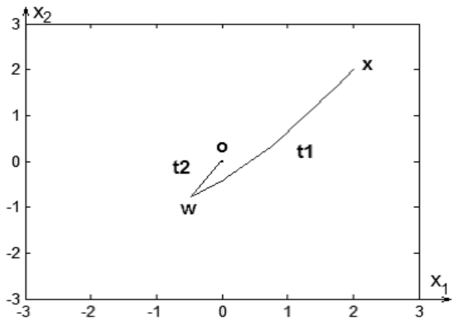

Рис. 10. Траєкторія руху об'єкту
при початкових умовах (2;2): x – початок руху, w – точка перемикання, o – початок координат, кінець руху

Висновки

Таким чином, в статті розроблені декілька моделей систем управління, які реалізовують оптимальний за швидкодією алгоритм управління з використанням принципу максимуму Понтрягіна та дають можливість досліджувати якісну картину вільних рухів з різними початковими умовами.

Список літератури

1. Чураков Е.П. Оптимальные и адаптивные системы / Е.П. Чураков. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 256 с.

Надійшла до редколегії 16.12.2008

Рецензент: д-р тех. наук, проф. В.А. Краснобаєв, Харківський національний університет сільського господарства ім. П. Василенка, Харків.

ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА MATLAB ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ И ИССЛЕДОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Н.Б. Репникова, Т.Н. Сидорова, В.О. Архипенко, О.В. Петрухно

Разработаны модели оптимальных по быстродействию систем управления на базе принципа максимума Понтрягина с использованием пакета MatLab и исследование их поведения на фазовой плоскости.

Ключевые слова: *пакет MatLab, системы управления, принцип максимума Понтрягина.*

APPLICATION OF PACKAGE OF MATLAB FOR THE CONSTRUCTION OF MODELS AND RESEARCH OPTIMUM TO ON A FAST-ACTING CONTROL SYSTEMS

N.B. Repnikova, T.N. Sidorova, V.O. Arkhipenko, O.V. Petruhno

The models of the optimum on a fast-acting control on the base of principle of a maximum of Pontryagina systems are developed with the use of package of MatLab and research of their conduct on a phase plane.

Keywords: *package of MatLab, control systems, principle of a maximum of Pontryagin.*