

УДК 517.9

О.А. Криводубский, А.О. Новаковская

*Донецкий национальный технический университет, Донецк***ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ БИОСОРБЦИИ СЕРЕБРА**

*В статье рассматриваются особенности процесса биосорбции серебра из вторичных растворов. Описаны физико-химические особенности процесса, сформулированы ограничения и допущения на процесс, разработана математическая модель процесса, представленная в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений, нелинейных относительно переменных и параметров. Использование этой модели позволяет решать задачи прогноза кинетики процесса и управления в реальном времени. Статья представляет интерес для специалистов, осуществляющих разработку систем управления при переработке вторичного сырья.*

**Ключевые слова:** сорбент, биосорбция, колонна, анион, катион, декомпозиция, динамическая модель.

**Введение**

В современных условиях большое значение имеют технологические процессы извлечения благородных и редких металлов из вторичных или загрязненных примесями видов сырья. Актуальным является эффективное управление этими процессами.

Основные принципы извлечения металлов изложены в работе [1]. Специфические особенности процессов извлечения благородных металлов рассмотрены в работе [2]. Методология, принятая в данной работе, основывается на положениях работы [3].

**Постановка задачи.** Разработать математическую модель, которая позволяет рассчитывать кинетику процесса биосорбции. Представление модели должно предусматривать возможность реализации расчетов в ритме с технологическим процессом, что позволит осуществлять решение задач управления технологией.

**1. Особенности процесса биосорбции**

При извлечении серебра из технологических (вторичных) растворов последнее время широко распространено использование сорбентов. Последние исследования [2] показали, что экономически целесообразно применение отходов фармацевтической промышленности, связанных с производством антибиотиков. Плесневые культуры, остаточные закрепленные в матрицах производства антибиотиков, являются антагонистами серебра, что представляет собой основу физико-химических особенностей процессов биосорбции. Для решения задач оперативного управления процессами биосорбции актуальным является прогнозирование заполнения сорбционной емкости

биофракций, что позволяет управлять режимами сорбции и десорбции. Кроме этого, согласно физико-химическим исследованиям процессов биосорбции [1], биологические популяции плесени обладают цикличностью восстановления, время которой зависит от типа плесневой культуры биосорбента. Определение спада биологической активности биосорбента как затухания популяции и восстановление этой активности дает возможность управлять цикличностью процессов остановки технологических агрегатов для восстановления популяции и последующих рециклов процессов сорбции. Согласно результатам исследований физико-химических явлений, происходящих при биосорбции [2], известно, что процессы восстановления популяции обладают постепенным снижением сорбционной емкости каждой новой популяции активных центров. Динамическая модель позволяет оценить циклы перехода от процессов биосорбции к десорбции и извлечению отработанного биосорбента из сорбционных колонн. Анализ предварительного содержания серебра в исходных растворах, подаваемых в технологические агрегаты процессов сорбции, представляет собой начальные условия задачи Коши для динамической модели процесса, с помощью которой можно пересчитывать изменение концентрации в последующих перетоках растворов через серию технологических агрегатов. С помощью динамической модели возможно прогнозировать заполнение сорбционной емкости каждой гранулы и всего объема биосорбента в целом. Аналогично, модель позволяет оценивать изменения активности ионов водорода – рН, изменение концентрации серебра и уровня рН в технологических растворах, циркулирующих в цепи.

Технологически процесс биосорбции осуществляется в колонне, заполненной гранулами биосорбента (рис. 1), через которую протекает вторичный серебросодержащий раствор.

**2. Основные принципы моделирования и гипотеза о механизме процесса**

При моделировании были приняты следующие допущения:

- геометрические размеры сферических гранул одинаковы;
- кинетика биосорбции одинакова для каждой гранулы;
- в процессе биосорбции участвует вся поверхность гранулы;
- площадью контакта гранул между собой можно пренебречь;
- температура раствора не меняется в течении цикла биосорбции;
- расход циркулирующего раствора через колонну постоянен;
- уровень циркулирующего раствора в колонне постоянен и раствор заполняет рабочий объем сорбента полностью;
- реакции (1-3) стехиометричны.

