

УДК 621.7.058.68

О.И. Кадацкая

Харьковский национальный университет радиотехники, Харьков, Украина

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ОДНОКРАТНЫХ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ МЕТОДА ПАКЕТНОГО СОВПАДЕНИЯ

Исследованы неопределенности высокоточного метода измерения однократных временных интервалов с использованием разностно-периодной меры. Рассмотрено уравнение, описывающее процесс преобразования однократных временных интервалов в код, определена методическая погрешность вызываемая значением разностно-периодной меры. Анализ погрешностей инструментального характера позволяет найти оптимальное значение разностной частоты. Оценен суммарный закон распределения погрешностей, их неопределенности.

**Ключевые слова:** разностно-периодная мера, однократный временной интервал, неопределенность измерения, погрешность, измерение, метод пакетного совпадения.

### Введение

Прецизионное преобразование непрерывной временной информации в цифровой эквивалент определяет необходимость разработки аналого-цифровых преобразователей, основанных на высокоточных методах измерения. Для коротких однократных временных интервалов используются разнообразные методы масштабно-временного преобразования, которые имеют ограничения по точности, динамическому диапазону. В связи с этим актуальна задача разработки и исследования новых методов преобразования однократных временных интервалов в цифровой эквивалент, которые имеют малую погрешность преобразования и объединяют преимущества цифровой обработки информации и простоту технической реализации. Одним из таких методов является метод совпадения импульсов. Исходя из общей теории совпадений [1, 2], измерение временного интервала осуществляется путем совмещения двух импульсных потоков до совпадения импульсов и последующего определения номера второй пары из совпавших. Погрешность измерения зависит только от стабильности частоты квантования и длительности импульсов, участвующих в совпадении. Особенность этого метода измерения, определяемая его избыточностью, заключается в многократном уменьшении погрешности от квантования, присущей всем остальным методам измерения.

Для дальнейшего повышения точности измерения однократных временных интервалов (ОВИ), автором разработан метод совпадения импульсов пакетами, являющийся развитием метода совпадения [3]. В статье производится оценивание неопределенности измерений при реализации этого метода.

### Основные соотношения

Будем рассматривать неопределенности, характерные для метода пакетного совпадения при изме-

рении ОВИ, оказывающие наибольшее влияние на результат преобразования. Оценим неопределенности, вносимые предложенным методом. Рассматриваемый метод преобразования основан на создании двух дополнительных потоков импульсов с частотой, близкой квантующей. Измерение временного интервала  $t_x$  осуществляется путем совмещения стартовых и стоповых импульсов с импульсами дополнительной частоты до их совпадения соответственно и образования пакетов совпадения. Количество импульсов в пакетах  $N_0 = (\tau_0 + \tau_2) / \Delta T$ ,  $N_1 = (\tau_1 + \tau_2) / \Delta T$ . Величина  $f_p = f_2 - f_1$  является разностной частотой,  $\Delta T = |T_2 - T_1| = f_p / (f_2 f_1)$  – разность периодов следования стартовых (стоповых) импульсов и импульсов дополнительного потока. Тогда  $N_0 = (\tau_0 + \tau_2) \cdot (f_1 f_2) / f_p$  и  $N_1 = (\tau_1 + \tau_2) (f_1 f_2) / f_p$ . Свойства пакета совпадений таковы, что в зависимости от соотношения частот  $f_1$  и  $f_2$  первый импульс пакета соответствует началу одного из стартовых (стоповых) импульсов, а последний импульс пакета – концу одного из стартовых (стоповых) импульсов при  $f_1 > f_2$  (при  $f_1 < f_2$  – наоборот) (рис. 1). Но в обоих случаях за время существования пакета центр каждого из импульсов пакета равномерно перемещается относительно центров, например, стоповых импульсов с шагом

$$\delta t = \frac{\tau_1}{N_1} = \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2} \frac{|f_2 - f_1|}{f_1 f_2},$$

который назван разностно-периодным квантом или разностно-периодной мерой (РПМ).

В рассматриваемом случае происходит равномерное квантование длительности стопового импульса с шагом квантования  $\delta t$ . От обычного квантования оно отличается тем, что происходит неявно, т.е. не в одну реализацию стопового импульса, а в

каждом периоде  $T_1$  по одному кванту  $\delta t$ .

