

УДК 629.114.2-52

А.Т. Лебедєв, Р.В. Антощенко

Харківський національний технічний університет  
сільського господарства ім. П. Василенка, Харків**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ КОМБІНОВАНОГО ПОСІВНОГО АГРЕГАТУ  
У СКЛАДІ ТРАКТОРА ХТЗ-150К-09 ТА СІВАЛКИ ПРЯМОЇ СІВБИ АПП-6  
ПРИ ВПЛИВІ ОПЕРАТОРА НА РУЛЬОВЕ КЕРУВАННЯ**

У статті розроблена математична модель руху комбінованого посівного агрегату в складі трактора ХТЗ-150К-09 та сівалки прямої сівби АПП-6 при впливі оператора на рульове керування.

**Ключові слова:** математична модель, комбінований агрегат, траєкторія руху, рульове керування.

**Вступ**

В процесі роботи сільськогосподарського агрегату спостерігається відхилення його траєкторії руху від траєкторії, яка визначається з урахуванням агротехнічних вимог (прямолінійної). Це відбувається внаслідок фізичних і геометричних властивостей опорної поверхні руху.

При виконанні всіх технологічних операцій по обробці сільськогосподарських культур спостерігається періодичний вплив оператора агрегату на траєкторію руху. Це виражається за допомогою підкреслювання, яке має періодичний характер.

**Аналіз основних публікацій, досліджень.** Дослідження траєкторій руху сільськогосподарських машин і агрегатів проводилися В.П. Горячкиним, П.М. Василенко, А.Б. Лур'є, С.П. Гельфенбейном. Вченими В.Т. Надикто, С.А. Лебедєвим [1, 2] отримані траєкторії руху сільськогосподарських агрегатів.

**Метою даної роботи** є одержання реальної траєкторій руху комбінованого посівного агрегату в складі трактора ХТЗ-150К-09 і сівалки прямої сівби АПП-6 при впливі оператора на рульове керування.

**Вирішення задачі**

Для рішення поставленого завдання при складанні динамічної моделі в якості розрахункової схеми була прийнята чотирьох елементна схема. У якості сил, діючих на агрегат, були прийняті наступні:

$T_{3л}, T_{3п}, T_{4л}, T_{4п}$  – окружні зусилля на ведучих колесах трактора;

$W_{11}, W_{12}, W_{13}, W_{14}, W_{2л}, W_{2п}$  – сили опору переміщенню першої та другої піврами сівалки;

$W_{3л}, W_{3п}, W_{4л}, W_{4п}$  – сили опору переміщенню першої та другої піврами трактора;

$P_{61}, P_{62}$  – бічні зусилля в області контакту шин першої та другої піврами сівалки з опорною поверхнею;

$P_{63}, P_{64}$  – бічні зусилля в області контакту

шин другої та першої піврами трактора з опорною поверхнею;

$P$  – опір, який чинить сівалка на ґрунт;

$m_1, J_1, m_2, J_2$  – маси та моменти інерції першої та другої піврами сівалки;

$m_3, J_3, m_4, J_4$  – маси та моменти інерції першої та другої піврами трактора;

$C_{ш1}, C_{ш2}$  – жорсткість шин першої та другої піврами сівалки;

$C_{ш3}, C_{ш4}$  – жорсткість шин першої та другої піврами трактора;

$C_{ЗКМ}$  – кругова жорсткість з'єднувально-керуючого модуля трактора;

$\varphi_0$  – кут злому піврам трактора;  $M$  – момент, що діє в точці злому піврам трактора.

Центр узагальнених координат  $XOY$  – поздовжнє і поперечне зміщення агрегату – знаходиться в центрі мас другої піврами сівалки. Узагальненими координатами будуть:  $\varphi_1$  – кут між центральною віссю другої піврами сівалки і віссю  $OX$ ;  $\varphi_2$  – кут між центральною віссю бункера для посівного матеріалу (першої піврами сівалки) і віссю  $OX$ ;  $\varphi_3$  – кут між центральною віссю другої піврами трактора і віссю  $OX$ ;  $\varphi_4$  – кут між центральною віссю першої піврами трактора і віссю  $OX$ . Сили, що діють на агрегат зображені на рис. 1.

