

УДК 006.91 (083.131)

В.Б. Латипов<sup>1</sup>, О.Ш. Хакимов<sup>2</sup><sup>1</sup>НИИ стандартизации, метрологии и сертификации, Ташкент, Узбекистан<sup>2</sup>ГУ «Центр национальных эталонов Республики Узбекистан», Ташкент, Узбекистан

## ОЦЕНИВАНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВЛАЖНЫХ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В статье рассматриваются особенности оценивания неопределенности измерения теплопроводности влажных текстильных материалов. Получены экспериментальные и теоретические зависимости теплопроводности трикотажного полотна от влажности и температуры. Осуществлена процедура оценивания неопределенности измерения теплопроводности трикотажного полотна в диапазоне температур от 10 до 100 °С и влажности от 0 до 36%.

**Ключевые слова:** неопределенность измерения, теплопроводность, стандартная неопределенность, расширенная неопределенность, суммарная стандартная неопределенность, алгебраическое дополнение, полином, невязка, корреляция.

### Введение

Теплозащитные свойства одежды, как известно, изменяются в зависимости от целого ряда факторов, в том числе от влажности и температуры. С повышением содержания влаги в этих материалах их теплопроводность имеют тенденцию к возрастанию. Теплофизические исследования влажных текстильных материалов, практически, не проводились. Такие исследования отличаются трудоемкостью и сравнительно не высокой точностью.

Наличие влажности в ткани приводит к увеличению их теплопроводности. Теплопроводность текстильных материалов увеличивается также с повышением температуры.

Поэтому, исследования в данной области являются актуальными на сегодняшний день. В статье поставлена задача исследования особенностей измерения теплопроводности влажных текстильных материалов, проведение измерений и обработка результатов измерений.

### Основные соотношения

Зависимости теплопроводности текстильных материалов от влажности и температуры выражаются известными линейными уравнениями

$$\lambda_W = \lambda_{\bar{n}} + \alpha W; \quad \lambda_T = \lambda_0 + \beta T, \quad (1)$$

где  $\lambda_W, \lambda_{\bar{n}}$  – коэффициенты теплопроводности влажной и сухой ткани, соответственно,  $W/(m \cdot K)$ ;  $W$  – влажность ткани, %;  $\lambda_T, \lambda_0$  – коэффициенты теплопроводности при температуре  $T$  и  $T = 0$  °С,  $W/(m \cdot K)$ ;  $\alpha, \beta$  – эмпирические коэффициенты,  $W/(m \cdot K^2)$ ;  $T$  – температура, °С.

С целью определения этих коэффициентов и уточнения уравнения (1), описывающего зависимости теплопроводности от влажности и температуры для

трикотажного полотна (Артикул 31 по ГОСТ 28554) [1], нами проведены соответствующие измерения теплопроводности и обработка полученных результатов.

В статье, впервые в отечественной практике, проведена процедура оценивания неопределенности измерения теплопроводности упомянутого трикотажного полотна в диапазоне температур от 10 до 100 °С и влажности от 0 до 36%.

Измерения проведены на установке ИТП-300, разработанной Отделом теплофизики Академии наук Республики Узбекистан. В качестве функций, описывающих зависимости теплопроводности от влажности и температуры, использованы полиномы третьей ( $m = 2$ ) степени

$$\lambda_{T,k} = \lambda_0 + \beta_1 T_k + \beta_2 T_k^2, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Экспериментальные  $\lambda_T$  и рассчитанные  $\lambda_{T,k}$  значения теплопроводности трикотажного полотна артикула 31 по ГОСТ 28554, а также значения стандартной суммарной неопределенности  $u_c(\lambda_{T,k})$  определения  $\lambda_{T,k}$  в заданной точке  $T_k$  по полученной аналитической зависимости приведены в табл. 1.

Обработка приведенных в табл. 1 экспериментальных данных осуществлена методом обработки результатов совместных измерений [2].

