

УДК 530.1: 537.86

Ю.М. Пенкин¹, Л.Ю. Белогорцева¹, В.И. Холодов²¹ *Национальный фармацевтический университет, Харьков*² *Харьковский национальный университет им В.Н. Каразина, Харьков*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ФРАКТАЛЬНОГО СИГНАЛА ТОНКИМ ЛИНЕЙНЫМ ВИБРАТОРОМ

Проанализирована возможность формирования фрактального во времени сигнала в виде пакета гармонических колебаний, являющегося конечным фрагментом ряда в представлении обобщенных функций Вейерштрасса. При использовании предложенной модели фрактального сигнала в качестве возбуждающего сигнала впервые исследованы основные особенности излучения тонкого линейного вибратора в дальней зоне. Показано, что для направления $\theta = \pi/2$ минимальные искажения формы сигнала наблюдаются при выборе длины вибраторного излучателя, соответствующей длине настроенного вибратора на частоту основного длинноволнового колебания.

Ключевые слова: *фрактальный сигнал, обобщенные функции Вейерштрасса, излучение, линейная вибраторная антенна.*

Введение

При разработке новых радиотехнических систем связи практически значимой является задача обеспечения требуемой помехозащищенности передаваемых сигналов. Это, прежде всего, связано с постоянно возрастающим количеством электромагнитных шумов, оказывающих негативное воздействие на среду и функциональные элементы коммуникационных каналов. К таким помехам обычно относятся естественные атмосферные помехи (молнии, колебания физических параметров атмосферы, влияние неоднородностей в среде канала связи, и т.п.), промышленные помехи (фоновое излучение электроустановок и устройств различного назначения), а также межсистемные помехи (излучение функционирующих радиоэлектронных систем) [1]. В результате в окружающем пространстве существует электромагнитный фон, который характеризуется широким диапазоном частот и величиной интегральной напряженности поля, соизмеримой (или превышающей) напряженность функционально используемых электромагнитных полей в рабочем канале связи. Поэтому становятся всё более актуальными вопросы надёжности эксплуатации эфирных систем связи, предназначенных для работы в сложной электромагнитной обстановке. Одно из возможных направлений решения этой задачи – использование в системах связи сигналов фрактального типа [2, 3].

Поскольку одним из основных функциональных элементов канала связи являются антенные устройства, отдельной актуальной задачей является моделирование излучения фрактальных сигналов антеннами разного типа, в том числе известными классическими антеннами. В литературе результаты таких исследований ещё недостаточно освещены. В

значительной мере возможности такого моделирования зависят от выбора способа формирования сигнала фрактального типа, возбуждающего антенну. Поэтому, на первом этапе моделирования возникает необходимость обоснования выбора модели сигнала для численных исследований.

Выбор модели фрактального сигнала

Ключевым моментом внедрения тех или иных фрактальных алгоритмов в процесс формирования (и последующей обработки) сигнала является физическая сложность их практической реализации. Например, в работе [3] теоретически и экспериментально исследовались сигналы в виде фрактального временного вейвлета, являющегося одним из типов фрактальных сигналов. Отметим, что фрактальный вейвлет здесь представлял собой импульс сложной формы, самоподобный спектр которого является предканторовским множеством. Временная реализация сигнала в [3] задавалась путём ввода массива цифровых данных от компьютера в программируемый генератор. Экспериментальные результаты получены для фрактальных широкополосных сигналов с синусоидальной несущей на частоте 2GHz.

В данной работе предложен иной подход к формированию сигналов фрактального типа, который достаточно просто может быть реализован на практике. Его суть состоит в представлении фрактального сигнала в виде пакета гармонических колебаний. Сразу отметим, что такое представление сигналов позволяет их использование как в импульсном, так и непрерывном режимах работы канала связи.