Технологические особенности проведения процесса биосорбции предполагают наличие следующих ограничений:

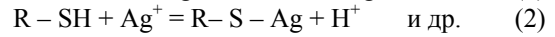
- концентрация азотнокислого серебра в растворе подчинено условию:  $200 < AgNO_3 < 500 \text{ мг/дм}^3$ ;
- активность ионов водорода находится в границах  $1,9 < pH < 3$ ;

Согласно общепринятой методологии моделирования, при разработке динамической модели рассматриваются явления, происходящие на отдельной грануле биосорбента с обобщением на весь объем сорбента в одном технологическом агрегате (колонне).

Физико-химические особенности процесса биосорбции описаны в работах [1, 3]. Как следует из этих работ, процесс биосорбции, осуществляемый в каждой грануле при протекании раствора, гипотетически может быть декомпозирован на три зоны (рисунок 2).

Первая зона представляет собой исходный вторичный раствор, содержащий  $AgNO_3$  в химически связанном и диссоциированном виде а также ионы воды, диссоциированные в виде анионов  $OH^-$  и катионов  $H^+$ . В качестве второй зоны выделен  $\delta$ -слой, характеризующий механизм обмена между сорбентом и раствором. Третья зона представляет собой гранулу биосорбента, содержащую активные центры, усваивающие серебро из растворов.

Согласно принятой декомпозиции, в первой зоне циркулируют растворы, содержащие  $Ag^+$ ,  $NO_3^-$ ,  $H^+$ ,  $OH^-$ . Из раствора во вторую зону переходят вышеперечисленные компоненты, которые транспортируются через нее в третью зону. Из третьей зоны во вторую переходят анионы  $NO_3^-$ ,  $OH^-$  и катионы  $H^+$ . В третьей зоне, согласно работе [3] происходят химические реакции (1-3):



где R – радикал.

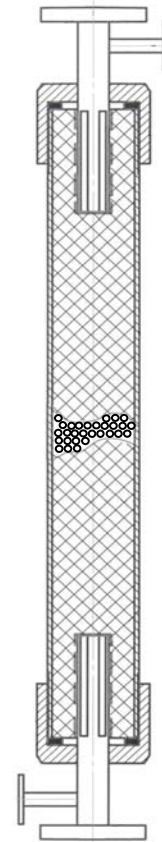


Рис.1. Колонна для биосорбции серебра

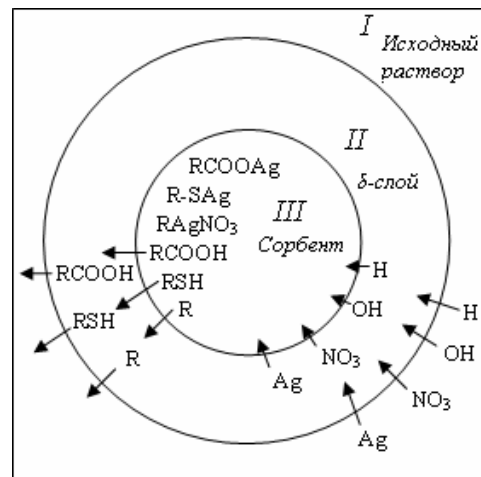


Рис. 2. Принцип декомпозиции процесса на зоны

В третью зону переходят из второй  $Ag^+$ ,  $NO_3^-$  и  $AgNO_3$ . На протекание реакции расходуются биоактивные центры сорбента  $RCOOH$ ,  $SH$  и  $R$ . Образуются  $R-COO-Ag$ ,  $R-S-Ag$ ,  $RAgNO_3$ ,  $R$ , которые усваиваются сорбентом,  $H^+$ ,  $NO_3^-$  и переходят во вторую зону. Согласно приведенной декомпозиции рабочего объема гранул биосорбента разработаны дифференциальные уравнения, составляющие динамическую модель процесса биосорбции.