С целью определения параметров (значений  $\lambda_{T,k}$ ,  $\lambda_0$  и коэффициентов  $\beta_1, \beta_2$ ) зависимости (2), невязки  $\delta_k$ , т.е. оценки степени отклонения экспериментальных значений  $\lambda_k$  (табл. 1) теплопроводности от расчетных  $\lambda_{T,k}$  (по предполагаемой функциональной зависимости (2)), неопределенности определения значений  $\lambda_{T,k}$ ,  $\lambda_0$  и коэффициентов  $\beta_1, \beta_2$  в заданных экспериментальных точках  $T_k$ , условная система уравнений (2) приведена к нормальной

Таблица 1

Результаты экспериментов и расчетов

Влажность, %											
0				10,6				15,4			
$T_k, \text{ }^\circ\text{N}$	$\lambda_k$	$\lambda_{T,k}$	$u_c(\lambda_{T,k})$	$T_k, \text{ }^\circ\text{N}$	$\lambda_k$	$\lambda_{T,k}$	$u_c(\lambda_{T,k})$	$T_k, \text{ }^\circ\text{N}$	$\lambda_k$	$\lambda_{T,k}$	$u_c(\lambda_{T,k})$
11,49	46,7	46,8	0,493	10,82	52,3	52,5	2,147	10,45	62,1	62,1	0,692
29,89	48,1	48,1	0,324	29,78	56,0	55,0	1,382	29,90	63,9	63,9	0,445
39,78	49,4	49,0	0,342	40,52	55,3	56,5	1,437	40,32	65,7	65,3	0,458
57,67	50,6	51,3	0,259	56,43	56,8	58,6	1,138	55,83	66,7	67,7	0,364
60,85	51,9	51,8	0,267	60,40	57,5	59,2	1,153	59,86	69,0	68,4	0,370
68,8	53,4	53,1	0,413	70,21	59,8	60,6	1,893	69,69	70,4	70,3	0,609

26,2				30,8				36,4			
$T_k, \text{ }^\circ\text{N}$	$\lambda_k$	$\lambda_{T,k}$	$u_c(\lambda_{T,k})$	$T_k, \text{ }^\circ\text{N}$	$\lambda_k$	$\lambda_{T,k}$	$u_c(\lambda_{T,k})$	$T_k, \text{ }^\circ\text{N}$	$\lambda_k$	$\lambda_{T,k}$	$u_c(\lambda_{T,k})$
9,8	76,6	76,4	1,037	10,88	82,2	82,79	3,241	12,07	87,8	87,36	0,936
29,84	78,6	78,9	0,643	29,84	84,7	82,30	2,024	29,85	88,1	89,34	0,585
38,86	80,4	80,5	0,654	40,7	81,7	83,23	2,115	39,8	91,6	91,23	0,613
54,78	82,9	83,8	0,545	55,07	82,5	85,80	1,787	53,59	95,2	94,80	0,519
55,82	85,6	84,1	0,544	61,81	91,3	87,53	1,773	60,37	97,6	96,95	0,516
69,8	87,4	87,7	0,965	72,43	90,2	90,95	2,941	69,93	99,8	100,43	0,843

$$\begin{cases} [\lambda_T] = n\hat{\lambda}_0 + [T]\hat{\beta}_1 + [T^2]\hat{\beta}_2; \\ [\lambda_T T] = [T]\hat{\lambda}_0 + [T^2]\hat{\beta}_1 + [T^3]\hat{\beta}_2; \\ [\lambda_T T^2] = [T^2]\hat{\lambda}_0 + [T^3]\hat{\beta}_1 + [T^4]\hat{\beta}_2, \end{cases} \quad (3)$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} n & [T] & [T^2] \\ [T] & [T^2] & [T^3] \\ [T^2] & [T^3] & [T^4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\lambda_T] \\ [\lambda_T T] \\ [\lambda_T T^2] \end{bmatrix}. \quad (6)$$

где  $[T] = \sum_{k=1}^n T_k$ ;  $[T^m] = \sum_{k=1}^n T_k^m$ ;  
 $[T^m \lambda_T] = \sum_{k=1}^n T_k^m \lambda_{T,k}$  -

обозначения, введенные Гауссом.