Розглянемо вплив оператора на рульове керування агрегату. Тоді зміну кута повороту першої піврами трактора будемо представляти у вигляді синусоїди:

$$\varphi_4 = A \sin(Bt + C),$$

де  $A$  – амплітуда впливу оператора,  $B$  – частота впливу оператора,  $C$  – фаза (початковий кут впливу).

Використовуючи диференціальні рівняння Лагранжа 2-го роду [3] одержимо систему диференціальних рівнянь 8-го порядку:

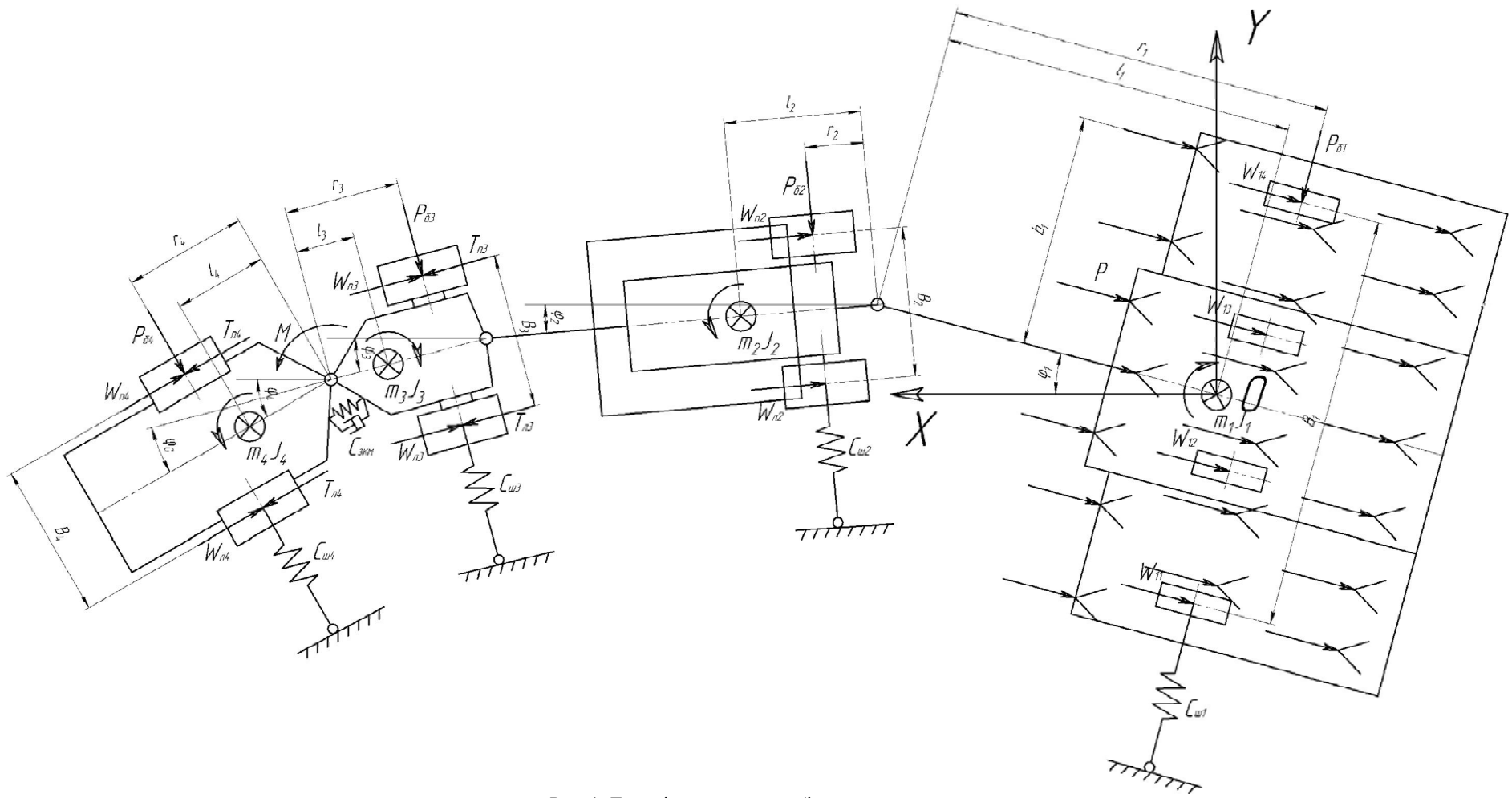


Рис. 1. Динамічна модель комбінованого агрегату

$$\left\{ \begin{aligned} & a_{11}\ddot{\varphi}_1 + a_{12}\ddot{\varphi}_2 + a_{13}\ddot{\varphi}_3 + a_{14}\ddot{\varphi}_4 + \\ & + f_1(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \dot{\varphi}_4, t) = \\ & = g_1(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, t); \\ & a_{21}\ddot{\varphi}_1 + a_{22}\ddot{\varphi}_2 + a_{23}\ddot{\varphi}_3 + a_{24}\ddot{\varphi}_4 + \\ & + f_2(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \dot{\varphi}_4, t) = \\ & = g_2(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, t); \\ & a_{31}\ddot{\varphi}_1 + a_{32}\ddot{\varphi}_2 + a_{33}\ddot{\varphi}_3 + a_{34}\ddot{\varphi}_4 + \\ & + f_3(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \dot{\varphi}_4, t) = \\ & = g_3(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, M, t); \\ & a_{41}\ddot{\varphi}_1 + a_{42}\ddot{\varphi}_2 + a_{43}\ddot{\varphi}_3 + a_{44}\ddot{\varphi}_4 + \\ & + f_4(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \dot{\varphi}_4, t) = \\ & = g_4(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, M, t), \end{aligned} \right. \quad (1)$$