Алгоритм формирования фрактального сигнала $S(t)$ основывается на использовании известных [2] обобщенных функций Вейерштрасса

$$S(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \eta^{(D-2)n} \cdot \cos(\tau \eta^n t), \quad (1)$$

где $1 < D < 2$ – фрактальная размерность функции $S(t)$; а параметр $\eta > 1$, а τ – некоторая постоянная. Функции $S(t)$ являются непрерывными, однако недифференцируемыми при любом аргументе t , и характеризуются скейлингом (свойством масштабной инвариантности или подобия).

Сравнивая формулу (1) для функций Вейерштрасса с выражением для волнового пакета гармонических колебаний:

$$S(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cos(\omega_n t + \varphi_n), \quad (2)$$

где A_n – амплитуда n -го колебания, ω_n – круговая частота и φ_n – начальная фаза (которую без потери общности здесь можно принять $\varphi_n = 0$), нетрудно заметить, что волновой пакет будет определять фрактальный сигнал, если обеспечены равенства $A_n = \eta^{(D-2)n}$ и $\omega_n = \tau \eta^n$. При этом соответствующий набор амплитуд гармоник A_n будет определяться заданной фрактальной размерностью временного сигнала D .

Наиболее удобным на практике является обес-

печение генерации колебаний в режиме удвоения частоты. Поэтому при моделировании далее выбрано значение параметра $\eta = 2$. Также отметим, что такой выбор параметра η обеспечивает и требуемую периодичность функциональных слагаемых в выражениях (1) и (2) при фиксированном значении $\tau = \pi$.

Предварительной задачей моделирования являлось исследование возможности формирования фрактальных сигналов в виде конечных фрагментов ряда (2). Очевидно, что при суммировании от $n=1$ ряд должен быть ограничен N членами, которые вносят основной энергетический вклад в формировании сигнала. При этом форма сигнала будет представлять собой предфрактал порядка N . Для определённости была выбрана фрактальная размерность сигнала $D=1,26$ соответствующая размерности известной фрактальной зависимости Коха. Результаты расчётов для этого случая приведены в табл. 1, где n – номер гармоники, f_n [Гц] – действительная частота, а λ_n [м] – длина волны n -го колебания в свободном пространстве.

Таблица 1

Результаты расчетов

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ω_n	2π	4π	$2^3\pi$	$2^4\pi$	$2^5\pi$	$2^6\pi$	$2^7\pi$	$2^8\pi$	$2^9\pi$
$ A_n $	0,404	0,242	0,145	0,087	0,052	0,031	0,019	0,011	$6,667 \times 10^{-3}$
f_n [Гц]	1	2	4	8	16	32	64	128	256
λ_n [м]	$300 \cdot 10^6$	$150 \cdot 10^6$	$75 \cdot 10^6$	$37,5 \cdot 10^6$	$18,75 \cdot 10^6$	$9,375 \cdot 10^6$	$4,688 \cdot 10^6$	$2,344 \cdot 10^6$	$1,172 \cdot 10^6$

Анализ зависимости убывания амплитуд гармоник $|A_n|$ позволяет в этом случае ограничить ряд учётом семи его членов ($N=7$). Для наглядности на рис. 1, а приведена форма такого временного сигнала. Отметим, что здесь нормировка производилась относительно значения постоянной

$$C = 2^{(D-2)} \cdot \frac{1-2^{(D-2)N}}{1-2^{(D-2)}}. \quad (3)$$

Однако, ограничение числа учитываемых гармоник является не единственным вопросом реализации фрактального сигнала. Также важным является вопрос выбора частотного диапазона для учитываемых гармоник.