### 3. Разработка математической модели

**3.1. Подмодель первой зоны.** Изменение количества катионов серебра в единицу времени представлено уравнением

$$\frac{dG_1^{Ag^+}}{dt} = g_{np}^{Ag^+} - \beta_1 F_1 \gamma_1 ([Ag^+]_1 - [Ag^+]_2), \quad (4)$$

где  $\frac{dG_1^{Ag^+}}{dt}$  – скорость изменения количества  $Ag^+$  в

1 зоне, кг/с;  $g_{np}^{Ag^+}$  – расход серебра в циркулирующем растворе, кг/с;  $\beta_1$  – коэффициент массопереноса между 1 и 2 зонами, м/с, параметр;  $F_1$  – площадь поверхности контакта зон, м<sup>2</sup>;  $\gamma_1$  – плотность 1 зоны, кг/м<sup>3</sup>;  $[Ag^+]_1$ ,  $[Ag^+]_2$  – весовые концентрации катионов серебра в 1 и 2 зонах соответственно.

Аналогично скорость изменения анионов  $NO_3^-$  описывается уравнением

$$\frac{dG_1^{NO_3^-}}{dt} = g_{np}^{NO_3^-} - \beta_1 F_1 \gamma_1 ([NO_3^-]_1 - [NO_3^-]_2). \quad (5)$$

Скорость изменения катионов водорода представлена уравнением

$$\frac{dG_1^{H^+}}{dt} = g_{np}^{H^+} - \beta_1 F_1 \gamma_1 ([H^+]_1 - [H^+]_2). \quad (6)$$

Динамика изменения количества гидроксидов приведена в уравнении

$$\frac{dG_1^{OH^-}}{dt} = g_{np}^{OH^-} - \beta_1 F_1 \gamma_1 ([OH^-]_1 - [OH^-]_2). \quad (7)$$

Обозначения переменных в уравнениях (5) – (7) аналогичны обозначениям переменных уравнения (4).

**3.2. Подмодель второй зоны.** Изменение количества катионов серебра в единицу времени представлено уравнением

$$\begin{aligned} \frac{dG_2^{Ag^+}}{dt} = & \beta_1 F_1 \gamma_1 ([Ag^+]_1 - [Ag^+]_2) - \\ & - \beta_2 F_2 \gamma_2 ([Ag^+]_2 - [Ag^+]_3). \end{aligned} \quad (8)$$

Скорость изменения количества анионов  $NO_3^-$  описывается уравнением

$$\begin{aligned} \frac{dG_2^{NO_3^-}}{dt} = & \beta_1 F_1 \gamma_1 ([NO_3^-]_1 - [NO_3^-]_2) + \\ & + \beta_2 F_2 \gamma_3 ([NO_3^-]_3 - [NO_3^-]_2) - \\ & - \beta_1 F_1 \gamma_2 ([NO_3^-]_1 - [NO_3^-]_2). \end{aligned} \quad (9)$$

Динамика изменения количества гидроксидов приведена в уравнении

$$\begin{aligned} \frac{dG_2^{OH^-}}{dt} = & \beta_1 F_1 \gamma_1 ([OH^-]_1 - [OH^-]_2) - \\ & - \beta_2 F_2 \gamma_2 ([OH^-]_2 - [OH^-]_1). \end{aligned} \quad (10)$$

Скорость изменения количества катионов водорода представлена следующим уравнением:

$$\begin{aligned} \frac{dG_2^{H^+}}{dt} = & \beta_1 F_1 \gamma_1 ([H^+]_1 - [H^+]_2) + \\ & + \beta_2 F_2 \gamma_3 ([H^+]_3 - [H^+]_2). \end{aligned} \quad (11)$$

Обозначения переменных в ур-х (9) – (11) аналогичны обозначениям переменных уравнения (4).