де

$$\begin{aligned} a_{11} &= J_1 + m_2 l_1^2 \cos^2 \varphi_1 + m_3 l_1^2 \cos^2 \varphi_1 + m_4 l_1^2 \cos^2 \varphi_1; \\ a_{12} &= m_2 l_1 \cos \varphi_1 l_2 \cos \varphi_2 + m_3 l_1 \cos \varphi_1 l_2 \cos \varphi_2 + \\ & \quad + m_4 l_1 \cos \varphi_1 l_2 \cos \varphi_2; \\ a_{13} &= m_3 l_1 \cos \varphi_1 l_3 \cos \varphi_3 + m_4 l_1 \cos \varphi_1 l_3 \cos \varphi_3; \\ a_{14} &= l_4 \cos(A \sin(Bt + C)) m_4 l_1 \cos \varphi_1; \\ a_{21} &= m_2 l_1 \cos \varphi_1 l_2 \cos \varphi_2 + m_3 l_1 \cos \varphi_1 l_2 \cos \varphi_2 + \\ & \quad + m_4 l_1 \cos \varphi_1 l_2 \cos \varphi_2; \\ a_{22} &= J_2 + m_2 l_2^2 \cos^2 \varphi_2 + m_4 l_2^2 \cos^2 \varphi_2 + m_3 l_2^2 \cos^2 \varphi_2; \\ a_{23} &= m_3 l_2 \cos \varphi_2 l_3 \cos \varphi_3 + m_4 l_2 \cos \varphi_2 l_3 \cos \varphi_3; \\ a_{24} &= l_4 \cos(A \sin(Bt + C)) m_4 l_2 \cos \varphi_2; \\ a_{31} &= m_3 l_1 \cos \varphi_1 l_3 \cos \varphi_3 + m_4 l_1 \cos \varphi_1 l_3 \cos \varphi_3; \\ a_{32} &= m_3 l_2 \cos \varphi_2 l_3 \cos \varphi_3 + m_4 l_2 \cos \varphi_2 l_3 \cos \varphi_3; \\ a_{33} &= J_3 + m_3 l_3^2 \cos^2 \varphi_3 + m_4 l_3^2 \cos^2 \varphi_3; \\ a_{34} &= l_4 \cos(A \sin(Bt + C)) m_4 l_3 \cos \varphi_3; \\ a_{41} &= l_4 \cos \varphi_4 m_4 l_1 \cos \varphi_1; \\ a_{42} &= l_4 \cos \varphi_4 m_4 l_2 \cos \varphi_2; \\ a_{43} &= l_4 \cos \varphi_4 m_4 l_3 \cos \varphi_3; \\ a_{44} &= J_4 + m_4 l_4^2 \cos^2(A \sin(Bt + C)); \\ f_1 &= m_4 l_1 \cos \varphi_1 (-l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2 - l_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3^2 - \\ & \quad - l_4 A^2 B^2 \sin(A \sin(Bt + C)) \cos^2(Bt + C)) + \\ & \quad + m_3 l_1 \cos \varphi_1 (-l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2 - l_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3^2) + \\ & \quad + m_2 l_1 \cos \varphi_1 (-l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2) - \\ & \quad - m_2 (l_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + l_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - \\ & \quad - m_3 (l_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + l_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + l_3 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - \\ & \quad - m_4 (l_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + l_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + l_3 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3 + \\ & \quad + l_4 AB \cos(A \sin(Bt + C)) \cos(Bt + C)) l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2; \\ f_2 &= m_4 l_2 \cos \varphi_2 (-l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2 - l_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3^2 - \\ & \quad - l_4 A^2 B^2 \sin(A \sin(Bt + C)) \cos^2(Bt + C)) + \\ & \quad + m_3 l_2 \cos \varphi_2 (-l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2 - l_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3^2) + \\ & \quad + m_2 l_2 \cos \varphi_2 (-l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - m_2 (l_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + l_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - \\ & - m_3 (l_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + l_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + l_3 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - \\ & - m_4 (l_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + l_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + l_3 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3 + \\ & \quad + l_4 AB \cos(A \sin(Bt + C)) \cos(Bt + C)) l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2; \\ f_3 &= m_4 l_3 \cos \varphi_3 (-l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2 - l_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3^2 - \\ & \quad - l_4 A^2 B^2 \sin(A \sin(Bt + C)) \cos^2(Bt + C)) + \\ & \quad + m_3 l_3 \cos \varphi_3 (-l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2 - l_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3^2) - \\ & \quad - m_3 (l_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + l_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + l_3 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3) - \\ & \quad - m_4 (l_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + l_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + l_3 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3 + \\ & \quad + l_4 AB \cos(A \sin(Bt + C)) \cos(Bt + C)) l_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3; \\ f_4 &= m_4 l_4 \cos \varphi_4 (-l_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2 - l_3 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3^2 - \\ & \quad - l_4 A^2 B^2 \sin(A \sin(Bt + C)) \cos^2(Bt + C)) - \\ & \quad - m_4 (l_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + l_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 + l_3 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3 + \\ & \quad + l_4 AB \cos(A \sin(Bt + C)) \cos(Bt + C)) \times \\ & \quad \times l_4 A^2 B^2 \sin(A \sin(Bt + C)) \cos^2(Bt + C); \\ g_1 &= B_1 P \sin \varphi_1 - \frac{b_1}{2} \Delta W_{1p} - C_{ш1} r_1 \varphi_1; \\ g_2 &= -\frac{b_2}{2} \Delta W_{2p} - C_{ш2} r_2 \varphi_2; \\ g_3 &= \frac{b_3}{2} \Delta W_{3p} + C_{ш3} r_3 \varphi_3 - M; \\ g_4 &= -\frac{b_4}{2} \Delta W_{4p} - C_{ш4} r_4 A \sin(Bt + C) + \\ & \quad + C_{3yM} (A \sin(Bt + C) - \varphi_3) + M. \end{aligned}$$