Как и можно было предполагать, в результате численных исследований оказалось, что исключение конечного числа начальных членов ряда в представлении (2) не изменяют фрактального характера сигнала, хотя влияют на его форму и периодичность. Более того, для заданной фрактальной размерности D минимально необходимое количество учитываемых

гармоник сохраняется, а также сохраняется и их соотношение амплитуд. В этом можно убедиться, проанализировав табл. 2, где фрактальный сигнал сформирован для радиодиапазона в сегменте метровых и дециметровых длин волн и представляет собой фрагмент ряда (2) при $n = 26, 27 \dots 32$. Здесь была произведена нормировка амплитуд с учётом исключения начальных гармоник из ряда (2). На рис. 1, б приведена форма такого сигнала, который мы и будем рассматривать далее в качестве сигнала возбуждения вибраторной антенны. Отметим, что на рис. 1, в и рис. 1, г приведены формы сигналов для уменьшенного временного масштаба с целью визуального подтверждения их скейлинговых свойств.

Результаты численного моделирования

Из теории вибраторных тонкопроволочных антенн известно [4], что при условии обеспечения требуемой малости радиуса симметричного вибратора, возбуждаемого в центре δ -генератором напряжения

гармонического колебания, выражение для тока в вибраторе имеет вид

$$I(s) = I_0 \sin k(1-|s|), \quad (4)$$

где I_0 – амплитуда тока в точке возбуждения; $k = 2\pi/\lambda$ – постоянная распространения; $2l$ – длина вибратора; $s \in [-1; 1]$ – координата вдоль продольной оси вибратора.