**3.3 Подмодель третьей зоны.** Блок изменения количества исходных веществ в циркулирующем растворе представлен уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{dG_3^{Ag^+}}{dt} = & \beta_2 F_2 \gamma_2 ([Ag^+]_2 - [Ag^+]_3) - \\ & - g_1^{Ag^+} - g_2^{Ag^+} - g_3^{Ag^+}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{dG_3^{NO_3^-}}{dt} = & \beta_2 F_2 \gamma_2 ([NO_3^-]_2 - [NO_3^-]_3) - \chi_3^1 g_3^{Ag^+} - \\ & - \beta_2 F_2 \gamma_3 ([NO_3^-]_2 - [NO_3^-]_3); \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{dG_3^{H^+}}{dt} = \chi_1^1 g_1^{Ag^+} + \chi_2^1 g_1^{Ag^+} - \beta_2 F_2 \gamma_3 ([H^+]_3 - [H^+]_2); \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{dG_3^{AgNO_3}}{dt} = & \beta_2 F_2 \gamma_2 ([AgNO_3]_2 - [AgNO_3]_3) - \\ & - \chi_3^4 g_3^{Ag^+}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $g_1^{Ag^+}$ ,  $g_2^{Ag^+}$ ,  $g_3^{Ag^+}$  – скорость усвоения катионов серебра в реакциях (1-3), кг/с.

Блок изменения количества активных центров биосорбентов представлен уравнениями:

$$\frac{dG_3^{RCOOH}}{dt} = -\chi_1^3 g_1^{Ag^+}; \quad (16)$$

$$\frac{dG_3^{RSH}}{dt} = -\chi_2^3 g_2^{Ag^+}; \quad (17)$$

$$\frac{dG_3^R}{dt} = -\chi_3^3 g_3^{Ag^+}; \quad (18)$$

$$\frac{dG_3^{RCOOAg}}{dt} = -\chi_1^2 g_1^{Ag^+}; \quad (19)$$

$$\frac{dG_3^{R-SAg}}{dt} = -\chi_2^2 g_2^{Ag^+}; \quad (20)$$

$$\frac{dG_3^{RAgNO_3}}{dt} = -\chi_3^2 g_3^{Ag^+}, \quad (21)$$

где  $\chi_i^j$  – коэффициенты стехиометрии компонент в реакциях (1-3);  $i$  – номер компоненты,  $i = \overline{1,3}$ ;  $j$  – номер реакции,  $j = \overline{1,3}$ .

### 4. Итеративный расчет нелинейностей

В связи с тем, что численное решение приведенной системы уравнений (4) – (21) осуществляется с использованием метода Рунге-Кутты 4 порядка, расчет нелинейностей и итеративные процедуры пересчета концентраций вынесены в отдельный блок.

Расчет количества серебра, усваиваемого сорбентом в реакциях (1-3):

$$g_1^{Ag^*} = k_1 g_{np}^{Ag} e^{-\frac{E_1}{RT}}; \quad (22)$$

$$g_2^{Ag^*} = k_2 g_{np}^{Ag} e^{-\frac{E_2}{RT}}; \quad (23)$$

$$g_3^{Ag^*} = k_3 g_{np}^{Ag} e^{-\frac{E_3}{RT}}; \quad (24)$$

$$g_{np}^{Ag^*} = g_p [Ag^+]_{раст}, \quad (25)$$

где  $E_1, E_2, E_3$  – энергия активации; где  $k_1 \dots k_3$  – константы скоростей реакций (1-3), параметры;  $g_p$  – скоростной поток серебра в растворе, кг/с.