Следовательно, совпадение импульсов пакетами позволяет переносить временной сдвиг  $t_x$  и период  $T_1$  частоты  $f_1$ , на которой этот сдвиг образован, на низкую частоту, т.е.  $t_x / T_1 = t_p / T_p$  и

$t_x = T_1 t_p / T_p$ , где  $t_p$  – интервал времени между пакетами в разных каналах, пропорциональный  $t_x$ ,  $T_p$  – период разностной частоты, пропорциональный периоду повторения  $T_1$ .

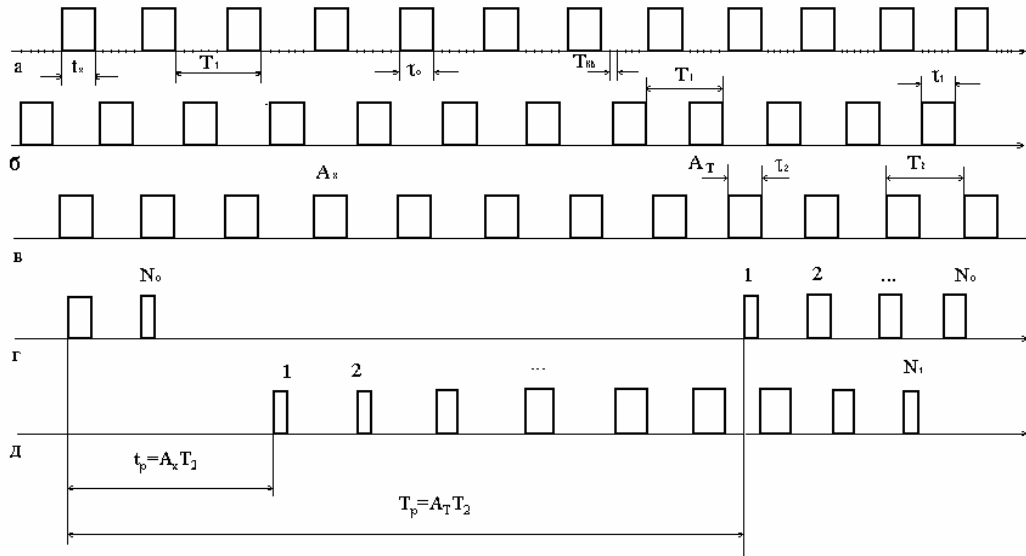


Рис. 1. Интерпретация метода совпадения импульсов пакетами

Временной интервал  $t_p$  измеряется в периодах  $T_2$  дополнительной частоты  $f_2$  с момента, например, начала пакета в канале стартовых импульсов до начала пакета в канале стоповых импульсов. Временной интервал  $T_p$  измеряется той же мерой между началами пакетов, но в одном канале. Тогда  $t_p = A_x T_2$ ,  $T_p = A_T T_2$ , где  $A_x$  и  $A_T$  – показания соответствующих счетчиков. С учетом этого,  $t_x = T_1 A_x / A_T$ . Максимальная случайная погрешность среднего арифметического значения  $t_x$ , обусловленная периодом квантования  $T_{кв}$  временного интервала  $t_x$ , равна  $\Delta t_x = T_{кв} / N_1$ .

Например, для  $f_{кв} = 10^8$  Гц,  $f_1 = 10^6$  Гц,  $f_2 = 999\,999$  Гц,  $\tau_1 = \tau_2 = 10^{-8}$  с,  $\Delta t_x = 0,5 \cdot 10^{-12}$  с. Тогда  $N_1 = 2 \cdot 10^4$  импульсов. Шаг квантования  $\tau_1$  равен  $\delta t = 0,5 \cdot 10^{-12}$  с, т.е. максимальная случайная погрешность  $t_x$  равна погрешности квантования отрезка  $\tau_1$  разностно-периодным квантом  $\delta t$ . Эта погрешность относится к методической, так как она обусловлена дискретной формой представления результатов преобразования аналоговой величины. Аналоговый характер преобразуемого интервала времени  $t_x$  и конечное значение РПМ приводят к возникновению временной неопределённости, максимальное значение которой в реальном масштабе времени равно  $\delta t = f_p / f_0 \cdot f_1$ . То есть, методическая

погрешность на высокой частоте равна  $\delta t_M = \delta t$ , при условии, что частоты следования импульсов, участвующих в процессе преобразования, абсолютно стабильны и зарегистрированы все импульсы пакета совпадений. Величина  $f_p = f_2 - f_1$  является разностной частотой,  $\Delta T = |T_2 - T_1| = f_p / (f_2 f_1)$  – разность периодов следования стартовых (стоповых) импульсов и импульсов дополнительного потока.