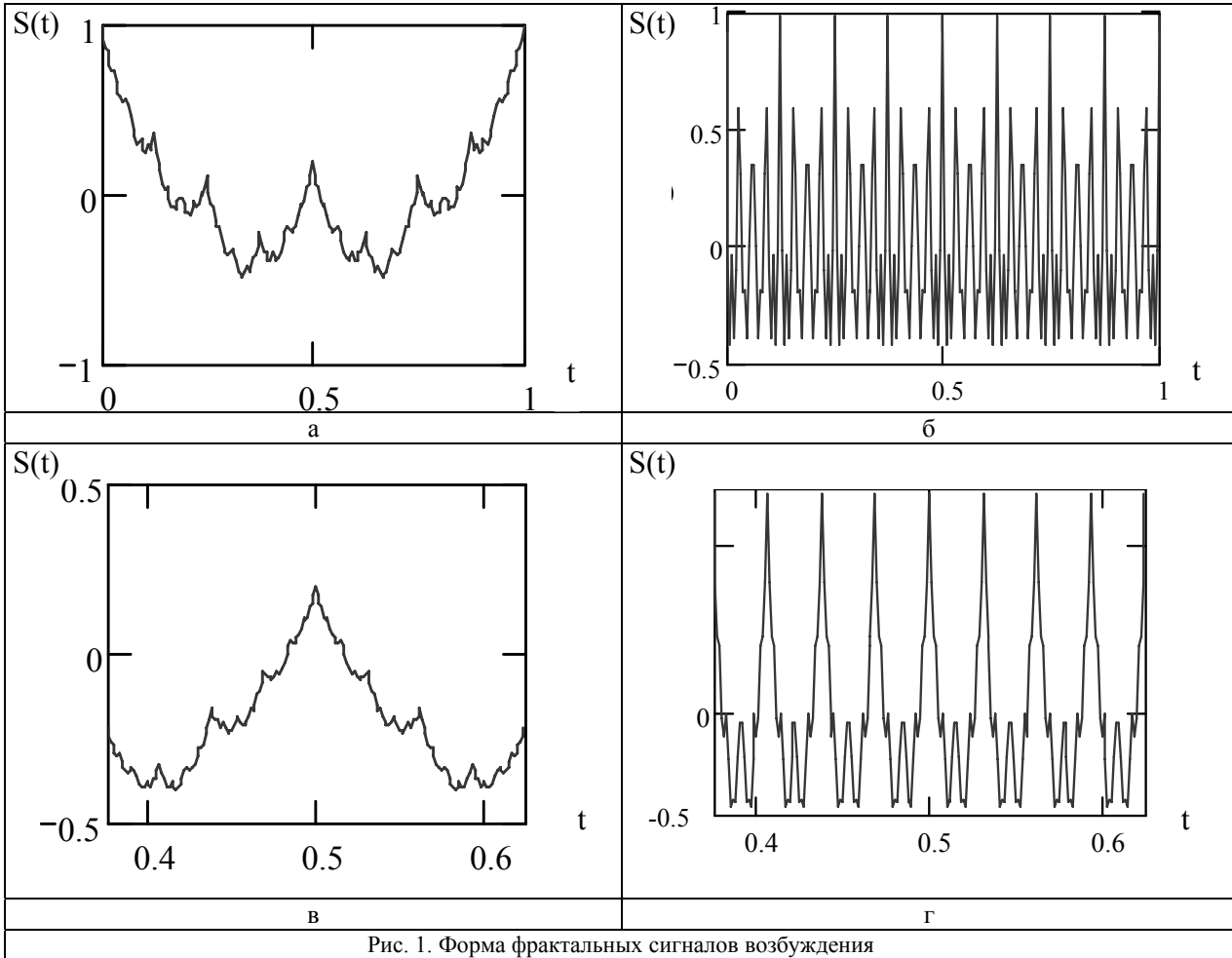


Рис. 1. Форма фрактальных сигналов возбуждения

Таблица 2

Фрагмент ряда (2) при $n = 26, 27 \dots 32$

n	26	27	28	29	30	31	32
ω_n	$2^{26} \pi$	$2^{27} \pi$	$2^{28} \pi$	$2^{29} \pi$	$2^{30} \pi$	$2^{31} \pi$	$2^{32} \pi$
$ A_n $	0,408	0,244	0,146	0,088	0,052	0,031	0,019
f_n [Гц]	$33,55 \cdot 10^6$	$67,11 \cdot 10^6$	$134,2 \cdot 10^6$	$268,4 \cdot 10^6$	$536,9 \cdot 10^6$	$1074 \cdot 10^6$	$2147 \cdot 10^6$
λ_n [м]	8,941	4,47	2,235	1,118	0,559	0,279	0,14

Расчёт поля излучения вибратора в дальней зоне для известного распределения тока (4) на заданной частоте можно производить по формуле

$$E_\theta = 60i \frac{e^{-ikr}}{r} \cdot I_0 \frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos kl}{\sin \theta}, \quad (5)$$

где e^{ikr}/r – волновая функция свободного пространства; $E_\theta, E_\varphi = 0, E_r = 0$ – компоненты напряжённости электрического поля излучения вибратора в сферической системе координат.