Решение системы нормальных уравнений (3), как известно, наиболее кратко описывается с помощью определителей

$$\hat{\lambda}_0 = \frac{D_0}{D}; \quad \hat{\beta}_1 = \frac{D_1}{D}; \quad \hat{\beta}_2 = \frac{D_2}{D}, \quad (4)$$

где главный определитель D равен

$$D = \begin{bmatrix} n & [T] & [T^2] \\ [T] & [T^2] & [T^3] \\ [T^2] & [T^3] & [T^4] \end{bmatrix}, \quad (5)$$

а определители  $D_0, D_1, D_2$  получаются из главного определителя D путем замены столбца с коэффициентами при неизвестных  $\hat{\lambda}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$  (см.(3)), соответственно на столбец со свободными членами

$$D_0 = \begin{bmatrix} [\lambda_T] & [T] & [T^2] \\ [\lambda_T T] & [T^2] & [T^3] \\ [\lambda_T T^2] & [T^3] & [T^4] \end{bmatrix}; \quad D_1 = \begin{bmatrix} n & [\lambda_T T] & [T^2] \\ [T] & [\lambda_T T^2] & [T^3] \\ [T^2] & [\lambda_T T^3] & [T^4] \end{bmatrix};$$

На рис. 1 изображены результаты экспериментальных измерений теплопроводности трикотажного полотна артикула 31 по ГОСТ 28554 [1]. На этом рисунке представлены также теоретические кривые зависимостей теплопроводности от влажности и температуры, полученные в результате обработки экспериментальных данных с использованием полинома третьей степени.

Параметры этого полинома также изображены на рис. 1 и представлены в табл. 2.

Суммарные неопределенности  $u_c(\hat{\lambda}_0), u_c(\hat{\beta}_1), u_c(\hat{\beta}_2)$  определения (оценок) величин  $\lambda_0, \beta_1, \beta_2$ , полученных как результат совместных измерений, вычислены по формулам

$$\begin{aligned} u_c(\hat{\lambda}_0) &= \sqrt{\frac{D_{11}}{D}} \cdot u(\delta); & u_c(\hat{\beta}_1) &= \sqrt{\frac{D_{22}}{D}} \cdot u(\delta); \\ u_c(\hat{\beta}_2) &= \sqrt{\frac{D_{33}}{D}} \cdot u(\delta), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $D_{11}, D_{22}, D_{33}$ , т.е.  $D_{(j+1)(j+1)}$  - алгебраическое дополнение элементов главного определителя D, получаемое путем удаления из матрицы определителя столбца (j+1) и строки (j+1)

$$D_{11} = \begin{bmatrix} [T^2] & [T^3] \\ [T^3] & [T^4] \end{bmatrix}; \quad D_{22} = \begin{bmatrix} n & [T^2] \\ [T^2] & [T^4] \end{bmatrix};$$

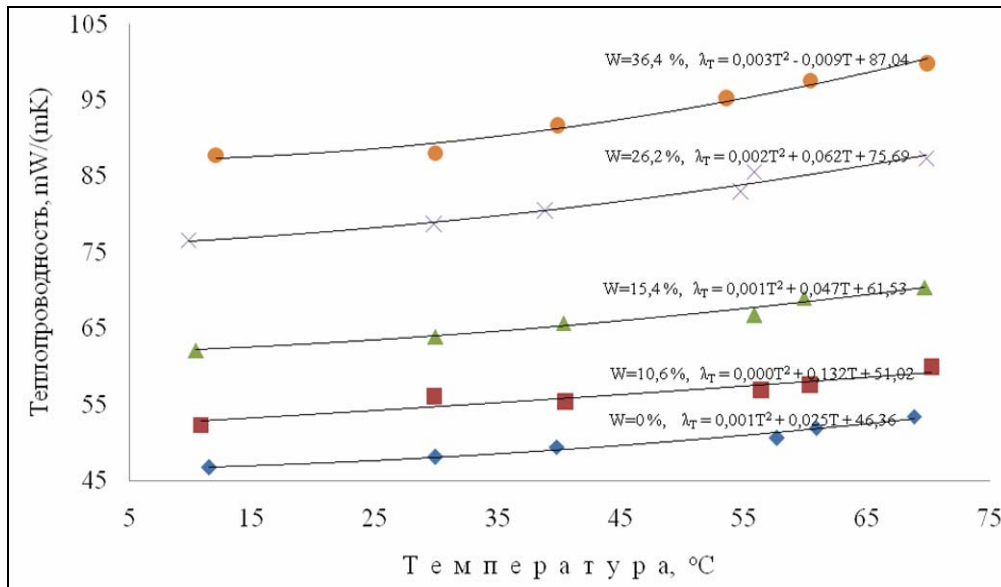


Рис. 1. Теплопроводность трикотажного полотна по ГОСТ 28554

$$D_{33} = \begin{vmatrix} n & [T] \\ [T] & [T^2] \end{vmatrix}, \quad (8)$$

$u(\delta)$  – стандартная неопределенность невязки, оцениваемая по типу А по формуле

$$u(\delta) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n \delta_k^2}{n-m-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n \delta_k^2}{n-3}}, \quad (9)$$

причем  $\delta_k$  вычислены подстановкой в каждое условное уравнение (2) оценок искоемых величин  $\lambda_0, \beta_1, \beta_2$ .