Обратимся к уравнению преобразования [3]

$$t_x = \delta t_1 + t + \delta t_2 = (n_{ц2} - n / 2) \delta t + N \cdot n / 2 \cdot \delta t + (n / 2 - n'_{ц2}) \delta t;$$

$$t_x = \delta t \left[ N \cdot n / 2 + N_0 + N_1 / 2 - (N'_0 + N'_1 / 2) \right]. \quad (1)$$

Пусть  $f_0 \approx f_1 \approx f$ ,  $\delta t_1 = \delta t_0 = \delta t$ . Тогда  $f_{p1} = f_{p0}$ . На разностной частоте  $f_p$  при постоянном коэффициенте трансформации эквивалентном периода повторения  $T_1$  импульсов является период разностной частоты  $T_p = f_p^{-1}$ , а эквивалентом разностно-периодного шага квантования  $\delta t$  – некоторая величина  $\delta T_p$ . Тогда справедливо соотношение

$$\frac{\delta t}{T_1} = \frac{\delta T_p}{T_p} \quad (2)$$

С учетом значения  $\delta t$  и  $T_0 \approx T_1$ , эквивалент кванта на разностной частоте  $\delta T_p = \frac{T_p}{T_1} \cdot \delta t = T_1$ .

Максимальная методическая погрешность на разностной (низкой) частоте, выраженная через количество периодов частоты  $f_0$ , составляет

$$\delta N_M = \frac{\delta T_p}{T_p} = \frac{T_1}{T_p} = T_0 \cdot \delta t \cdot f_0 \cdot f_1, \quad (3)$$

то есть, равна одному периоду повторения импульсной последовательности, на которой исследуется преобразуемый интервал времени. Рассмотрим влияние случайных электрических флуктуаций, действующих в узлах преобразователя, на точность описанного способа преобразования. Основными дестабилизирующими факторами являются термодинамические шумы и нестабильности частот следования  $f_0$  и  $f_1$  [4], относящиеся к неопределенностям, вносимым инструментальными погрешностями. В качестве источников питания используются гальванические источники постоянного тока. Поэтому при оценке инструментальных погрешностей влияние пульсаций питающих напряжений исключены из рассмотрения. Эти погрешности имеют нормальный закон распределения.

Влияние теплового шума при разностно-периодном квантовании проявляется в изменении числа импульсов пакета совпадений, которые вызваны изменением амплитуды порога срабатывания схем совпадений. Ширина полосы временной неопределенности  $\delta T_{ш}$  зависит от крутизны огибающей пакета совпадений и действующего значения теплового шума  $U_{ш}$ . Значение  $U_{ш}$  определяется уравнением Найквиста [5]

$$U_{ш} = \sqrt{4k\theta \cdot \delta f \cdot r},$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/град, постоянная Больцмана;  $\theta$  – абсолютная температура;  $\delta f \approx 1/\tau$  – полоса частот, к которой принадлежит тепловой шум;  $r$  – входное сопротивление схемы совпадения;  $\tau$  – средняя длительность импульсов на выходе схем совпадения.

Если крутизна фронта импульса совпадения известна  $K_u$ , то неопределенность момента пересечения этого фронта уровнем срабатывания схемы совпадения за счет термодинамического шума  $\delta_{шш} = U_{ш} / K_u$ .