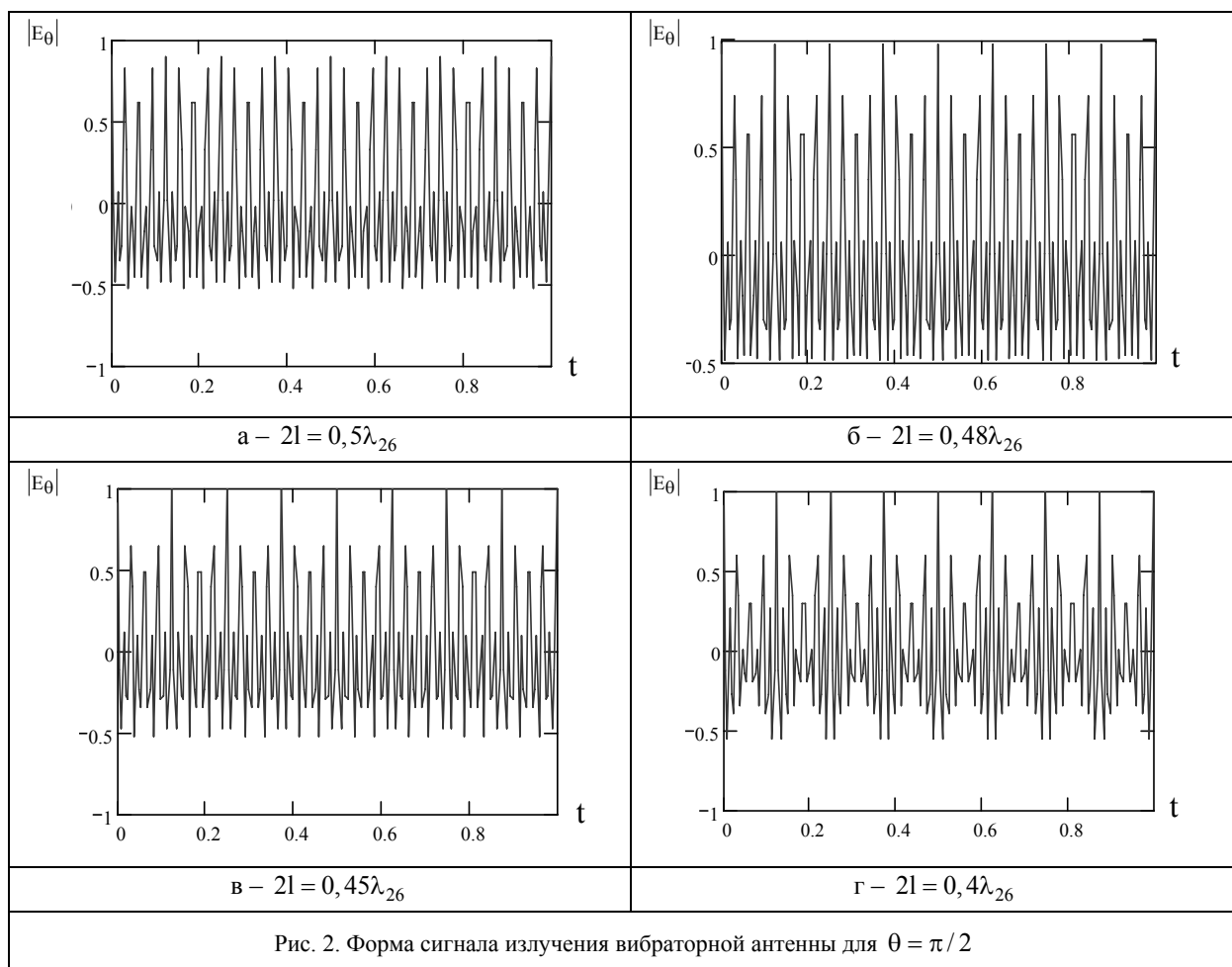
Таким образом, модуль напряжённости $|E_\theta|$ поля излучения симметричного вибратора в направлении θ , возбуждаемого фрактальным сигналом (табл. 2), с учётом местной нормировки, будет определяться выражением:

$$|E_\theta| = \sum_{n=26}^{32} A_n \frac{\cos\left(\frac{2l\pi}{\lambda_n} \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{2l\pi}{\lambda_n}\right)}{\sin \theta} \cos(\omega_n t). \quad (6)$$

Основным вопросом численного моделирования являлось исследование влияния размеров вибрат

торного излучателя на форму излученного сигнала. Оказалось, что минимальные искажения формы сигнала возбуждения (для направления излучения перпендикулярно вибратору $\theta = \pi/2$ наблюдались при выборе $2l = 0,48\lambda_{26}$. Для подтверждения этого на рис. 2 и рис. 3 приведены временные формы излученного фрактального сигнала для разных значений $2l$, нормированных к максимальному значению временной амплитуды $|E_\theta|$ при $\theta = \pi/2$. Отметим общую тенденцию, что при уменьшении длины виб-

ратора и удалении её от значения $2l = 0,48\lambda_{26}$ (длины настроенного вибратора на частоту основного длинноволнового колебания) фрактальный сигнал характеризуется меньшей амплитудой и постепенно приобретает структуру шумового сигнала. Характер шумового сигнала имеет и излученный сигнал при $2l = 0,48\lambda_{26}$, когда происходит фильтрация вибратором высших типов гармонических составляющих сигнала.