Параметры зависимости теплопроводности  $\lambda$  трикотажного полотна (артикул № 31) от влажности и температуры, оценки степени отклонения  $\delta_k$  экспериментальной зависимости от аналитической, неопределенности  $u(\delta), u_c(\hat{\lambda}_0), u_c(\hat{\beta}_1), u_c(\hat{\beta}_2)$  коэффициентов корреляции  $r(\hat{\lambda}_0, \hat{\beta}_1), r(\hat{\lambda}_0, \hat{\beta}_2), r(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$ , расширенных неопределенностей  $U(\hat{\lambda}_0), U(\hat{\beta}_1), U(\hat{\beta}_2)$  приведены в табл. 2.

Таблица 2

Полученные параметры

Параметры	Влажность, %					
	0	10,6	15,4	26,2	30,8	36,4
$\hat{\lambda}_0, \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K})$	46,364	51,015	61,535	75,689	84,279	87,043
$\hat{\beta}_1, \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K}^2)$	0,025	0,132	0,047	0,062	-0,177	-0,009
$\hat{\beta}_2, \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K}^3)$	0,001	0,00005	0,001	0,002	0,004	0,003
$\delta_k^2, [\text{mW}/(\text{m}\cdot\text{K})]^2$	0,774	14,791	1,527	3,439	34,062	2,841
$u(\delta), \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K})$	0,508	2,220	0,713	1,071	3,370	0,973
$u_c(\hat{\lambda}_0), \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K})$	0,951	3,880	1,223	1,743	5,743	1,827
$u_c(\hat{\beta}_1), \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K}^2)$	0,054	0,216	0,069	0,097	0,309	0,099
$u_c(\hat{\beta}_2), \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K}^3)$	0,001	0,003	0,001	0,001	0,004	0,001
$u(\hat{\lambda}_0, \hat{\beta}_1), \text{ mW}^2/(\text{m}^2\cdot\text{K}^3)$	-0,047	-0,765	-0,076	-0,153	-1,616	-0,168
$u(\hat{\lambda}_0, \hat{\beta}_2), \text{ mW}^2/(\text{m}^2\cdot\text{K}^4)$	0,001	0,008	0,001	0,002	0,017	0,002
$u(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2), \text{ mW}^2/(\text{m}^2\cdot\text{K}^5)$	-0,00003	-0,0006	-0,00006	-0,0001	-0,001	-0,0001
$r(\hat{\lambda}_0, \hat{\beta}_1)$	-0,922	-0,912	-0,908	-0,901	-0,911	-0,925
$r(\hat{\lambda}_0, \hat{\beta}_2)$	0,843	0,822	0,814	0,796	0,817	0,841
$r(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$	-0,981	-0,978	-0,977	-0,973	-0,976	-0,979
$U(\hat{\lambda}_0), \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K})$	2,645	10,786	3,399	4,847	15,965	5,078
$U(\hat{\beta}_1), \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K}^2)$	0,150	0,601	0,191	0,270	0,858	0,276
$U(\hat{\beta}_2), \text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K}^3)$	0,002	0,007	0,002	0,003	0,010	0,003

Расширенные неопределенности  $\hat{\lambda}_0$ ,  $\hat{\beta}_1 \in \hat{\beta}_2$  определения вычислены по формуле

$$U(\hat{\lambda}_0) = k \cdot u_c(\hat{\lambda}_0); \quad U(\hat{\beta}_1) = k \cdot u_c(\hat{\beta}_1); \quad (10)$$

$$U(\hat{\beta}_2) = k \cdot u_c(\hat{\beta}_2),$$

где коэффициент охвата  $k$  находится из распределения Стьюдента по числу степеней свободы  $(n - m - 1) = 3$  и заданному уровню доверия  $P = 0,95$ .