Итеративный расчет текущих концентраций веществ в зонах:

$$[Ag^+]_1(\tau_i) = [Ag^+]_1(\tau_{i-1}) + \frac{1}{G_1(\tau_i)} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} dG_1^{Ag^+}(\tau_{i-1}) dt; \quad (26)$$

$$[NO_3^-]_1(\tau_i) = [NO_3^-]_1(\tau_{i-1}) + \frac{1}{G_1(\tau_i)} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} dG_1^{NO_3^-}(\tau_{i-1}) dt; \quad (27)$$

$$[H^+]_1(\tau_i) = [H^+]_1(\tau_{i-1}) + \frac{1}{G_1(\tau_i)} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} dG_1^{H^+}(\tau_{i-1}) dt; \quad (28)$$

$$[OH^-]_1(\tau_i) = [OH^-]_1(\tau_{i-1}) + \frac{1}{G_1(\tau_i)} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} dG_1^{OH^-}(\tau_{i-1}) dt; \quad (29)$$

$$\gamma_1(\tau_i) = \gamma_{Ag^+} [Ag^+]_1(\tau_i) + \gamma_{NO_3^-} [NO_3^-]_1(\tau_i) + \gamma_{H^+} [H^+]_1(\tau_i) + \gamma_{OH^-} [OH^-]_1(\tau_i); \quad (30)$$

$$G_1(\tau_i) = \gamma_1(\tau_i) \cdot V_1; \quad (31)$$

$$[Ag^+]_2(\tau_i) = [Ag^+]_2(\tau_{i-1}) + \frac{1}{G_2(\tau_i)} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} dG_2^{Ag^+}(\tau_{i-1}) dt; \quad (32)$$

$$[NO_3^-]_2(\tau_i) = [NO_3^-]_2(\tau_{i-1}) + \frac{1}{G_2(\tau_i)} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} dG_2^{NO_3^-}(\tau_{i-1}) dt; \quad (33)$$

$$[H^+]_2(\tau_i) = [H^+]_2(\tau_{i-1}) + \frac{1}{G_2(\tau_i)} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} dG_2^{H^+}(\tau_{i-1}) dt; \quad (34)$$

$$[OH^-]_2(\tau_i) = [OH^-]_2(\tau_{i-1}) + \frac{1}{G_2(\tau_i)} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} dG_2^{OH^-}(\tau_{i-1}) dt; \quad (35)$$

$$\gamma_2(\tau_i) = \gamma_{Ag^+} [Ag^+]_2(\tau_i) + \gamma_{NO_3^-} [NO_3^-]_2(\tau_i) + \gamma_{H^+} [H^+]_2(\tau_i) + \gamma_{OH^-} [OH^-]_2(\tau_i); \quad (36)$$

$$G_2(\tau_i) = \gamma_2(\tau_i) \cdot V_2; \quad (37)$$

$$[Ag^+]_3(\tau_i) = [Ag^+]_3(\tau_{i-1}) + \frac{1}{G_3(\tau_i)} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} dG_3^{Ag^+}(\tau_{i-1}) dt; \quad (38)$$

$$[NO_3^-]_3(\tau_i) = [NO_3^-]_3(\tau_{i-1}) + \frac{1}{G_3(\tau_i)} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} dG_3^{NO_3^-}(\tau_{i-1}) dt; \quad (39)$$

$$[H^+]_3(\tau_i) = [H^+]_3(\tau_{i-1}) + \frac{1}{G_3(\tau_i)} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} dG_3^{H^+}(\tau_{i-1}) dt; \quad (40)$$

$$\gamma_3(\tau_i) = \gamma_{Ag^+} [Ag^+]_3(\tau_i) + \gamma_{NO_3^-} [NO_3^-]_3(\tau_i) + \gamma_{H^+} [H^+]_3(\tau_i); \quad (41)$$

$$G_3(\tau_i) = \gamma_3(\tau_i) \cdot V_3. \quad (42)$$

Количество серебра, усвоенного сорбентом в колонне, рассчитывается по формуле

$$G_i^{Ag^+} = N \cdot G_{3,i}^{Ag^+}, \quad (43)$$

где  $N$  – количество гранул.

### 5. Расчет поверхности и объема пористых гранул

Расчет количества гранул в колонне осуществляется согласно физическим и геометрическим законам.