Для застосування чисельного методу рішення системи диференціальних рівнянь (модифікований метод Рунге-Кутта 4-5 порядку) необхідно привести систему (1) до виду Коші. Із цією метою були перепозначені наступні змінні:

$$\ddot{\varphi}_1 = X; \quad \dot{\varphi}_2 = Y; \quad \ddot{\varphi}_3 = Z.$$

Отримана система лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z = g_1 - f_1; \\ a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z = g_2 - f_2; \\ (a_{31} + a_{41})X + (a_{32} + a_{42})Y + (a_{33} + a_{43})Z = \\ = g_3 - f_3 + g_4 - f_4. \end{cases} \quad (2)$$

Для рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь (2) методом Крамера [4] був використаний пакет MAPLE 12.0. Після приведення до виду Коші для чисельного рішення системи (3) був застосований пакет MATLAB 7.0.

При моделюванні використовуємо наступні змінювальні параметри: амплітуду впливу оператора на рульове керування  $A$  та частоту впливу  $B$ .

Амплітуду впливу оператора на рульове керування прийємо  $A = 0,25$ , тому як в дослідженнях вчених Denham, Whitlock [5] трактор John Deer з встановленою системою GPS рухався по траєкторії близької до синусоїдальної за даною амплітудою.

В дослідженнях, проведених В.Т. Надикто, С.А. Лебедєвим [1, 2], тракторист (оператор) робив 10 – 20 впливів на рульове керування на гоні довжиною 100 м, що відповідає частоті впливу  $B = \pi / 4 \dots \pi / 2$ . Польові дослідження показали, що амплітуди відхилення першої піврами трактора змінюються від 0,5 до 1 м, тому при впливі оператора на рульове керування з амплітудою  $A = 0,25$  та частотою  $B = \pi / 2$  результати моделювання будуть наступними (рис. 2).

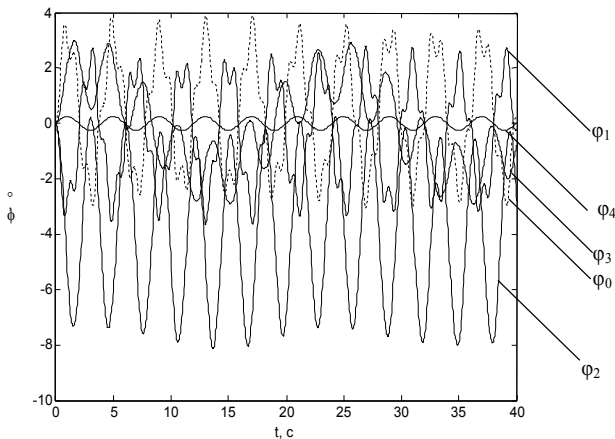


Рис. 2. Кути повороту мас елементів системи, при русі агрегату по реальній опорній поверхні при впливі оператора на рульове керування  $A = 0,25; B = \pi / 2; C = 0$ :  $\varphi_0$  – кут злomu піврам трактора;  $\varphi_1$  – кут повороту другої піврами сівалки;  $\varphi_2$  – кут повороту першої піврами сівалки;  $\varphi_3$  – кут повороту другої піврами трактора;  $\varphi_4$  – кут повороту першої піврами трактора

Частоти зміни кутів другої піврами трактора, першої та другої піврами сівалки 0,3 та 0,05Гц. Максимальний кут повороту першої піврами сівалки складає  $8^\circ$  (рис. 3).

Траєкторії руху першої та другої піврами трактора, а також першої піврами сівалки співпадають. Максимальні амплітуди відхилення 0,35 м у першій, другій піврами трактора та першій піврами сівалки.

