УДК 389.62

Г.И. Манко, Н.С. Шевчук, Н.А. Минакова, Е.В. Лещенко

Украинский государственный химико-технологический университет, Днепропетровск

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ИНФОРМАЦИОННОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

В статье предложены методы и алгоритмы расчета оценок неопределенности измерений с использованием информационного подхода, удобные при практическом применении для различных вариантах исходных данных, имеющихся в распоряжении исследователя.

Ключевые слова: *неопределенность измерения, закон распределения, информационные оценки, распределение вероятностей, дезинформация, полезная информация.*

Введение

Постановка проблемы. Как показано в [1], традиционные методы оценивания неопределенности измерений, основанные на использовании среднего квадратического отклонения (СКО) результата измерений, имеют ряд недостатков. Использование СКО как основного параметра случайной величины справедливо только для нормального закона распределения. Учет других законов требует введения поправочных коэффициентов, что привносит определенную долю произвола в процесс оценивания. Стандартные аналитические методы расчета характеристик неопределенности ориентированы только на линейные уравнения измерения.

Анализ последних исследований и публикаций. Предложенный в [1] информационный подход к оценке неопределенности лишен перечисленных недостатков. Он основывается на понятии полезной информации Бонгарда [2]. По Бонгарду, неопределенность задачи с распределением вероятностей P={p_j} для наблюдателя, исходящего из гипотезы, что имеет место распределение Q = {q_j}, оценивается выражением

$$N(p/q) = -\sum_j p_j \log q_j .$$

Всякое сообщение, изменяющее значение неопределенности от N_1 до N_2, несет количество полезной информации $I_п = N_1 - N_2$.

Пусть P={P(x_j)} – распределение значений измеряемой величины X, а Q={Q(x_j)} – распределение значений результатов измерений. В случае идеальных измерений эти распределения совпадают. Реальные средства и методы измерений вносят дезинформацию (отрицательную полезную информацию) в количестве

$$D = N(p/q) - N(p/p) = \sum_j P(x_j) \log P(x_j) / Q(x_j) . \quad (1)$$

Выражение (1) представляет собой информационную оценку неопределенности измерения. Для оценки неопределенности средств измерения удобно использовать отношение количества дезинформации (1) к максимально возможному, которое имеет место при N(p/p)=0:

$$\nu = \frac{D}{D_{max}} = \frac{N(p/q) - N(p/p)}{N(p/q)} =$$

$$= \frac{\sum_j P(x_j)\log\frac{P(x_j)}{Q(x_j)}}{\sum_j P(x_j)\log Q(x_j)} = 1 - \frac{\sum_j P(x_j)\log P(x_j)}{\sum_j P(x_j)\log Q(x_j)}. \quad (2)$$

Известно [3], что различают два типа расчетов неопределенности:

– вычисление по типу А – путем статистического анализа результатов многократных наблюдений;

– вычисление по типу В – с использованием других способов.

Исходными данными для вычисления по типу А являются результаты многократных измерений x_{i1}, …, $x_{iт}$ (где i = 1,…,т; п – число измерений i-й входной величины).

В качестве исходных данных для вычисления по типу В используют:

– данные предшествовавших измерений величин, входящих в уравнение измерения;

– сведения о виде распределения вероятностей;

– данные, основанные на опыте исследователя или общих знаний о поведении и свойствах соответствующих приборов и материалов;

– данные поверки, калибровки, сведения изготовителя о приборе и т.п. Неопределенность этих данных обычно представляют в виде границ отклонения значения величины от её оценки.

Формулировка цели статьи. Настоящая статья посвящена методам практического расчета оценок неопределенности (1) и (2).

Изложение основного материала

Исходя из изложенного, предлагаются следующие методы оценки информационной неопределенности.

При наличии возможности провести многократные измерения распределение Q={Q(x_j)} получают статистической обработкой выборки результатов измерений. Оценкой вероятности Q(x_j) является частота попаданий величины X в j-й интервал разбиения диапазона [x_{min}, x_{max}]. В случае малой выборки можно использовать метод, описанный в [4] и основанный на методе равночастотных интервалов. Для получения распределения P={P(x_j)} следует аналогичным образом обработать действительные (условно-истинные) значения измеряемой величины, полученные с использованием образцовых измерительных приборов. В крайнем случае, можно принять гипотезу о стандартном законе распределения истинных значений измеряемой величины. В качестве стандартного распределения можно взять нормальное, как наиболее распространенное, или равномерное, как предполагающее наибольшую априорную неопределенность измеряемой величины.