На огибающей пакета совпадений подобная неопределенность пропорциональна  $f_1/f_p$ , т.е.

$$\delta T_{ш} = \frac{U_{ш}}{K_u} \cdot \frac{f_1}{f_p}. \quad (4)$$

Неопределенность пакета совпадений в виде количества импульсов будет равна

$$\delta N_{ш} = \frac{2 \cdot \sqrt{k\theta \delta f r}}{K_u} \cdot \frac{f_1^2}{f_p}. \quad (5)$$

Наиболее существенный вклад в погрешность преобразования вносит погрешность от нестабиль-

ности частоты. При построении высокоточной аппаратуры для измерения однократных коротких интервалов времени обычно такую погрешность понижать трудно. Выясним, какие погрешности вносит нестабильность частот  $f_0$  и  $f_1$  в результат преобразования.

Результат преобразования, вычисленный по формуле (1), содержит погрешности от нестабильности частот  $f_0$  и  $f_1$ .  $f_0$  является частотой квантования. Изменение периода повторения импульсов частоты  $f_0$ , обусловленное кратковременной нестабильностью  $\alpha$ , составит

$$\begin{aligned} \delta T_{0\alpha} &= T_0 - (T_0 + \Delta T_{0\alpha}) = \frac{1}{f_0} - \frac{1}{f_0 + \Delta f_0} = \\ &= \delta f_0 / f_0 (f_0 + \delta f_0) \cong \frac{\alpha}{f_0} \cong \frac{\alpha}{f_0}. \end{aligned}$$

За счет этого пакет единиц должен увеличиться или уменьшиться на время

$$\delta T_{n\alpha} = \delta T_{0\alpha} \cdot N_n \quad (6)$$

и количество единиц в пакете изменится на величину

$$\delta N_{\alpha} = \frac{\delta T_{n\alpha}}{\delta t}, \quad (7)$$

где  $\delta t = T_0 - T_1$ . Количество импульсов пакета равно

$$N_n = \frac{(\tau_0 + \tau_1) f_0 f_1}{f_p} = \frac{\tau_0 + \tau_1}{\delta t}.$$

Выразим полученное значение  $\delta T_{n\alpha}$  в виде количества периодов повторения  $T_1$  на периоде повторения пакетов  $T_n$ . Учитывая значение РПМ, равное  $\delta t$ , изменение числа периодов частоты  $f_1$  обусловлено ее кратковременной нестабильностью, составит

$$\delta N_{\alpha} = \frac{\alpha \cdot 2\tau \cdot f_0^2 f_1}{f_p^2}.$$

В процессе преобразования в  $n$  каналах стартовых и стоповых, получено среднее арифметическое значение величины  $t_x$ . Среднее арифметическое  $\bar{t}_x$  из  $n$  наблюдений есть линейная функция их результатов  $t_{x1}, \dots, t_{xn}$ . Число  $\bar{t}_x$ , полученное при одной серии измерений, является случайным приближенным значением искомой величины. Для нахождения возможных отклонений  $\bar{t}_x$  от точного значения необходимо стандартную неопределенность от среднего арифметического, которая является вероятностной характеристикой совокупности всевозможных значений средних арифметических из  $n$  измерений. Так как результаты измерений – независимые случайные величины – и считая, что измерения равноточные, величина дисперсии  $D(t_k) = \sigma^2$ , поэтому для всех каналов измерения выполняется равенство

$D(\bar{t}_x) = D(t_x) = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n}$  и неопределенность типа А будет равна  $u_A(\bar{t}_x) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ . Уравнение (1)

отражает алгоритм статистического осреднения п преобразований независимых интервалов времени  $nt_{31} = t_{x1}$ . При квантовании i-го интервала времени имеет место погрешность, обусловленная вероятностным положением стартового (стопового) импульса на периоде  $T_1$ .

Неопределенность, вызванная этой погрешностью равна  $u(t_{xi}) = \frac{T_1}{\sqrt{3}} = \frac{\delta t}{\sqrt{3}}$ , а неопределенность среднего значения  $t_x = \bar{t}_x$  при независимых  $t_{xi}$  равна  $u(t_x) = \delta t / \sqrt{6n}$  [5].