Объем гранулы:

$$V_{гр} = \frac{4}{3} \pi R_{гр}^3, \quad (44)$$

где  $R_{гр}$  – радиус гранулы.

Количество гранул:

$$N = \frac{V_k}{V_{гр}} \cdot k_{зап}, \quad (45)$$

где  $V_k$  – рабочий объем колонны;  $k_{зап}$  – коэффициент заполнения объема колонны сорбентом.

Объем и площадь второй зоны:

$$F_1 = 4\pi(R_{гр} + \delta)^2, \quad (46)$$

где  $\delta$  – толщина слоя раствора, окружающего гранулы (2 зона), м.

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi (R_{гр} + \delta)^3 - V_{гр}, \quad (47)$$

где  $V_2$  – объем  $\delta$ -слоя (второй зоны).

Расчет площади поверхности каждой гранулы, как пористого тела, основывается на том, что, принимая допущение о цилиндрической форме пор, рассчитываются среднестатистические характеристики гранул. Распределение радиусов пор подчиняется биномиальному закону:

$$P(k \leq R) = C_{R-1}^{k-1} / 2^{R-1}, \quad (48)$$

где  $k = 1, 2, \dots, R$  – радиусы пор.

Тогда средняя площадь поры равна:

$$\begin{aligned} \overline{F_R} &= \pi \sum_{k=1}^R \left( \frac{C_{R-1}^{k-1}}{2^{R-1}} \cdot k^2 \right) = \frac{\pi}{2^{R-1}} \sum_{k=1}^R (C_{R-1}^{k-1} \cdot k^2) = \\ &= \frac{\pi}{2^{R-1}} \sum_{k=1}^R \left( \frac{(R-1)!}{(k-1)!(R-k)!} \cdot k! \right). \end{aligned} \quad (49)$$

Считая поверхность гранулы сферической, рассчитывается среднее количество пор в грануле:

$$\bar{M} = \frac{F_{гр}}{F_R} = \frac{4\pi R_{гр}^2}{F_R} \quad (50)$$

Глубина пор, согласно статистической проверке гипотез, также распределена по биномиальному закону.

$$P(l \leq H) = \frac{C_{H-1}^{l-1}}{2^{H-1}}, \quad (51)$$

где  $l = 1, 2, \dots, H$  – глубина пор.

Тогда средняя глубина пор равна:

$$\bar{H} = \sum_{l=1}^H \frac{C_{H-1}^{l-1}}{2^{H-1}} = \frac{1}{2^{H-1}} \sum_{l=1}^H \frac{(H-1)!}{(l-1)!(H-l)!} \quad (52)$$

Средняя поверхность пор равна:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{II} &= 2\pi \cdot \bar{R}_n \cdot \bar{H} - \bar{F}_R = \frac{2\pi}{2^{R-1}} \sum_{k=1}^R \frac{(R-1)!}{(k-1)!(R-k)!} \times \\ &\times \frac{1}{2^{H-1}} \sum_{l=1}^H \frac{(H-1)!}{(l-1)!(H-l)!} - \frac{\pi}{2^{R-1}} \sum_{k=1}^R \left( \frac{(R-1)!}{(k-1)!(R-k)!} \cdot k^2 \right) = \\ &= \frac{2\pi}{2^{R+H-2}} \left( \sum_{k=1}^R \frac{(R-1)!}{(k-1)!(R-k)!} \cdot \sum_{l=1}^H \frac{(H-1)!}{(l-1)!(H-l)!} \right) - \\ &- \frac{\pi}{2^{R-1}} \sum_{k=1}^R \left( \frac{(R-1)!}{(k-1)!(R-k)!} \cdot k^2 \right). \end{aligned} \quad (53)$$