Далее по формуле (1) рассчитывается неопределенность типа А для измерений, по формуле (2) – для средств измерений.

Метод оценки неопределенности типа В зависит от информации, имеющейся в распоряжении исследователя.

1. Данные предшествовавших измерений величин, входящих в уравнение измерения y = f(x_1, x_2, ...), дают возможность рассчитать значения неопределенности входных величин x_i вышеизложенными методами по типу А. При отсутствии корреляции между входными величинами общая неопределенность величины y, в силу аддитивных свойств информации, равна сумме неопределенностей входных величин. Для коррелированных следует использовать условные вероятности.

2. Если имеются сведения о виде распределения вероятностей измеряемой величины или входных величин уравнения измерения, оценку неопределенности можно получить аналитическим путем. Для этого выражения (1) и (2) следует представить в интегральной форме:

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_j)\log\frac{f(x_j)}{\varphi(x_j)}dx; \quad (3)$$

$$\nu = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\log f(x)dx \Bigg/ \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\log\varphi(x)dx, \quad (4)$$

где f(x) и φ(x) – плотности вероятностей измеряемой величины и результатов измерений. Выражение (4) оценивает относительную неопределенность средства измерения.

3. Если известны интервальные оценки результатов измерений, то можно рассматривать только две ситуации: значение измеряемой величины либо накрывается доверительным интервалом, либо лежит вне доверительного интервала. Вероятность первой ситуации равна доверительной вероятности β, вероятность второй равна (l – β). Неопределенность измерений может быть рассчитана по формуле

$$D = \beta\log\frac{\beta}{\alpha} + (1-\beta)\log\frac{1-\beta}{1-\alpha}, \quad (5)$$

где α – априорная (до получения интервальной оценки) доверительная вероятность; β – апостериорная доверительная вероятность.

4. Когда для оценки неопределенности используются данные поверки, калибровки, сведения изготовителя о приборе и т.п., в распоряжении исследователя имеется обычно минимум информации: класс точности, допустимая погрешность. В этом случае следует рассуждать так. Если до получения результата измерения область неопределенности измеряемой величины лежит в пределах диапазона измерения [x_{min}, x_{max}], то после получения результата измерения x_j с абсолютной погрешностью ±Δ, область неопределенности сужается до интервала [x_j–Δ, x_j–Δ] (рис. 1).

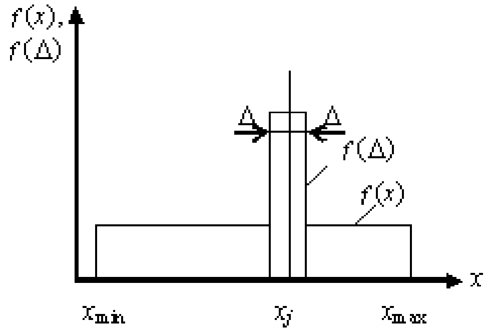

Рис. 1. Априорное f(x) и апостериорное f(Δ) распределение измеряемой величины

Предположим, что измеряемая величина x и погрешность измерения Δ распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием. Плотность вероятностей измеряемой величины

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-X^2 / \left(2\sigma_x^2\right)},$$

а плотность вероятностей погрешности

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\Delta} e^{-X^2 / \left(2\sigma_\Delta^2\right)},$$

где σ_x и σ_Δ – СКО величин x и Δ соответственно.

Полагая, что результат измерения y = x + Δ, определяем закон распределения величины y как композицию законов распределения величин x и Δ:

$$\varphi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)}} e^{-y^2 / \left(2(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)\right)}.$$

Знаменатель выражения (4) можно рассматривать как математическое ожидание логарифма величины φ(y):

$$M[\log \varphi(y)] = M\left[\log \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)}} e^{-y^2 / \left(2(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)\right)}\right] =$$

$$= M\left[\log \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)}}\right] + M\left[\log e^{-y^2 / \left(2(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)\right)}\right] =$$

$$= -\log\sqrt{2\pi(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)} - \frac{\log e}{2(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)} M[y^2] \ .$$