Известно, что суммарный закон погрешности от квантования временного интервала представляет собой распределение Симпсона. Суммарная стандартная неопределенность величины ОВИ, выраженная в изменении числа импульсов пакета, запишется в виде

$$u_c(N) = \sqrt{(\delta N_M)^2 + (\delta N_{III})^2 + (\delta N_\alpha)^2}.$$

Количественную оценку полученных выражений для  $\delta N_{III}$  и  $\delta N_\alpha$  проведем с учетом реально достижимых технических параметров сигналов Величина  $r = 50$  Ом. Зададимся частотой следования импульсов  $f_0 \approx f_1 = 10^7$  Гц, её кратковременная нестабильность  $\alpha = 10^{-8}$ . Длительность импульсов  $\tau_0 = \tau_1 = \tau = 5 \cdot 10^{-10}$  с. При абсолютной температуре  $\theta = 300^\circ\text{K}$  выражение (5) и (7) примут значения

$$\delta N_{III} = \frac{4 \cdot 10^{-1}}{f_p}; \quad \delta N_\alpha = \frac{10^4}{f_p^2}.$$

Анализ полученных выражений показывает, что изменение числа импульсов, обусловленное

тепловыми шумами и кратковременной нестабильностью частот, различным образом зависит от разностной частоты. Для соблюдения оптимальности преобразования применим принцип выравнивания частных погрешностей [5]. Найдем значение  $f_p$ , при

котором  $\delta N_{III} = \delta N_\alpha$ . Это значение  $f_p = 2,5 \cdot 10^2$  Гц.

При таком значении разностной частоты изменение числа пакета совпадений будет равно  $\delta N_{III} = \delta N_\alpha = 1,6 \cdot 10^{-1}$ . Временное выражение этих флуктуаций составит величину

$$\delta T_{n\alpha} = \delta T_{III} = 0,4 \cdot 10^{-12} \text{ с.}$$

Снижение погрешности преобразования может быть достигнуто путём уменьшения величины разностной частоты, но при этом величина инструментальной погрешности возрастает, что требует применения высокостабильных кварцевых генераторов.

### Список литературы

1. Тырса В.Е. Снижение погрешностей преобразования аналоговых величин в кодированный временной интервал / В.Е. Тырса // Измерительная техника. – 1975. – № 3. – С. 26-27.
2. Тырса В.Е. Повышение точности измерения однократных временных интервалов / В.Е. Тырса, О.И. Кадацкая // Метрология. – 1987. – № 3. – С. 35-42.
3. Кадацкая О.И. Метод параллельного осреднения для преобразования однократных временных интервалов / О.И. Кадацкая // Радиоэлектроника и информатика. – 1998. – № 4. – С. 33-34.
4. Беспалько В.А. Прецизионное измерение времени в лазерной дальнометрии / В.А. Беспалько // Измерение. Контроль. Автоматизация. – 1991. – № 2. – С. 34.
5. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.

Поступила в редколлегию 21.07.2009

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, с.н.с. А.В. Прокопов, Национальный научный центр «Институт метрологии», Харьков.

### ДОСЛІДЖЕННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ ОДНОКРАТНИХ ЧАСОВИХ ІНТЕРВАЛІВ ЯК МЕТОДОМ ПАКЕТНОГО ЗБИГУ ІМПУЛЬСІВ

О.Й. Кадацька

Досліджено невизначеності високоточного методу вимірювання однократних часових інтервалів з використанням різницево-періодної міри. Розглянуто вираз для опису процесу перетворення однократних часових інтервалів в код, визначено методичну похибку, яка обумовлена значенням різницево-періодної міри. Аналіз похибок інструментального характеру дозволив знайти оптимальне значення різницевої частоти. Оцінено сумарний закон розподілу похибок, їх невизначеності.

**Ключові слова:** різницево-періодна міра, однократні часові інтервали, невизначеність вимірювання, похибка, вимірювання, метод.

### RESEARCH OF UNCERTAINTY OF MEASUREMENT OF SINGLE TIME INTERVALS BY METHOD OF PACKAGE COINCIDENCE

O.I. Kadatskaya

Uncertainty of a high-precision method of measurement of single time intervals with use of difference-periodic measure are investigated. The equation describing process of transformation of single time intervals in a code is considered, the methodical error caused by value of difference-periodic measure is defined. The analysis of errors of tool character allows to find optimum value of differential frequency. The total law of distribution of errors and their uncertainties are estimated.

**Keywords:** difference-periodic measure, a single time interval, uncertainty of measurement, an error, measurement, a method of package coincidence.