На рис. 4 представлена динамика изменения формы сигнала излучения вибратора длиной $2l = 0,48\lambda_{26}$ при разных значениях θ .

Как видно, амплитуда сигнала при уменьшении θ уменьшается подобно моночастотной диаграмме направленности вибратора. Однако, при этом также изменяется и характер структурированности сигнала, а следовательно, и его фрактальная размерность. Таким образом, можно предполагать, что при более подробных исследованиях этого изменения может быть введено для излучателей понятие диаграммы направленности не только по мощности поля излучения, но и по значению фрактальной размерности сигнала излучения (подобно введению поляризации

онной диаграммы направленности для антенн вращающейся поляризации).

Выводы

Таким образом, на основе предложенной в работе модели формирования фрактального сигнала возбуждения исследовано влияние размеров линейных вибраторных антенн на форму излученного сигнала.

Показано, что для направления $\theta = \pi/2$ минимальные искажения формы сигнала наблюдаются при выборе длины вибраторного излучателя, соответствующей длине настроенного вибратора на частоту основного длинноволнового колебания.

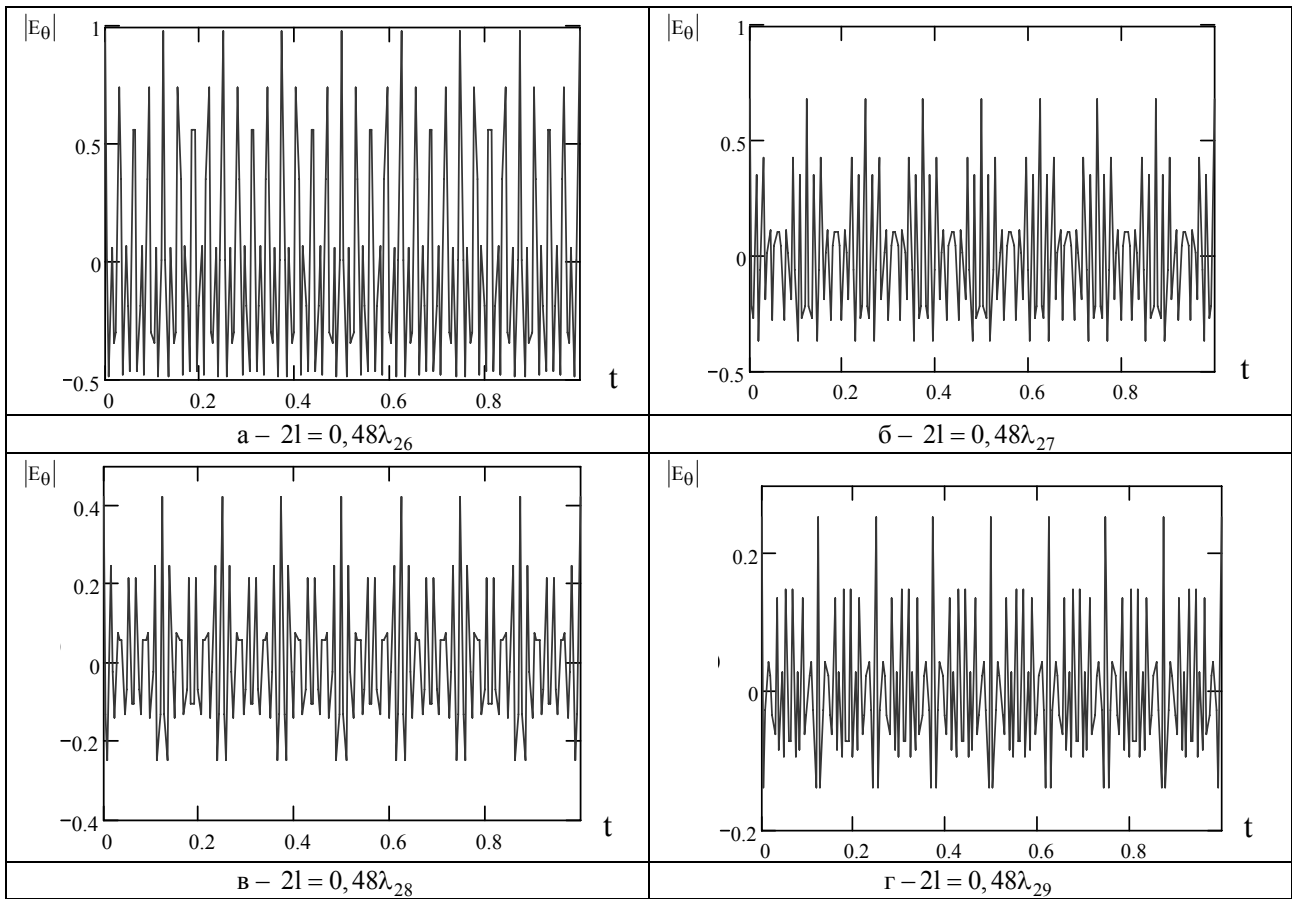


Рис. 3. Форма сигнала излучения вибраторной антенны для $\theta = \pi/2$