Учитывая, что математическое ожидание квадрата результата измерения представляет собой дисперсию, можно записать для независимых друг от друга x и Δ:

$$M[y^2] = D[y] = \sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2.$$

Тогда

$$M[\log \varphi(y)] = -\log\sqrt{2\pi(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)} - 0,5\log e =$$

$$= -\log\sqrt{2\pi e(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)}.$$

Выражение в числителе (4) представляет собой дифференциальную энтропию h(x) величины x, взятую с обратным знаком. Как известно [5]:

$$h(x) = -\log\sqrt{2\pi e}\sigma_x.$$

Таким образом, выражение (4) приобретает следующий вид:

$$\nu = 1 - \frac{\log\sqrt{2\pi e}\sigma_x}{\log\sqrt{2\pi e(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)}} = 1 - \frac{\log(2\pi e\sigma_x^2)}{\log[2\pi e(\sigma_x^2 + \sigma_\Delta^2)]}.$$

Если, как показано на рис. 1, измеряемая величина равномерно распределена в интервале $[x_{min}, x_{max}]$, то ее дисперсия $\sigma_x^2 = (x_{max} - x_{min})^2 / 12$, а дифференциальная энтропия $h(x) = \log(x_{max} - x_{min})$. Дисперсия равномерно распределенной погрешности $\sigma_x^2 = \Delta^2 / 3$. Тогда относительная неопределенность

$$\nu = 1 - \frac{\log\left[2\pi e\frac{(x_{max} - x_{min})^2}{12}\right]}{\log\left\{2\pi e\left[\frac{(x_{max} - x_{min})^2}{12} + \frac{\Delta^2}{3}\right]\right\}} =$$

$$= 1 + \frac{\log\left[\frac{\pi e}{6}(x_{max} - x_{min})^2\right]}{\log\left\{\frac{\pi e}{6}\left[(x_{max} - x_{min})^2 + 4\Delta^2\right]\right\}}$$

или

$$\nu \approx 1 + \frac{\log\left[1,42(x_{max} - x_{min})^2\right]}{\log\left\{1,42[(x_{max} - x_{min})^2 + 4\Delta^2]\right\}} = 1 - \frac{0,51 + \log(x_{max} - x_{min})^2}{0,51 + \log[(x_{max} - x_{min})^2 + 4\Delta^2]}. \quad (6)$$

Выражение (6) определяет связь между погрешностью и относительной неопределенностью средств измерений.

Вывод

В статье представлены удобные для практического применения методы расчета информационной неопределенности измерений и средств измерений для различных вариантов исходных данных, имеющихся в распоряжении исследователя.

Список литературы

1. Манко Г.И. Использование информационных характеристик для оценки неопределенности измерений / Г.И. Манко, Н.С. Шевчук // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2008. – Вип. 6(63). – С. 82-84.

2. Бонгард М.М. Проблемы узнавания / М.М. Бонгард. – М.: Наука, 1967. – 320 с.

3. РМГ 43-2001. Рекомендации по межгосударственной стандартизации, ГСИ. Применение «Руководства по выражению неопределенности измерений». – Минск: ИГЖ Издательство стандартов, 2002. – 23 с.

4. Манко Г.И. Информационные характеристики измерительных систем. Теоретико-методологические *начала / Г.И. Манко, С.В. Дашко // Вопросы химии и химической технологии. – 2003. – № 3. – С. 179-181.*

5. Орнатский П.П. Теоретические основы информационной измерительной техники / П.П. Орнатский. – К.: Вища школа, 1983. – 455 с.

Поступила в редколлегию 14.04.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.П. Захаров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

МЕТОДИ ОЦІНКИ ІНФОРМАЦІЙНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ

Г.І. Манко, Н.С. Шевчук, Н.А. Мінакова, О.В. Лєщєнко

У статті запропоновані методи і алгоритми розрахунку оцінок невизначеності вимірювань з використанням інформаційного підходу, зручні при практичному застосуванні для різних варіантах початкових даних, що є у розпорядженні дослідника.

Ключові слова: *невизначеність вимірювання, закон розподілу, інформаційні оцінки, розподіл вірогідності, дезинформація, корисна інформація.*

METHODS OF ESTIMATION OF MEASURING TOOL INFORMATIONAL UNCERTAINTY

G.I. Manko, N.S. Shevchuk, N.A. Minakova, E.V. Leschenko

There are viewed the methods and algorithms of calculation estimations vagueness of measurings are offered with the use of informative approach, comfortable at practical application for different variants of basic data, present at disposal of researcher.

Keywords: *measuring vagueness, distributing law, informative estimations, distribution of probabilities, misinformation, useful information.*