Суммарная стандартная неопределенность  $u_c(\lambda_{T,k})$  определения  $(\lambda_{T,k})$  в заданной точке  $T_k$  по полученной аналитической зависимости с учетом попарной корреляции между оценками параметров  $\lambda_0$ ,  $\beta_1 \in \beta_2$  (см. табл. 1), определялся по формуле

$$u_c(\lambda_{T,k}) = \sqrt{u_c^2(\hat{\lambda}_0) + T_k^2 \cdot u_c^2(\hat{\beta}_1) + T_k^4 \cdot u_c^2(\hat{\beta}_2) + 2 \left[ T_k \cdot u(\hat{\lambda}_0, \hat{\beta}_1) + T_k^2 \cdot u(\hat{\lambda}_0, \hat{\beta}_2) + T_k^2 \cdot u(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_1) + T_k^3 \cdot u(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) \right]},$$

где

$$u(\hat{\lambda}_0, \hat{\beta}_1) = \frac{D_{12}}{D} \cdot u^2(\delta), \quad u(\hat{\lambda}_0, \hat{\beta}_2) = \frac{D_{13}}{D} \cdot u^2(\delta),$$

$u(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = \frac{D_{23}}{D} \cdot u^2(\delta)$  – коэффициенты ковариации между параметрами  $\lambda_0$ ,  $\beta_1 \in \beta_2$ ;

$D_{12}, D_{13}, D_{23}$ , т.е.  $D_{(i+1)(j+1)}$  – алгебраическое дополнение элементов главного определителя  $D$ , получаемое путем удаления из матрицы определителя столбца  $(i+1)$  и строки  $(j+1)$  с умножением полученного определителя на  $(-1)^{i+j+2}$ , т.е.

$$D_{12} = -1 \cdot \begin{vmatrix} [T] & [T^2] \\ [T^3] & [T^4] \end{vmatrix}; \quad D_{13} = \begin{vmatrix} [T] & [T^2] \\ [T^2] & [T^3] \end{vmatrix};$$

$$D_{23} = -1 \cdot \begin{vmatrix} n & [T^2] \\ [T] & [T^3] \end{vmatrix}.$$

## Выводы

Статья посвящена исследованию вопросов проведения измерений и оценивания неопределенности измерения теплопроводности трикотажного полотна в диапазоне температур от 10 до 100 °С и влажности от 0 до 36%.

По результатам, полученным из экспериментов и теоретических расчетов, сделан вывод, что наименьшая неопределенность измерения теплопроводности трикотажного полотна артикула 31 по ГОСТ 28554 наблюдается в диапазоне температур от 50 до 60 °С.

## Список литературы

1. ГОСТ 28554-90 Полотно трикотажное. Общие технические условия.
2. Захаров И.П. Теория неопределенности в измерениях: учебн. пособие / И.П. Захаров, В.Д. Кукуш. – Х.: Консум, 2002. – 256 с.

Поступила в редколлегию 6.07.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Ю.П. Мачехин, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

## ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ВОЛОГИХ ТЕКСТИЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ

В.Б. Латіпов, О.Ш. Хакімов

У статті розглядаються особливості оцінювання невизначеності вимірювань теплопроводності вологих текстильних матеріалів. Отримані експериментальні й теоретичні залежності теплопроводності трикотажного полотна від вологості й температури. Здійснено процедуру оцінювання невизначеності виміру теплопроводності трикотажного полотна в діапазоні температур від 10 до 100 °С і вологості від 0 до 36%.

**Ключові слова:** невизначеність вимірювань, теплопроводність, стандартна невизначеність, розширена невизначеність, сумарна стандартна невизначеність, алгебраїчне доповнення, поліном, нев'язка, кореляція.

## UNCERTAINTY EVALUATION OF THE RESULTS OF MEASUREMENT OF HEAT CONDUCTIVITY OF DAMP TEXTILE MATERIALS

V.B. Latipov, O. Sh. Hakimov

The annotation: in article features of uncertainty evaluation of measurement of heat conductivity of damp textile materials are considered. Experimental and theoretical dependences of heat conductivity of stockinet on humidity and temperature are received. Procedure of uncertainty evaluation of measurement of heat conductivity of stockinet of a range of temperatures from 10 to 100 centigrade degree, and humidity from 0 to 36 % is carried out.

**Keywords:** the uncertainty of measurement, heat conductivity, the standard uncertainty, the expanded uncertainty, combined standard uncertainty, algebraic addition, a polynomial, a discrepancy, a correlation.