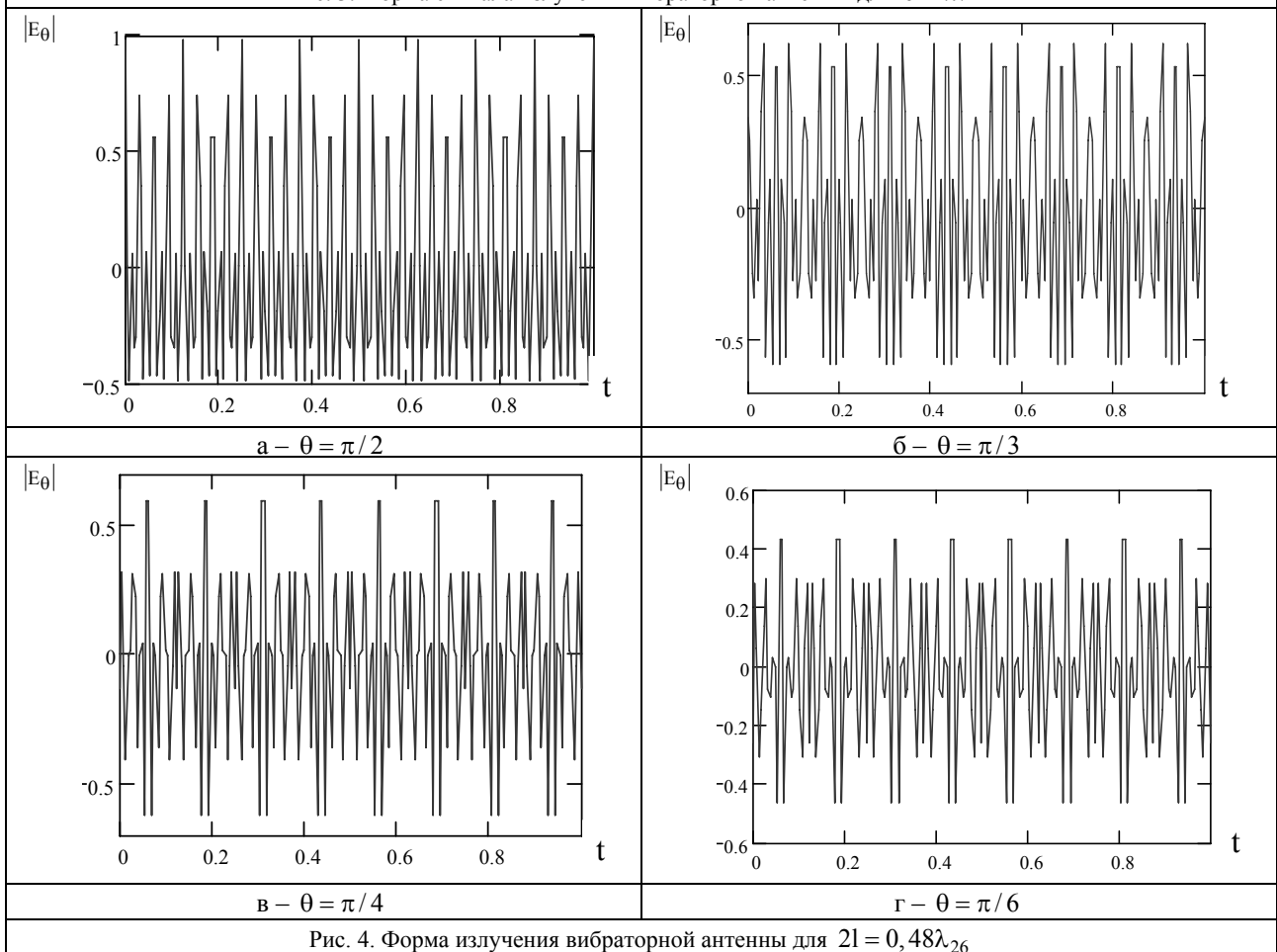


Рис. 4. Форма излучения вибраторной антенны для $2l = 0,48\lambda_{26}$

Список літератури

1. Царьков Н.М. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств и систем / Н.М. Царьков. – М.: Радио и связь, 1985. – 272 с.
2. Потопов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки; изд.2-е, перераб. и доп. / А.А. Потопов. – М.: Университетская книга, 2005. – 848 с.
3. Болотов В.Н. Генерирование сигналов с фрактальными спектрами / В.Н. Болотов, Ю.В. Ткач // Журнал технической физики. – 2006. – Т. 76, вып. 4. – С. 91-98.
4. Айзенберг Г.З. Коротковолновые антенны; изд. 2-е, перераб. и доп. / Г.З. Айзенберг, С.П. Белюсов и др. – М.: Радио связь, 1985. – 536 с.

Поступила в редколлегию 16.04.2009

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Н.Г. Кокодий, Национальный фармацевтический университет, Харьков.

МОДЕЛЮВАННЯ ВИПРОМІНЮВАННЯ ФРАКТАЛЬНОГО СИГНАЛУ ТОНКИМ ЛІНІЙНИМ ВІБРАТОРОМ

Ю.М. Пенкін, Л.Ю. Белогорцева, В.І. Холодов

Проаналізована можливість формування фрактального в часі сигналу у вигляді пакету гармонічних коливань, що є кінцевим фрагментом ряду в представленні узагальнених функцій Вейерштрасса. При використанні запропонованої моделі фрактального сигналу як сигнал збудження вперше досліджені основні особливості випромінювання тонкого лінійного вібратора в дальній зоні. Показано, що для напрямку $\theta = \pi/2$ мінімальні перекручування форми сигналу спостерігаються при виборі довжини вібраторного випромінювача, відповідній довжині настроєного вібратора на частоту основного довгохвильового коливання.

Ключові слова: фрактальний сигнал, узагальнені функції Вейерштрасса, зона випромінювання, лінійна вібраторна антена.

DESIGN OF RADIATION OF FRACTAL SIGNAL THIN LINEAR VIBRATOR

Yu.M. Penkin, L.Yu. Belogortseva, V.I. Holodov

Ability to form fractal by time signal as a bundle of harmonic oscillation's, which is a fragment of number series of generalized Weierstrass functions is analyzed in the paper. At the use of the offered model of fractal signal as an excitant signal the basic features of radiation of thin linear vibrator are first explored in a distant area. It is shown that for direction $\theta = \pi/2$ minimum distortions of form of signal are observed at the choice of length of vibrator emitter, proper length of the adjusted vibrator on frequency of basic long-wave oscillation.

Keywords: fractal signal, generalized Weierstrass functions, radiation, linear dipole antenna.