Исходя из вышеизложенного, поверхность поры каждой гранулы биосорбента равна:

$$\bar{F}_{гр} = F_3 = \bar{F}_{II} \cdot \bar{M}. \quad (54)$$

Объем пор каждой гранулы:

$$\bar{V}_{гр} = V_3 = \bar{F}_{II} \cdot \bar{H} \cdot \bar{M}. \quad (55)$$

Исходя из принятых допущений, при заданной геометрии колонны, методом пролива определяется объем, занимаемый гранулами в колонне. Согласно условию сферичности и геометрических размеров гранул вычисляется объем и поверхность каждой гранулы. Далее из объема сорбента, полученного путем пролива, рассчитывается количество гранул в колонне:

$$V_c = V_k - V_b, \quad (56)$$

где  $V_c$  – объем сорбента;  $V_k$  – объем колонны.

$$V_k = 2\pi R_k^2 \cdot H_b, \quad (57)$$

где  $R_k$  – радиус колонны (внутренний);  $H_b$  – высота

уровня воды в колонне;  $V_b$  – объем воды, заполняющей колонну до уровня  $H_b$ .

Тогда количество гранул в колонне:

$$N = \frac{V_c}{V_{гр}}, \quad (58)$$

где  $V_{гр}$  – объем сферической гранулы сорбента.

Модель процесса, представленная системой дифференциальных уравнений (4) – (21) и блоком расчета нелинейностей (22) – (43), имеет вид параметрической модели-структуры. Идентификация параметров модели осуществляется по экспериментальным данным.

## Заключение

Научная новизна работы заключается в разработке системы дифференциальных уравнений – динамической детерминированной модели процесса биосорбции, которая позволяет осуществлять непрерывный прогноз изменения содержания веществ в циркулирующем растворе, заполнение сорбционной емкости биосорбента, расчет pH циркулирующего раствора. Практическая значимость работы заключается в том, что использование данной модели в автоматической системе управления процессами биосорбции серебра из вторичных технологических растворов позволит прогнозировать кинетику процесса.

## Список литературы

1. Стрижко Л.С. *Металлургия благородных металлов* / Л.С. Стрижко. – М.: МИСиС, 2001. – 336 с.
2. Биосорбенты для извлечения благородных металлов из промышленных растворов / Л.С. Стрижко, В.И. Захарова и др. // *Цветные металлы*. – 2002. – № 2. – С. 41-44.
3. Криводубский О.А. *Задачи и функционалы управления предприятием* / О.А. Криводубский // *Наукові праці Донецького державного технічного університету*. – Донецьк, 2004. – № 74. – С. 37-41.

Поступила в редколлегию 26.01.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. И.В. Чумаченко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

## ПРОГНОЗУВАННЯ ПРОЦЕСІВ БІОСОРБЦІЇ СРІБЛА

О.О. Криводубський, А.О. Новаковська

У статті розглядаються особливості процесу біосорбції срібла з вторинних розчинів. Описуються фізико-хімічні особливості процесу, сформульовані обмеження та припущення до процесу, розроблена математична модель процесу, яка представлена у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь, нелінійних відносно змінних та параметрів. Використовування цієї моделі дозволяє вирішувати задачі прогнозу кінетики процесу та управління в реальному часі. Стаття представляє інтерес для фахівців, які виконують розробку систем управління при переробці вторинної сировини.

**Ключові слова:** сорбент, біосорбція, колона, аніон, катіон, декомпозиція, динамічна модель.

## SILVER BIOSORPTION PROCESSES FORECAST

O.A.Kryvodubskiy, A.O. Novakovskaya

In this article are considered features of the silver biosorption process from the secondary liquids. Physical and chemical features of this process are described, limitations and assumptions to the process are formulated. It is developed mathematical model of the process, that is realized as a system of the ordinary differential equations, nonlinear concerning to variables and parameters. Using of this model allows solving problems of the process kinetics forecasts and the problems of real-time control. This article would be interesting for developers of control systems of the row materials recycling.

**Keywords:** sorbent, biosorption, column, anion, cation, decomposition, dynamic model.