### Висновки

В результаті моделювання процесу руху комбінованого агрегату було отримано: максимальний кут повороту першої піврами сівалки, а також закони руху центрів мас усіх елементів агрегату, при впливі

оператора на рульове керування з різною амплітудою та частотою.

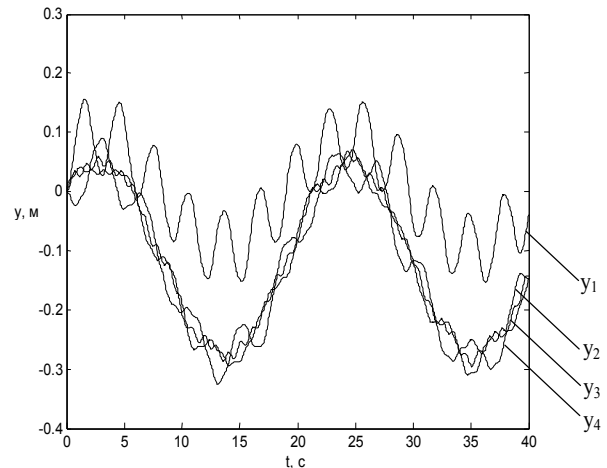


Рис. 3. Траєкторії руху центрів мас елементів комбінованого агрегату по реальній опорній поверхні при впливі оператора на рульове керування  $A = 0,25; B = \pi / 2; C = 0$ :

$y_1$  – відхилення другої піврами сівалки;  $y_2$  – відхилення першої піврами сівалки;  $y_3$  – відхилення другої піврами трактора;  $y_4$  – відхилення першої піврами трактора

### Список літератури

1. Надикто В.Т. Основы агрегатирования модульных энергетических средств / В.Т. Надикто. – Мелитополь: КП «ММД», 2003. – 240 с.
2. Лебедєв С.А. Експлуатаційно-технологічні показники гусеничних тракторів на орних роботах // Механізація сільського господарства / С.А. Лебедєв // Вісник ХНТУСГ. – Х., 2007. – Вип. 59, т. 2. – С. 268-273.
3. Дроннік Ю.М. Теоретична механіка: курс лекцій / Ю.М. Дроннік, С.І. Кучеренко, Л.М. Тищенко. – Х.: Око, 2002. – 456 с.
4. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях / В.В. Амелькин. – М.: Наука, 1987. – 160 с.
5. Denham J. Contemporary Position and Navigation Needs of Precision Agriculture and Victoria's GPSnet™ CORS Network / J. Denham, A. Whitlock, D. Yule // International Global Navigation Satellite Systems Society IGNSS Symposium 2006, Proceedings, Queensland.

Надійшла до редколегії 22.04.2009

Рецензент: канд. техн. наук, доц. С.П. Сорокін, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. П.Василенка, Харків.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ПОСЕВНОГО АГРЕГАТА В СОСТАВЕ ТРАКТОРА ХТЗ-150К-09 И СЕЯЛКИ ПРЯМОГО СЕВА АПП-6 ПРИ ВЛИЯНИИ ОПЕРАТОРА НА РУЛЕВОЕ УПРАВЛЕНИЕ

А.Т. Лебедев, Р.В. Антощенко

В статье разработана математическая модель движения комбинированного посевного агрегата в составе трактора ХТЗ-150К-09 и сеялки прямого сева АПП-6 при влиянии оператора на рулевое управление.

**Ключевые слова:** математическая модель, комбинированный агрегат, траектория движения, рулевое управление.

### MATHEMATICAL MODEL OF MOVEMENT COMBINED AGGREGATE IN STRUCTURE OF TRACTOR XT3-150K-09 AND DIRECT SOWING SEEDER АПП-6 AT INFLUENCE OF THE OPERATOR ON A STEERING

A.T. Lebedev, R.V. Antoshchenkov

The mathematical model of movement combined aggregate in structure of tractor XT3-150K-09 and direct sowing seeder АПП-6 at influence of the operator on a steering are presented in this article.

**Keywords:** mathematical model, combined aggregate, movement path, steering.